

EKSAMEN

Emnekode: SFB10711	Emnenavn: Metode 1 matematikk
Dato: 21. februar 2017	Eksamenstid: 4 timer
Hjelpemidler: Godkjent kalkulator og utdelt formelsamling	Faglærer: Hans Kristian Bekkevard
Om eksamensoppgaven og poengberegning: <p>Oppgavesettet består av 8 sider inklusiv denne forsiden. De siste 4 sidene er formelsamlingen.</p> <p>Kontroller at oppgaven er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.</p> <p>20 oppgaver skal besvares og alle teller likt ved sensurering.</p> <p>Lykke til!</p>	
Sensurfrist: 14. mars 2017 <p>Karakterene er tilgjengelige for studenter på Studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. www.hiof.no/studentweb</p>	



Oppgave 1

En funksjon $f(x)$ er gitt ved $f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 34x + 30$

- Regn ut funksjonsverdiene til $x = 1$ og $x = 3$.
- Gjennomfør polynomdivisjonen $f(x) : (x + 5)$.
- Finn nullpunktene til $f(x)$ og faktorer $f(x)$.

Oppgave 2

En funksjon $f(x)$ er gitt ved $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$. Den er definert for alle verdier av x .

- Avgjør for hvilke verdier av x funksjonen er voksende og avtakende, og bestem x -verdiene til maksimum og minimumspunktene til $f(x)$.
- Avgjør for hvilke verdier av x funksjonen er konveks og konkav, finn vendepunktet og regn ut uttrykket til tangenten i vendepunktet.

Oppgave 3

Finn den førstederiverte til følgende funksjonsuttrykk:

- $f(x) = \frac{x^3}{x-1}$
- $g(x) = \frac{1}{2}x^2(x + 4)$
- $h(x) = e^{2x^2 + \ln(3x)}$

Oppgave 4

- Hva er differansen (d) i en aritmetisk rekke definert ved $a_1 = 50$ og $a_9 = 32$?
- Hva er det 8. leddet i en geometrisk rekke definert ved $a_1 = 2$ og $k = 2,25$?
- Hva er summen av de 8 første leddene i en geometrisk rekke definert ved $a_1 = 2$ og $k = 2,25$?

Oppgave 5

For en produksjonsbedrift får du oppgitt følgende funksjonen som viser sum totale kostnader $K(x)$ ved et produksjonsnivå på x enheter:

$$K(x) = 0,2x^2 + 60x + 80$$

- Finn grensekostnadsfunksjonen og enhetskostnadsfunksjonen.

b) Finn kostnads optimum og laveste enhetskostnad.

c) En vares etterspørsel ved pris p er gitt ved $x(p) = 100 - p^2$. Bestem et uttrykk for priselastisiteten. Beregn elastisiteten for $p = 6$. Er etterspørselen elastisk eller uelastisk ved dette prisnivået?

Oppgave 6

a) Hvor lang tid tar det før et engangsinnskudd på 20 000 kr har blitt til 22 000 kr ved en årlig rente på 1,5 % p.a?

Anta at du skal låne 50 000 kr som et annuitetslån med månedlige terminer som skal betales ned over 4 år. Årlig rente er 2,4 % p.a.

b) Hva er månedlig terminbeløp?

c) Hva er restgjelden du må betale dersom du ønsker å tilbakebetale hele lånet etter 3 år?

Oppgave 7

En funksjon er gitt ved $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + x^2 - y^2 + 2$ og er definert for alle x og y .

a) Finn de partiell deriverte av 1. og 2. orden.

b) Finn eventuelle stasjonære punkter.

c) Klassifiser de stasjonære punktene.

