

EKSAMEN

Emnekode: SFB10711	Emnenavn: Metodekurs 1, deleksamen i matematikk
Dato: 2. mars 2018	Eksamenstid: 4 timer
Hjelpemidler: Godkjent kalkulator og utdelt formelsamling	Faglærer: Hans Kristian Bekkevard
Om eksamensoppgaven og poengberegning: <p>Oppgavesettet består av 4 sider inklusiv denne forsiden. De siste 5 sidene er formelsamlingen.</p> <p>Kontroller at oppgaven er komplett før du begynner å besvare spørsmålene. Alle oppgaver skal besvares. Vis utregninger. Alle deloppgaver teller likt ved sensurering.</p> <p>Lykke til!</p>	
Sensurfrist: 23. mars 2018 <p>Karakterene er tilgjengelige for studenter i Studentweb www.hiof.no/studentweb</p>	



Oppgave 1

a) Løs likningen $x^2 - 9 = 0$

b) Løs likningene i likningssystemet nedenfor:

I: $x + 2y = -2$

II: $-3x + y = -8$

c) Løs likningen $-2x^2 + 6x + 8 = 0$

d) Løs ulikheten $\frac{-2x^2+6x+8}{x} > 0$

Oppgave 2

Gitt funksjonen $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 3x^2 + 8x$

a) Finn x-verdiene til funksjonens maksimumspunkt og minimumspunkt.

b) Finn x-verdien og y-verdien til funksjonens vendepunkt.

c) Finn når funksjonen er konveks og når den er konkav.

d) Finn tangentlikningen i vendepunktet.

Oppgave 3

Angi svarene i denne oppgaven med 2 desimaler

a) Hvilket beløp må settes i banken i dag for at innestående etter 5 år skal være 40 000 med en årlig rente på 2 %?

Anta at du skal låne 40 000 som skal nedbetales som et annuitetslån med årlige terminer over en periode på 5 år og med en årlig rente på 2 %.

b) Hva er årlig terminbeløp?

c) Hva er restgjelden etter 3 år?

d) Hvor mye betaler du totalt i renter i løpet av lånets løpetid?

Oppgave 4

Gitt $f(x) = x^3 + 9x^2 + 26x + 24$

- Finn funksjonsverdiene til $x = -2$ og $x = -1$
- Gjennomfør polynomdivisjonen $(x^3 + 9x^2 + 26x + 24) : (x + 2)$
- Finn nullpunktene til $f(x)$.
- Faktoriser $f(x)$.

Oppgave 5

En virksomhet har følgende inntektsfunksjon og kostnadsfunksjon (for innkjøp og salg av en bestemt vare som kjøpes og selges i x kg)

$$I(x) = -0,04x^2 + 250x$$

$$K(x) = 0,05x^2 + 25x + 30\,625$$

- Dersom det kjøpes og selges 125 kg, hva er da grenseinntekten og grensekostnaden?
- Finn vinningsoptimum og maksimal profitt.
- Finn kostnadsoptimum og minste enhetskostnad.
- En etterspørselsfunksjon er gitt ved $x(p) = 500(3 - p)$. Finn et uttrykk for priselastisiteten.

Bruk svaret til å forklare hva som skjer med etterspørselen dersom prisen fra et nivå $p = 2$ endres med en prosent.

Oppgave 6

- Finn $f'(x)$ når $f(x) = x^4 e^x$
- Finn $f'(x)$ når $f(x) = \frac{x^5 + 10}{x}$
- Finn $f'(x)$ når $f(x) = \ln\left(\frac{1}{3}x^3 + e^{2x}\right)$

Oppgave 7

Gitt funksjonen $f(x, y) = e^{2x} + y^2 + xy$

- a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden

En annen funksjon har følgende partielle deriverte av 1. og 2. orden:

$$f'_x(x, y) = 3x^2 + 6x$$

$$f'_y(x, y) = -6y + 3$$

$$f''_{xx}(x, y) = 6x + 6$$

$$f''_{xy}(x, y) = f''_{yx}(x, y) = 0$$

$$f''_{yy}(x, y) = -6$$

- b) Finn og klassifiser de stasjonære punktene til denne funksjonen.

