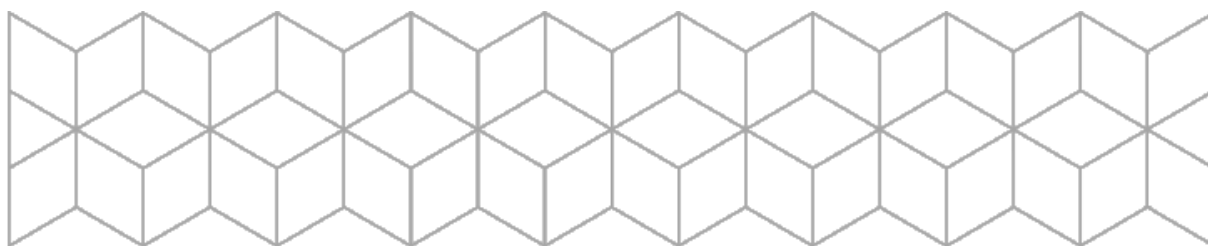


EKSAMEN

Emnekode: SFB10711	Emnenavn: Metode 1, statistikk deleksamen
Dato: 10. oktober 2018	Eksamenstid: 4 timer
Hjelpemidler: Godkjent kalkulator og vedlagt formelsamling m/tabeller	Faglærer: Bjørnar Karlsen Kivedal
Om eksamensoppgaven og poengberegning: Oppgavesettet består av 14 sider inklusiv denne forsiden, hvorav de 10 siste sidene er formelsamling og tabeller. Kontroller at oppgaven er komplett før du begynner. Oppgavesettet består av 7 oppgaver. Alle oppgavene teller likt ved sensureringen.	
Sensurfrist: Karakterene er tilgjengelige for studenter på Studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. www.hiof.no/studentweb	



Oppgave 1

Anta at 70% av studentene spiller fotball og at 30% ikke spiller fotball.

Anta at av de som spiller fotball så er det 40% som spiller håndball og 60% som ikke spiller håndball.

Anta at av de som ikke spiller fotball så er det 80% som spiller håndball og 20% som ikke spiller håndball.

La F angi begivenheten at en student spiller fotball, og la H angi begivenheten at en student spiller håndball.

A) Hva er $P(H|F)$, $P(H^C|F)$, $P(H|F^C)$ og $P(H^C|F^C)$

B) Hva er $P(H \cap F)$ og $P(H \cap F^C)$

C) Hva er sannsynligheten for at en student spiller håndball

D) En student spiller håndball. Hva er sannsynligheten for at denne studenten spiller fotball

Oppgave 2

La X være antall timer en sportsfisker tilbringer på favorittfiskestedet sitt. Anta at X har følgende sannsynlighetsfordeling:

Antall timer	1	2	3	4
Sannsynlighet	0,10	0,20	0,30	0,40

A) Finn $E(X)$

B) Finn $E(X^2)$

C) Finn $VAR(X)$

D) Anta at å fiske på dette fiskestedet koster 100,- i grunnavgift per gang og 20,- per påbegynt time.

La Y være totale kostander per gang for fising.

Finn $E(Y)$

Oppgave 3

A) En bedrift har tilbudt økonomistudenter å gjennomføre bacheloroppgaven sin i bedriften. 50 studenter har meldt sin interesse og 4 av disse trekkes helt tilfeldig ut for å bli innkalt til samtale. Hvor mange kombinasjoner finnes.

B) En bedrift har tilbudt økonomistudenter å gjennomføre bacheloroppgaven sin i bedriften. 50 studenter har meldt sin interesse og 4 av disse trekkes helt tilfeldig ut for å bli innkalt til samtale. Den første som trekkes ut får velge tema først. Den andre som trekkes ut får velge tema som nummer 2 o.s.v.. Hvor mange kombinasjoner finnes.

Anta at X er poisson-fordelt med parameter $\lambda = 3$.

C) Hva er $P(X > 1)$

D) Finn $E(X^2)$

Oppgave 4

Anta at 80% av alle studenter har jobb ved siden av studiene. Anta at du har spurt 8 tilfeldig valgte studenter om de har jobb ved siden av studiene.

La X = antall som har jobb ved siden av studiene. Anta at X er binomisk fordelt

A) Finn $E(X)$ og $VAR(X)$

B) Hva er sannsynligheten for at alle de spurte har jobb ved siden av studiene

C) Hva er sannsynligheten for at halvparten av de spurte har jobb ved siden av studiene

D) Hva er sannsynligheten for at høyst 6 av de spurte har jobb ved siden av studiene

Oppgave 5

Anta at antall kilometer reisevei en ansatt har til universitetet er normalfordelt med parametre $\mu = 25$ og $\sigma = 3$

A) Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig valgt ansatt har mer enn 33 kilometer reisevei

B) Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig valgt ansatt har mer enn 20 kilometer reisevei

C) Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig valgt ansatt har mellom 23 og 29 kilometer reisevei

D) Hva er sannsynligheten for at 3 tilfeldig valgte ansatte i gjennomsnitt har mindre enn 20 kilometer reisevei

Oppgave 6

A) Anta at 60 av 120 studenter som startet på økonomiutdanning for ett år siden har bestått eksamen i både matematikk og statistikk.

