

## EKSAMEN

Emnekode: SFB12003	Emne: Metodekurs II: Samfunnsvitenskapelig metode og anvendt statistikk
Dato: 17.12.2015	Eksamenstid: kl. 0900 til kl. 1300
Hjelpemidler: Kalkulator	Faglærer: Bjørnar Karlsen Kivedal
<p>Eksamensoppgaven: Oppgavesettet består av 12 sider inklusiv denne forsiden. Kontroller at oppgaven er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.</p> <p>Oppgavesettet består av 5 oppgaver, hvor vekten til hver oppgave er angitt i prosent i oppgaveteksten. Alle oppgavene skal besvares.</p> <p>Dersom noe er uklart eller mangler i oppgavene, inngår det som en del av oppgaven å ta de nødvendige forutsetninger.</p>	
Sensurdato: <u>19.01.2016</u> Karakterene er tilgjengelige for studenter på studentweb senest to dager etter oppgitt sensurfrist. Følg instruksjoner gitt på: <a href="http://www.hiof.no/index.php?ID=7027">http://www.hiof.no/index.php?ID=7027</a>	

## Oppgave 1 (10%)

Redegjør kort for følgende begreper:

- Teoretisk og statistisk generalisering
- Triangulering (design- og metodetriangulering)
- Snøballmetoden
- Primær- og sekundærdata

## Oppgave 2 (15%)

Beskriv kort forskjeller mellom kvantitativ og kvalitativ metode. Bruk et eksempel til å diskutere styrker og svakheter ved de to tilnærmingene.

## Oppgave 3 (25%)

Du skal lage et opplegg til en kvantitativ spørreundersøkelse om temaet studenters ferievaner.

- Lag en problemstilling innenfor temaet studenters ferievaner.
- Identifiser de variablene i problemstillingen som må operasjonaliseres og foreslå hvordan disse variablene kan operasjonaliseres.
- Gjør rede for ulike fremgangsmåter for å trekke utvalg til en slik undersøkelse. Hva menes med representativt utvalg? Hva kan være mulige årsaker til systematisk frafall i en slik undersøkelse?
- Drøft hvilke etiske og metodiske problemer du vil kunne støte på for undersøkelsen som helhet.

## Oppgave 4 (35%)

Finansdepartementet i USA ønsker å undersøke hvorvidt bruk av penger på forskning og utvikling gjør nytte for seg. De har sett på observasjoner for de siste 34 årene for samlede utgifter til forskning og utvikling målt i milliarder dollar (*FoU*) og antall tusen patentsøknader som er sendt inn (*Patenter*)

	<b>1982</b>	<b>1983</b>	<b>1984</b>	<b>1985</b>	<b>1986</b>	<b>1987</b>	<b>1988</b>	<b>1989</b>	
Patenter	84,5	88,2	90,4	91,1	93,2	100,4	93,5	93,0	
FoU	57,94	60,59	64,44	70,66	76,83	80,00	84,82	86,84	
	<b>1990</b>	<b>1991</b>	<b>1992</b>	<b>1993</b>	<b>1994</b>	<b>1995</b>	<b>1996</b>	<b>1997</b>	
Patenter	98,7	104,4	109,4	111,1	105,3	109,6	107,4	108,0	
FoU	88,81	88,28	85,29	83,18	85,07	86,72	85,45	83,41	
	<b>1998</b>	<b>1999</b>	<b>2000</b>	<b>2001</b>	<b>2002</b>	<b>2003</b>	<b>2004</b>	<b>2005</b>	<b>2006</b>
Patenter	110,0	109,0	109,3	108,9	113,0	114,5	118,4	112,4	120,6
FoU	87,44	90,11	94,50	99,28	103,64	108,77	113,96	121,72	133,33
	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	<b>2014</b>	<b>2015</b>
Patenter	127,1	133,0	139,8	151,9	166,3	176,7	178,4	187,2	189,4
FoU	144,78	148,39	150,90	154,36	157,19	161,86	164,54	166,70	165,20

