Høgskolen i Østfold

SENSORVEILEDNING

Emnekode:	SFB10711
Emnenavn:	Metodekurs I: Grunnleggende matematikk og statistikk. Deleksamen 1: Individuell, skriftlig fire timers eksamen i matematikk
Eksamensform:	Individuell, skriftlig fire timers eksamen
Dato:	27.11.2018
Faglærer(e):	Bjørnar Karlsen Kivedal
Eventuelt:	

Oppgave 1

a) Bruker abc-formelen og får $x = \frac{5 \pm \sqrt{25-4\cdot2\cdot3}}{2\cdot2} = \frac{5\pm\sqrt{1}}{4}$ Dette gir $x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ og $x = \frac{4}{4} = 1$

b) Utfører polynomdivisjonen f(x):(x+2) som gir andregradsfunksjonen fra a). Dvs. x=3/2, x=1 og x=-2 er løsninger.

c) $x - 3x < -3 \Rightarrow -2x < -3 \Rightarrow 2x > 3 \Rightarrow x > \frac{3}{2}$

d) $A = 224000 \frac{0{,}055}{1-1{,}055^{-20}} = 18744{,}17$

e) Sum renter: $18744{,}17 \cdot 20 - 224000 = 150\,883{,}40$

Oppgave 2

a) Disse finner vi der $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2) = 0$ som vi får dersom $3x = 0 \Rightarrow x = 0$ eller $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$. Setter opp et fortegnsskjema for å se hvor funksjonen vokser og avtar: … f(x) vokser for $x < 0$ og $x > 2$ og avtar for $0 < x < 2$. Vi ser fra fortegnsskjemaet/førstederiverttesten at vi har et maksimumspunkt for x=0 og et minimumspunkt for x=2. Vi har at f(0)=6 og f(2)=2, samt at f(-4)=-106 og f(4)=22. Dermed er x=-4 globalt minimum og x=4 globalt maksimum, mens x=0 er lokalt maks og x=2 lokalt min.

b) Vendepunktet finner vi der $f''(x) = 6x - 6 = 6(x-1) = 0$ som vi får dersom $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$. Setter opp et fortegnsskjema. Fra fortegnsskjemaet ser vi at funksjonen er konveks for x>1 og konkav for x<1

c) Vi har at $f(1) = 1 - 3 + 6 = 4$ og $f'(1) = 3 - 6 = -3$. Tangenten i punktet x=1 blir da $y - f(1) = f'(1)(x-1) \Rightarrow y - 4 = (-3)(x-1) \Rightarrow y = -3x + 3 + 4 \Rightarrow y = 7 - 3x$

Oppgave 3a

a) $f'(x) = \frac{1}{x^3+3x^2} \cdot (3x^2 + 6x) = \frac{3x^2+6x}{x^3+3x^2} = \frac{3x+6}{x^2+3x}$

b) $g'(x) = \frac{3\cdot(x^2+4) - 3x\cdot2x}{(x^2+4)^2} = \frac{3x^2+12-6x^2}{(x^2+4)^2} = \frac{12-3x^2}{(x^2+4)^2}$

c) $h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot 2 + 2 \cdot (-2)\frac{1}{x^3} = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{4}{x^3}$

Oppgave 4

a) Grensekostnaden: $K'(x) = x + 20$

b) $A(x) = \frac{K(x)}{x} = 0{,}5x + 20 + \frac{300}{x}$. Minst der $A'(x) = 0{,}5 - \frac{300}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{300}{x^2} = 0{,}5 \Rightarrow x^2 = 600 \Rightarrow x = 24{,}49 \approx 24$

c) $\pi(x) = 50x - (0{,}5x^2 + 20x + 300) = 30x - 0{,}5x^2 - 300$

d) $\pi'(x) = 30 - x = 0 \Rightarrow x = 30$. $\pi(30) = 30 \cdot 30 - 0{,}5 \cdot 30^2 - 300 = 150$

Oppgave 5

a) $52{,}4 \cdot 1{,}01^5 = 55{,}07$

b) $S(6) = 52{,}4 \cdot \frac{1-1{,}01^6}{1-1{,}01} = 322{,}37$

c) $52{,}4 \cdot 0{,}99^5 = 49{,}83$

d) $52{,}4 \cdot 0{,}99^x = 26{,}2 \Rightarrow 0{,}99^x = 0{,}5 \Rightarrow \ln(0{,}99^x) = ln0{,}5 \Rightarrow xln0{,}99 = ln0{,}5 \Rightarrow x = \frac{ln0{,}5}{ln0{,}99} = 68{,}97$ år

Oppgave 6

a) $f_x'(x,y) = -4x + 8 + 2y$ og $f_y'(x,y) = 2x - 2y$. Av 2. orden: $f_{xx}''(x,y) = -4$ og $f_{yy}''(x,y) = -2$ og $f_{xy}''(x,y) = 2$

b) Stasjonære punkter finner vi der $f_x'(x,y) = -4x + 8 + 2y = 0$ og $f_y'(x,y) = 2x - 2y = 0$. Sistnevnte gir $2x = 2y \Rightarrow x = y$. Setter dette inn i $f_x'(x,y) = 0$ som gir $-4x + 8 + 2x = 0 \Rightarrow -2x = -8 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$ og $y = 4$ og dermed punktet (4,4)

Siden $AC - B^2 = (-4)\cdot(-2) - 2^2 = 8 - 4 = 4 > 0$ og $A < 0$ er punktet et toppunkt.

c) Får da Lagrangefunksjonen $L(x,y) = -4x + 8 + 2y - \lambda(3x + 6y - 23)$. Deriverer mhp x og y og setter lik null:

$$L_x(x,y) = -4x + 8 + 2y - 3\lambda = 0 \Rightarrow 3\lambda = -4x + 8 + 2y$$

$$L_y(x,y) = 2x - 2y - 6\lambda = 0 \Rightarrow 6\lambda = 2x - 2y \Rightarrow 3\lambda = x - y$$

Setter $3\lambda = 3\lambda$:

$$-4x + 8 + 2y = x - y \Rightarrow 3y = 5x - 8 \Rightarrow y = \frac{5}{3}x - \frac{8}{3}$$

Setter dette inn i betingelsen

$$3x + 6\left(\frac{5}{3}x - \frac{8}{3}\right) = 23 \Rightarrow 3x + 10x - 16 = 23 \Rightarrow 13x = 39 \Rightarrow x = 3$$

Setter dette inn i betingelsen:

$$3 \cdot 3 + 6y = 23 \Rightarrow 6y = 23 - 9 \Rightarrow 6y = 14 \Rightarrow y = \frac{7}{3}$$