Høgskolen i Østfold

SENSORVEILEDNING

Emnekode:	SFB10711
Emnenavn:	Metodekurs I: Grunnleggende matematikk og statistikk. Deleksamen 1: Individuell, skriftlig fire timers eksamen i matematikk. Utsatt eksamen.
Eksamensform:	Individuell, skriftlig fire timers eksamen
Dato:	07.06.2019
Faglærer(e):	Bjørnar Karlsen Kivedal
Eventuelt:	

Oppgave 1

a) $x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x-4) = 0$. Dette gir $x = 0$ og $x = 4$

b) Bruker abc-formelen: $\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2-4\cdot 3\cdot(-3)}}{2\cdot 3} = \frac{-8\pm\sqrt{64+36}}{6} = \frac{-8\pm 10}{6}$. Dette gir $x = -3$ og $x = \frac{1}{3}$

c) Den nederste ligningen gir $x = 2y + 1$. Setter dette inn i den første, som gir $3(2y+1) - 2y = 7 \Rightarrow$ $6y + 3 - 2y = 7 \Rightarrow 4y = 4 \Rightarrow y = 1$ og $x = 2\cdot 1 + 1 \Rightarrow x = 3$

d) $f(2) = 3\cdot 8 + 2\cdot 4 - 19\cdot 2 + 6 = 0$. Dermed vet vi at $x = 2$ er et nullpunkt slik at vi kan bruke polynomdivisjonen $(3x^3 + 2x^2 - 19x + 6):(x-2)$ som gir $3x^2 + 8x - 3$. Vi vet fra b) at denne kan faktoriseres til $(x+3)\left(x - \frac{1}{3}\right)$, slik at $f(x) = (x-2)(x+3)\left(x-\frac{1}{3}\right)$

$$(3x^3 + 2x^2 - 19x + 6):(x-2) = 3x^2 + 8x - 3$$
$$-(3x^3 - 6x^2)$$
$$8x^2 - 19x$$
$$-(8x^2 - 16x)$$
$$-3x + 6$$
$$-3x + 6$$
$$0$$

Oppgave 2

a) $f'(x) = 2x + 1 + \frac{1}{1/x}\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right) = 2x + 1 - \frac{1}{x}$

b) $f'(x) = 2x\cdot\left(\sqrt{x} + 2x\right) + x^2\cdot\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + 2\right) = 2\sqrt{x^3} + 4x^2 + \frac{1}{2}\sqrt{x^3} + 2x^2 = \frac{5}{2}\sqrt{x^3} + 6x^2$

c) $f'(x) = 3(2x^2+1)^2\cdot 4x + 8x = 12x(2x^2+1)^2 + 8x$

d) $f'(x) = (2x+2)e^{x^2+2x}$

Oppgave 3

a) Vi får da vekstfaktoren $k = 1 + \frac{5}{100} = 1{,}05$. Bruker bankformelen og får at etter fem år har verdien vokst til $150\,000 \cdot 1{,}05^5 = 191\,442$

b) $150\,000 \cdot 1{,}05^x = 210\,000 \Rightarrow 1{,}05^x = \frac{210\,000}{150\,000} = 1{,}4 \Rightarrow \ln 1{,}05^x = \ln 1{,}4 \Rightarrow x = \frac{ln 1{,}4}{ln 1{,}05} = 6{,}896$. Det tar 7 år.

c) $A = K\frac{r}{1-(1+r)^{-n}} = 200\,000\frac{0{,}07}{1-1{,}07^{-20}} = 18\,878{,}59$

d) Etter det sjette terminbeløpet er betalt har vi 14 terminbeløp igjen. Restlånet er da $S = A\frac{1-(1+r)^{-n}}{r} =$ $18\,878{,}59 \cdot \frac{1-1{,}07^{-14}}{0{,}07} = 165\,102{,}10$. Nytt terminbeløp blir da $A = K\frac{r}{1-(1+r)^{-n}} =$ $156\,102{,}10\frac{0{,}05}{1-1{,}05^{-14}} = 15\,770{,}05$