Beregn et 95% konfidensintervall for andelen studenter som har bestått eksamen i både matematikk og statistikk

B) Anta at du har undersøkt antall studiepoeng studenter har etter ett år på en økonomiutdanning og at undersøkelsen ga følgende resultater:

$$\bar{X} = 45$$

$$S_x = 5$$

$$n = 24$$

Beregn et 95% konfidensintervall for gjennomsnittlig antall studiepoeng

Oppgave 7

Anta at 60 av 120 studenter som startet på økonomiutdanning for ett år siden har bestått eksamen i både matematikk og statistikk.

A) Foreta en hypotesetest på 5% nivå for å avgjøre om andelen studenter som har bestått eksamen i både matematikk og statistikk er over 40%.

B) Beregn signifikanssannsynligheten (P-verdien) i forbindelse med hypotesetesten i punkt A

Vedlegg 1: Formelsamling

Grunnleggende formler i sannsynlighetsregningen

Komplementregel	$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
Generell addisjonssetning	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
Betinget sannsynlighet	$P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
Multiplikasjonsregel	$P(A \cap B) = P(B \cap A) = P(B) \cdot P(A B) = P(A) \cdot P(B A)$
Bayes lov	$P(B A) = \frac{P(B) \cdot P(A B)}{P(A)}$
Total sannsynlighet	$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A B_i) \cdot P(B_i)$
Uavhengighet	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ For to uavhengige begivenheter A og B gjelder: $P(A B) = P(A)$ $P(B A) = P(B)$

Kombinatorikk

La n være antall mulige utfall i én trekning, og k antall trekninger.

Ordnet utvalg med tilbakelegging	n^k
Ordnet utvalg uten tilbakelegging	$n_k = P_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$
Uordnet utvalg uten tilbakelegging	$\binom{n}{k} = C_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

Generelt om sannsynlighetsfordelinger

Fordelingsfunksjon	$F(x) = P(X \leq x)$ $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$ $P(X > a) = 1 - F(a)$ $P(X \leq b) = F(b)$
Forventning	$E(X) = \sum_{\text{alle } x_i} x_i \cdot P(X = x_i)$ $E(a) = a$ $E(bX) = bE(X)$ $E(a + bX) = a + bE(X)$ $E(a + bX + cX^2) = a + bE(X) + cE(X^2)$

	$E[g(X)] = \sum_{\text{alle } x_i} g(x_i) \cdot P(X = x_i)$
Varians	$S_X^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ $\text{Var}(X) = E[(X - \mu)^2] = E(X^2) - (E(X))^2$ $\text{Var}(X + a) = \text{Var}(X)$ $\text{Var}(bX) = b^2 \text{Var}(X)$ $\text{Var}(bX + a) = b^2 \text{Var}(X)$
Standardavvik	$S_X = \sqrt{S_X^2}$ $\sigma[X] = \sqrt{\text{Var}(X)}$
Kovarians	$S_{XY} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$ $\text{Cov}(X, Y) = E[(X - E(X))(Y - E(Y))] = E(X \cdot Y) - E(X) \cdot E(Y)$
Korrelasjon	$R_{XY} = \frac{S_{XY}}{S_X \cdot S_Y}$ $\rho(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{Var}(X)} \sqrt{\text{Var}(Y)}}$

Diskrete sannsynlighetsfordelinger

Binomisk fordeling	$X \sim \text{bin}(n, p)$ $P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$ $E(X) = np \quad \text{Var}(X) = np(1 - p)$
Hypergeometrisk fordeling	$X \sim \text{hypergeom}(N, M, n)$ $P(X = x) = \frac{\binom{M}{x} \cdot \binom{N - M}{n - x}}{\binom{N}{n}}$ $E(X) = n \cdot \frac{M}{N} \quad \text{Var}(X) = \frac{N - n}{N - 1} \cdot n \cdot \frac{M}{N} \left(1 - \frac{M}{N}\right)$
Poiissonfordeling	$P(X = x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$ $E(X) = \lambda \quad \text{Var}(X) = \lambda$

Kontinuerlige sannsynlighetsfordelinger

Generell normalfordeling	$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ $F(x) = G\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$ $P(X \leq x) = P(Z \leq z) = G(z)$
Standard normalfordeling	$Z \sim N(0, 1)$ $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad P(Z \leq z) = G(z)$ $G(-z) = 1 - G(z)$