Formelsamling i metode 1 (matematikk)

Kapittel 1

Kvadratsetningene	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
Potensregning	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ $(a^n)^m = a^{nm}$

Kapittel 3

Abc formelen	$ax^2 + bx + c = 0 \text{ gir løsninger (røtter)}$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Faktorisering	Har $ax^2 + bx + c$ røttene r_1 og r_2 så er $ax^2 + bx + c = a(x - r_1)(x - r_2)$

Kapittel 4

Bankformelen	<p>Setter du et beløp A inn i banken med rente r per år, så er beløpet vokst til $A(1 + r)^n$ etter n år.</p> <p>Og helt tilsvarende, setter du inn et beløp A inn i banken med perioderente r per periode, så er beløpet vokst til $A(1 + r)^n$ etter n perioder.</p>
--------------	--

Aritmetisk rekke	<p>Summen av n ledd i en aritmetisk rekke er gitt ved</p> $S(n) = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}, \text{ eller ved}$ $S(n) = n \left(a_1 + \frac{(n-1)d}{2} \right)$ <p>Ledd nr. n: $a_n = a_1 + (n-1)d$</p>
Geometrisk rekke	<p>Summen av n ledd i en geometrisk rekke er gitt ved</p> $S(n) = a_1 \cdot \frac{1 - k^n}{1 - k}$ <p>Ledd nr. n: $a_n = a_1 \cdot k^{n-1}$</p>

Kapittel 5

Nåverdi	Nåverdien til et beløp A utbetalt om t tidsperioder er $\frac{A}{(1+r)^t}$ hvor r er perioderenten.
Kontinuerlig rente	$A_t = A_0 e^{rt}$
Nåverdi av en annuitet, første betaling om en periode	$S = A \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r}$
Terminbeløpet ved et annuitetslån	$A = \frac{K \cdot r}{1 - (1+r)^{-n}}$

Kapittel 6

Definisjon av den deriverte	$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$
Deriverte av potensfunksjon	$f(x) = x^n$ $f'(x) = nx^{n-1}$
Derivert av konstant ganger funksjon	$g(x) = k \cdot f(x)$ $g'(x) = k \cdot f'(x)$
Derivert av sum/differanse	$h(x) = g(x) \pm f(x)$ $h'(x) = g'(x) \pm f'(x)$

Produktregelen	$(uv)' = u' \cdot v + u \cdot v'$
Brøkregelen/kvotientregelen	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
Kjerneregelen	$f(x) = u^n$ $f'(x) = nu^{n-1} \cdot u'$ $f(x) = e^u$ $f'(x) = e^u \cdot u'$ $f(x) = \ln(u)$ $f'(x) = \frac{1}{u} \cdot u'$
Tangentformel	$y - y_1 = a \cdot (x - x_1)$ eller $y - f(a) = f'(a) \cdot (x - a)$
Elastisitet	$El_x f(x) = \frac{x}{f(x)} \cdot f'(x)$

Kapittel 7

Krumming/Konveksitet	$f''(x) \geq 0$ konveks $f''(x) \leq 0$ konkav
Vendepunkt	$f''(x)$ bytter fortegn
Andrederiverttesten	<p>La $f(x)$ være en dobbeltderiverbar funksjon, og la a være et tall sånn at $f'(a) = 0$. Da er:</p> <p>I: a et lokalt maksimumspunkt/toppunkt hvis $f''(a) < 0$</p> <p>II: a et lokalt minimumspunkt/bunnpunkt hvis $f''(a) > 0$</p>

Kapittel 8

Stasjonære punkt	<p>Et punkt x_0, y_0 kalles et stasjonært punkt dersom</p> $f'_x(x_0, y_0) = 0 \quad \text{og} \quad f'_y(x_0, y_0) = 0$
Klassifisering av stasjonære punkter	$A = f''_{xx}(x, y)$ $B = f''_{xy}(x, y)$ $C = f''_{yy}(x, y)$ <p>Vi betrakter $AC - B^2$ for et stasjonært punkt.</p> <p>Det stasjonære punktet er et:</p> <p>I: Lokalt maksimumspunkt hvis $AC - B^2 > 0$ og $A < 0$</p> <p>II: Lokalt minimumspunkt hvis $AC - B^2 > 0$ og $A > 0$</p> <p>III: Sadelpunkt hvis $AC - B^2 < 0$</p>
Lagranges metode	$L(x, y) = f(x, y) - \lambda(g(x, y) - c)$