Oppgave 4

a) $K'(x) = 0{,}1x + 25$

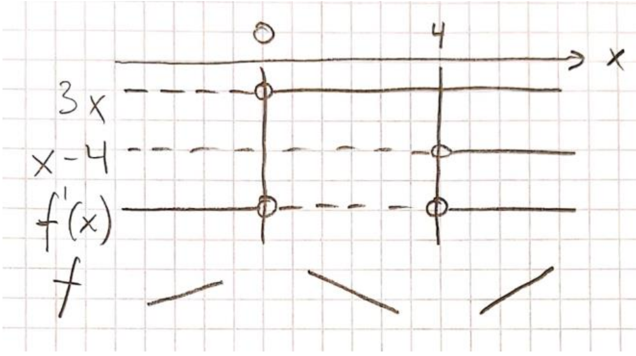
b) $K'(50) = 0{,}1\cdot 50 + 25 = 30$. Kostnadene ved å produsere en ekstra enhet dersom vi produserer 50 enheter er 30.

c) $\pi(x) = I(x) - K(x) = -0{,}1x^2 + 85x - 0{,}05x^2 - 25x - 2000 = -0{,}15x^2 + 60x - 2000$

d) Profitten er størst der $\pi'(x) = 0 \Rightarrow -0{,}3x + 60 = 0 \Rightarrow 0{,}3x = 60 \Rightarrow x = 200$ enheter. Profitten blir da $\pi(200) = -0{,}15x^2 + 15x - 2000 = -0{,}15\cdot 200^2 + 60\cdot 200 - 2000 = 4\,000$

Oppgave 5

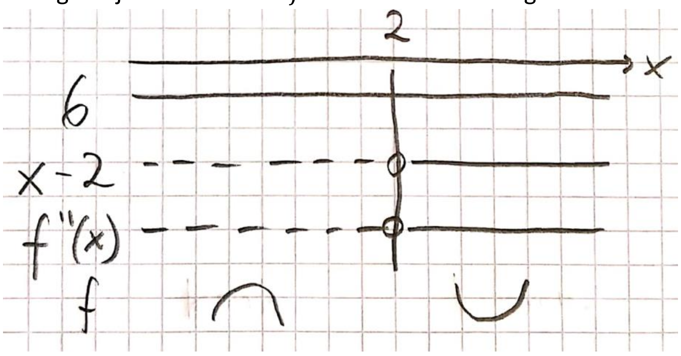
a) Vi har da $f'(x) = 3x^2 - 12x = 3x(x-4)$ som vi kan drøfte i et fortegnsskjema:



Dette viser at funksjonen vokser for x<0 og x>4 og avtar for 0<x<4

b) Fra faktoriseringen i a) ser vi at ekstremalpunktene er x=0 og x=4, og fra fortegnsskjemaet ser vi at x=0 er et lokalt maksiumspunkt, mens x=4 er et lokalt minimumspunkt. $f(0) = 3$ og $f(4) = -29$

c) Vi har videre at $f''(x) = 6x - 12 = 6(x-2)$ slik at vi har et vendepunkt der $f''(x) = 0 \Rightarrow x = 2$. Fra fortegnsskjemaet ser vi at f er konkav for x<2 og konveks for x>2



d) $f(1) = 1 - 6 + 3 = -2$ og $f'(1) = 3 - 12 = -9$. Bruker tangentformelen og får $y + 2 = (-9) \cdot (x-1) \Rightarrow y = -9x + 9 - 2 \Rightarrow y = -9x + 7$

Oppgave 6

a) $f_x'(x,y) = 6\text{x}^2 - 2xy \qquad f_y'(x,y) = -x^2 + 2y$

$f_{xx}''(x,y) = 12x - 2y \qquad f_{yy}''(x,y) = 2 \qquad f_{xy}''(x,y) = -2x$

b) Lokale stasjonære punkter finner vi der $f_x'(x,y) = f_y'(x,y) = 0$

$f_y'(x,y) = 0 \Rightarrow -x^2 + 2y = 0 \Rightarrow 2y = x^2$ Setter dette inn i $f_x'(x,y) = 0 \Rightarrow 6x^2 - x \cdot x^2 = 0 \Rightarrow 6x^2 - x^3 = 0 \Rightarrow x^2(6-x) = 0 \Rightarrow x = 0$ og $x = 6$. Vi har at $2y = x^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2$. Dette gir $y = \frac{1}{2} \cdot 0 = 0$ og $y = \frac{1}{2}6^2 = 18$ som gir de to lokale stasjonære punktene (0,0) og (6,18).

c) Punktet (6,18): $A = f_{xx}''(6{,}18) = 36 \;\; B = f_{xy}''(6{,}18) = -12 \;\; C = f_{yy}''(6{,}18) = 2$ som gir $AC - B^2 = -72$. Siden $AC - B^2 < 0$ er punktet (6,18) et sadelpunkt