Tilnærminger

Sentralgrenseteoremet	<p>La X_1, X_2, \dots, X_n være uavhengige variabler fra samme fordeling med forventning μ og varians σ^2.</p> <p>Da er</p> $\bar{X} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n) \quad \text{tilnærmet } N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ <p>og summen $X_1 + X_2 + \dots + X_n$ tilnærmet $N(n\mu, n\sigma^2)$</p>
-----------------------	--

Punktestimering

Estimering av μ	$\hat{\mu} = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ $E(\bar{X}) = \mu \quad \text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \quad SE(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
Estimering av σ^2	$\widehat{\sigma^2} = S_X^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad E(S_X^2) = \sigma^2$
Estimering av binomisk p	$\hat{p} = \frac{X}{n} \quad SE(\hat{p}) = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

Konfidensintervall

Z-intervall (kjent σ) for μ når n er stor (ca ≥ 30)/ σ antas kjent	$\bar{X} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}}$
T-intervall for μ år n er liten (ca < 30)/ S_X estimeres)	$\bar{X} \pm t_{\frac{\alpha}{2}}^{(v)} * \frac{S_X}{\sqrt{n}}$ $v = n - 1$
Konfidensintervall for p	$\left[\hat{p} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} * \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right] \quad \hat{p} = \frac{X}{n}$

Hypotesetesting

Z-test av μ når n er stor (ca ≥ 30)/ σ antas kjent)	$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$
T-test av μ når n er liten (ca < 30 / S_x estimeres)	$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S_x}{\sqrt{n}}}$
Z-test av p	$Z = \frac{X - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}} = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$

Vedlegg 2: Tabeller

Tabell 4. Normalkurven (arealtabell)

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998
3.5	.9998	.9998	.9998	.9998	.9998	.9998	.9998	.9998	.9998	.9998
3.6	.9998	.9998	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
3.7	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
3.8	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999	.9999
3.9	1.0000	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabellen gir arealet $G(z)$ under normalkurven til venstre for z . Eksempel: $z = 1.54$ gir $G(z) = 0.9382$.

Tabell 5. Normalkurven (fraktiltabell)

a	z	a	z	a	z
0.50	0.0000	0.30	0.5244	0.10	1.2816
.49	0.0251	.29	0.5534	.09	1.3408
.48	0.0502	.28	0.5828	.08	1.4051
.47	0.0753	.27	0.6128	.07	1.4758
.46	0.1004	.26	0.6434	.06	1.5548
.45	0.1257	.25	0.6745	.050	1.6449
.44	0.1510	.24	0.7063	.045	1.6954
.43	0.1764	.23	0.7389	.040	1.7507
.42	0.2019	.22	0.7722	.035	1.8119
.41	0.2275	.21	0.8064	.030	1.8808
.40	0.2534	.20	0.8416	.025	1.9600
.39	0.2793	.19	0.8779	.020	2.0538
.38	0.3055	.18	0.9154	.015	2.1701
.37	0.3319	.17	0.9542	.010	2.3264
.36	0.3585	.16	0.9945	.005	2.5758
.35	0.3853	.15	1.0364	.0010	3.0902
.34	0.4125	.14	1.0803	.0005	3.2905
.33	0.4399	.13	1.1264	.0001	3.7190
.32	0.4677	.12	1.1750		
.31	0.4959	.11	1.2265		

Tabellen gir z slik at arealet til høyre for z under normalkurven er lik a , det vil si $a = P(X \geq z)$, der X er standard normalfordelt. Eksempel: $a = 0.045$ gir $z = 1.6954$.

Tabell 8. t -kurver (fraktultabell)

ν	α	0.25	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001	0.0005
1		1.000	3.078	6.314	12.71	31.82	63.66	318.3	636.6
2		0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.33	31.60
3		0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.21	12.92
4		0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5		0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6		0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7		0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8		0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9		0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10		0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11		0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12		0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13		0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14		0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15		0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16		0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17		0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18		0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19		0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20		0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21		0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22		0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23		0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.768
24		0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25		0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
26		0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435	3.707
27		0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421	3.690
28		0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408	3.674
29		0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396	3.659
30		0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.646
35		0.682	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724	3.340	3.591
40		0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307	3.551
45		0.680	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690	3.281	3.520
50		0.679	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.261	3.496
55		0.679	1.297	1.673	2.004	2.396	2.668	3.245	3.476
60		0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
70		0.678	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648	3.211	3.435
80		0.678	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	3.195	3.416
90		0.677	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632	3.183	3.402
100		0.677	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.174	3.390
∞		0.675	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.290

Tabellen gir t slik at arealet til høyre for t under t -kurven med ν frihetsgrader er lik α .
 Eksempel: $\nu = 10$, $\alpha = 0.005$, gir $t = 3.169$.