Dersom vi betegner observasjonene for FoU med  $X_i$  og Patenter med  $Y_i$ , kan vi beregne følgende:

$$\sum(x_i - \bar{x})^2 = 38821,2$$

$$\sum(y_i - \bar{y})^2 = 28341,4$$

$$\sum(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x}) = 30743,9$$

- Beregn korrelasjonen mellom utgifter til FoU og antall patentsøknader. Hva gir korrelasjonen uttrykk for?
- Finansdepartementet bruker dataene over til å estimere regresjonsmodellen  $Y_i = \alpha + \beta x_i + e_i$ , der  $\alpha$  og  $\beta$  er parametere og  $e_i$  er et stokastisk feilledd. Estimer  $\alpha$  og  $\beta$  ved enkel lineær regresjon (minste kvadraters metode), og forklar hva de estimerte verdiene forteller.
- Hvor stor andel av variasjonen i antall patentsøknader forklarer modellen?
- Finansdepartementet ønsker å undersøke påstanden om at høyere bruk av midler på forskning og utvikling fører til økning i antall patentsøknader. Formuler og gjennomfør en test av denne påstanden. Bruk et signifikansnivå på 5%.
- Myndighetene vurderer å redusere midlene til FoU i neste års statsbudsjett slik at samlede utgifter til FoU blir 150 milliarder dollar. Beregn et 90 % prediksjonsintervall for antall patentsøknader i 2016.

Det utføres i tillegg en mutippel regresjonsanalyse der en variabel for årstall (med minimumsverdi 1982 og maksimumsverdi 2015)  $Z_i$  inkluderes som en ekstra forklaringsvariabel i tillegg til utgifter til FoU. Korrelasjonsmatrisen for de tre variablene vi har observert er gitt som:

Correlation coefficients, using the observations 1982 - 2015  
5% critical value (two-tailed) = 0,3388 for n = 34

Patenter	FoU	Z	
1,0000	0,9269	0,8878	Patenter
	1,0000	0,9470	FoU
		1,0000	Z

Resultatene fra den multiple regresjonen blir:

Model 2: OLS, using observations 1982-2015 (T = 34)  
Dependent variable: Patenter

	<i>Coefficient</i>	<i>Std. Error</i>	<i>t-ratio</i>	<i>p-value</i>	
const	-526,93	1198,06	-0,4398	0,6631	
FoU	0,712649	0,178644	3,9892	0,0004	***
Z	0,288377	0,615296	0,4687	0,6426	
Mean dependent var	119,2382	S.D. dependent var		29,30583	
Sum squared resid	3966,196	S.E. of regression		11,31114	
R-squared	0,860057	Adjusted R-squared		0,851028	
F(2, 31)	95,25910	P-value(F)		5,78e-14	
Log-likelihood	-129,1503	Akaike criterion		264,3007	
Schwarz criterion	268,8798	Hannan-Quinn		265,8623	
rho	0,948348	Durbin-Watson		0,225960	

- f) Diskuter forskjellene mellom resultatene du beregnet i b), c), og d) og resultatene fra den multiple regresjonen over, og hva som kan være årsaker til forskjellene.
- g) Bruk modellen til å predikere antall patentsøknader i 2016 ved samlede utgifter til FoU som gitt i oppgave e), og diskuter eventuelle forskjeller mellom det du fant i oppgave e) (det er ikke nødvendig å beregne et prediksjonsintervall her).

### Oppgave 5 (15%)

Det er tatt tilfeldige utvalg på 500 ansatte fra fire bedrifter, og de ansatte er spurt om de jobber heltid eller deltid. Resultatene er som følger:

	Bedrift A	Bedrift B	Bedrift C	Bedrift D
Arbeider deltid	130	142	136	118
Arbeider heltid	370	358	364	382

Sett opp hypoteser og test hvorvidt andelen som jobber deltid varierer mellom bedriftene. Bruk et 10% signifikansnivå.

# Formelark eksamen metodekurs II

## Kapittel 6

### Punkttestimering

Estimering av $\mu$	$\hat{\mu} = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ $E(\bar{X}) = \mu \quad \text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \quad SE(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
Estimering av $\sigma^2$	$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad E(S^2) = \sigma^2$
Estimering av p	$\hat{p} = \frac{x}{n} \quad SE(\hat{p}) = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

### Konfidensintervall

Z-intervall (kjent $\sigma$ ) 100(1 - $\alpha$ ) % for $\mu$	$\left[ \bar{X} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$
Lengde av Z-intervall	$L = 2 \cdot z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
T-intervall (ukjent $\sigma$ ) 100(1 - $\alpha$ ) % for $\mu$	$\left[ \bar{X} - t_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right]$
Konfidensintervall 100(1 - $\alpha$ ) % for p	$\left[ \hat{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$

### Hypotesetesting

Z-test av $\mu$ (når $\sigma$ er kjent)	$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$
T-test av $\mu$ (når $\sigma$ er ukjent)	$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$
Z-test av p	$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$

## Kapittel 7

### Korrelasjon og regresjon

Korrelasjon	$r = \frac{S_{XY}}{S_X \cdot S_Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$
-------------	--