Formelsamling i metode 1 (matematikk)

Kapittel 1

Kvadratsetningene	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
Potensregning	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ $(a^n)^m = a^{nm}$

Kapittel 3

Abc formelen	$ax^2 + bx + c = 0 \text{ gir løsninger (røtter)}$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Faktorisering	Har $ax^2 + bx + c$ røttene r_1 og r_2 så er $ax^2 + bx + c = a(x - r_1)(x - r_2)$

Kapittel 4

Bankformelen	<p>Setter du et beløp A inn i banken med rente r per år, så er beløpet vokst til $A(1 + r)^n$ etter n år.</p> <p>Og helt tilsvarende, setter du inn et beløp A inn i banken med perioderente r per periode, så er beløpet vokst til $A(1 + r)^n$ etter n perioder.</p>
--------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Aritmetisk rekke	<p>Summen av n ledd i en aritmetisk rekke er gitt ved</p> $S(n) = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}, \text{ eller ved}$ $S(n) = n \left(a_1 + \frac{(n-1)d}{2} \right)$ <p>Ledd nr. n: $a_n = a_1 + (n-1)d$</p>
Geometrisk rekke	<p>Summen av n ledd i en geometrisk rekke er gitt ved</p> $S(n) = a_1 \cdot \frac{1 - k^n}{1 - k}$ <p>Ledd nr. n: $a_n = a_1 \cdot k^{n-1}$</p>

Kapittel 5

Nåverdi	Nåverdien til et beløp A utbetalt om t tidsperioder er $\frac{A}{(1+r)^t}$ hvor r er perioderenten.
Kontinuerlig rente	$A_t = A_0 e^{rt}$
Nåverdi av en annuitet, første betaling om en periode	$S = A \frac{1 - (1+r)^{-n}}{r}$
Terminbeløpet ved et annuitetslån	$A = \frac{K \cdot r}{1 - (1+r)^{-n}}$

Kapittel 6

Definisjon av den deriverte	$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$
Deriverte av potensfunksjon	$f(x) = x^n$ $f'(x) = nx^{n-1}$
Derivert av konstant ganger funksjon	$g(x) = k \cdot f(x)$ $g'(x) = k \cdot f'(x)$
Derivert av sum/differanse	$h(x) = g(x) \pm f(x)$ $h'(x) = g'(x) \pm f'(x)$

Produktregelen	$(uv)' = u' \cdot v + u \cdot v'$
Brøkregelen/kvotientregelen	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
Kjerneregelen	$f(x) = u^n$ $f'(x) = nu^{n-1} \cdot u'$ $f(x) = e^u$ $f'(x) = e^u \cdot u'$ $f(x) = \ln(u)$ $f'(x) = \frac{1}{u} \cdot u'$
Tangentformel	$y - y_1 = a \cdot (x - x_1)$ eller $y - f(a) = f'(a) \cdot (x - a)$
Elastisitet	$El_x f(x) = \frac{x}{f(x)} \cdot f'(x)$

Kapittel 7

Krumming/Konveksitet	$f''(x) \geq 0$ konveks $f''(x) \leq 0$ konkav
Vendepunkt	$f''(x)$ bytter fortegn
Andrederiverttesten	<p>La $f(x)$ være en dobbeltderiverbar funksjon, og la a være et tall sånn at $f'(a) = 0$. Da er:</p> <p>I: a et lokalt maksimumspunkt/toppunkt hvis $f''(a) < 0$</p> <p>II: a et lokalt minimumspunkt/bunnpunkt hvis $f''(a) > 0$</p>

Kapittel 8

Stasjonære punkt	<p>Et punkt x_0, y_0 kalles et stasjonært punkt dersom</p> $f'_x(x_0, y_0) = 0 \quad \text{og} \quad f'_y(x_0, y_0) = 0$
Klassifisering av stasjonære punkter	$A = f''_{xx}(x, y)$ $B = f''_{xy}(x, y)$ $C = f''_{yy}(x, y)$ <p>Vi betrakter $AC - B^2$ for et stasjonært punkt.</p> <p>Det stasjonære punktet er et:</p> <p>I: Lokalt maksimumspunkt hvis $AC - B^2 > 0$ og $A < 0$</p> <p>II: Lokalt minimumspunkt hvis $AC - B^2 > 0$ og $A > 0$</p> <p>III: Sadelpunkt hvis $AC - B^2 < 0$</p>
Lagranges metode	$L(x, y) = f(x, y) - \lambda(g(x, y) - c)$