Stigningstall	$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$
Skjæringspunkt	$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x}$
R kvadrat	$r^2 = \frac{SS_R}{SS_T}$
	$SS_T = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$
	$SS_R = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$
	$SS_E = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$
Justert $r^2$	$\text{Justert } r^2 = 1 - \frac{SS_E/(n-p)}{SS_T/(n-1)} \text{ (p: antall koeffisienter)}$
Estimert varians for modellen	$s^2 = \frac{SS_E}{n-p}$
	$\text{Var}(\hat{\beta}) = \frac{\sigma^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}, SE(\hat{\beta}) = \sqrt{\text{Var}(\hat{\beta})}$
	$\text{Var}(\hat{\alpha}) = \frac{\sigma^2 \sum x_i^2}{n \sum (x_i - \bar{x})^2}, SE(\hat{\alpha}) = \sqrt{\text{Var}(\hat{\alpha})}$
	$T = \frac{\hat{\beta}}{SE(\hat{\beta})}, T = \frac{\hat{\alpha}}{SE(\hat{\alpha})}$
Et $100(1 - \alpha)\%$ konfidensintervall for forventningsverdien $E(Y)$ for en gitt $x$ : Antall frihetsgrader: $n-p$	$\hat{\alpha} + \hat{\beta}x \pm t_{\alpha/2} \cdot s \sqrt{\frac{1}{n} + \left(\frac{x - \bar{x}}{SE(\hat{\beta})}\right)^2}$
Et $100(1 - \alpha)\%$ prediksjonsintervall for enkeltobservasjonen $Y$ for en gitt $x$ -verdi Antall frihetsgrader: $n-p$	$\hat{\alpha} + \hat{\beta}x \pm t_{\alpha/2} \cdot s \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \left(\frac{x - \bar{x}}{SE(\hat{\beta})}\right)^2}$
Et $100(1 - \alpha)\%$ konfidensintervall for koeffisienten $\beta$ ved ukjent $\sigma$ . Antall frihetsgrader: $n-p$	$[\hat{\beta} - t_{\alpha/2} \cdot SE(\hat{\beta}), \hat{\beta} + t_{\alpha/2} \cdot SE(\hat{\beta})]$
Et $100(1 - \alpha)\%$ konfidensintervall for koeffisienten $\beta$ ved kjent $\sigma$ .	$[\hat{\beta} - z_{\alpha/2} \cdot SE(\hat{\beta}), \hat{\beta} + z_{\alpha/2} \cdot SE(\hat{\beta})]$

## Tidsrekkeanalyse

	Multiplikativ modell	Additiv modell
Modell	$Y_t = T_t \cdot S_t \cdot U_t$	$Y_t = T_t + S_t + U_t$
Sesongkomponent	$Z_t = Y_t/T_t$	$Z_t = Y_t - T_t$
Tilfeldig variasjon	$U_t = Z_t/S_t$	$U_t = Z_t - S_t$
Prognose	$Y_t = T_t \cdot S_t$	$Y_t = T_t + S_t$

## Kapittel 8

### Uparet T-test

Estimert differanse	$\hat{D} = \bar{X} - \bar{Y}$
Interpolert varians	$S_P^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$
Standardfeil	$SE(\hat{D}) = S_P \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$
Testobservator	$T = \frac{\hat{D}}{SE(\hat{D})} = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{S_P \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$
100(1 - $\alpha$ )% konfidensintervall for differansen $\mu_1 - \mu_2$	$\bar{X} - \bar{Y} \pm t_{\alpha/2} \cdot S_P \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$

### Paret T-test

Differanse	$D_i = X_i - Y_i$
Testobservator	$T = \frac{\bar{D}}{S_D/\sqrt{n}}$
100(1 - $\alpha$ )% konfidensintervall for $\mu_D$	$\bar{D} \pm t_{\alpha/2} \cdot \frac{S_D}{\sqrt{n}}$

### Variansanalyse for flere grupper

Testobservator	$F = \frac{\text{varians mellom gruppene}}{\text{varians innad i gruppene}} = \frac{S_G^2}{S_E^2}$
Total variasjon, total varians	$SS_T = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y})^2, \quad S_T^2 = SS_T/(n - 1)$
Variasjon mellom gruppene, varians mellom gruppene	$SS_G = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (\bar{y}_i - \bar{y})^2, \quad S_G^2 = SS_G/(k - 1)$
Variasjon innad i gruppene, varians innad i gruppene	$SS_E = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2, \quad S_E^2 = SS_E/(n - k)$

### Analyse av kategoriske krysstabeller

Testobservator	$Q = \sum_{\text{alle celler}} \frac{(\text{observert} - \text{forventet})^2}{\text{forventet}}$
Frihetsgrader, kjkvadrattest	$(r - 1)(k - 1)$
Frihetsgrader, modelltest	$(k - 1)$

### Logaritmeregning

$$\ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$$

$$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$$

$$\ln a^b = b \cdot \ln a$$

$$\ln e = 1$$

$$e^{\ln a} = a$$

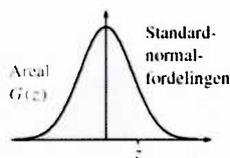
## Omformingsregler ikke-lineær regresjon

**Tabell 7.1** Noen ikke-lineære modeller og de nødvendige omformingsreglene

Ikke-lineær modell	Omforming av variabler		Omforming av koeffisienter	
$y = f(x)$				
$y = \alpha e^{\beta x}$	$y^* = \ln y,$	$x^* = x$	$\hat{\alpha} = e^{a^*},$	$\hat{\beta} = b^*$
$y = \alpha x^{\beta}$	$y^* = \log y,$	$x^* = \log x$	$\hat{\alpha} = 10^{a^*},$	$\hat{\beta} = b^*$
$y = \alpha + \beta \log x$	$y^* = y,$	$x^* = \log x$	$\hat{\alpha} = a^*,$	$\hat{\beta} = b^*$
$y = 1/(1 + e^{\alpha + \beta x})$	$y^* = \ln\left(\frac{1-y}{y}\right),$	$x^* = x$	$\hat{\alpha} = a^*,$	$\hat{\beta} = b^*$
$y = \alpha + \frac{\beta}{x}$	$y^* = y,$	$x^* = \frac{1}{x}$	$\hat{\alpha} = a^*,$	$\hat{\beta} = b^*$
$y = \frac{1}{\alpha + \beta x}$	$y^* = \frac{1}{y},$	$x^* = x$	$\hat{\alpha} = a^*,$	$\hat{\beta} = b^*$
$y = \alpha + \beta \sqrt{x}$	$y^* = y,$	$x^* = \sqrt{x}$	$\hat{\alpha} = a^*,$	$\hat{\beta} = b^*$
$y = (\alpha + \beta x)^2$	$y^* = \sqrt{y},$	$x^* = x$	$\hat{\alpha} = a^*,$	$\hat{\beta} = b^*$
$\frac{1}{y} = \alpha + \frac{\beta}{1+x}$	$y^* = \frac{1}{y},$	$x^* = \frac{1}{1+x}$	$\hat{\alpha} = a^*,$	$\hat{\beta} = b^*$

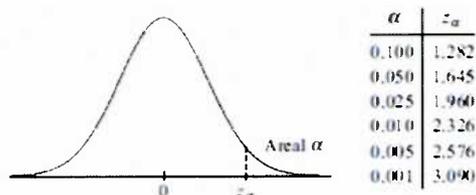
## Kumulativ standardnormalfordeling

Tabellen viser Gauss-funksjonen  $G(z)$  for forskjellige valg av  $z$ .



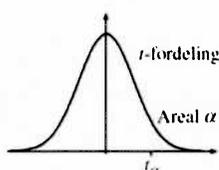
z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,00	,0013	,0013	,0013	,0012	,0012	,0011	,0011	,0011	,0010	,0010
-2,90	,0019	,0018	,0018	,0017	,0016	,0016	,0015	,0015	,0014	,0014
-2,80	,0026	,0025	,0024	,0023	,0023	,0022	,0021	,0021	,0020	,0019
-2,70	,0035	,0034	,0033	,0032	,0031	,0030	,0029	,0028	,0027	,0026
-2,60	,0047	,0045	,0044	,0043	,0041	,0040	,0039	,0038	,0037	,0036
-2,50	,0062	,0060	,0059	,0057	,0055	,0054	,0052	,0051	,0049	,0048
-2,40	,0082	,0080	,0078	,0075	,0073	,0071	,0069	,0068	,0066	,0064
-2,30	,0107	,0104	,0102	,0099	,0096	,0094	,0091	,0089	,0087	,0084
-2,20	,0139	,0136	,0132	,0129	,0125	,0122	,0119	,0116	,0113	,0110
-2,10	,0179	,0174	,0170	,0166	,0162	,0158	,0154	,0150	,0146	,0143
-2,00	,0228	,0222	,0217	,0212	,0207	,0202	,0197	,0192	,0188	,0183
-1,90	,0287	,0281	,0274	,0268	,0262	,0256	,0250	,0244	,0239	,0233
-1,80	,0359	,0351	,0344	,0336	,0329	,0322	,0314	,0307	,0301	,0294
-1,70	,0446	,0436	,0427	,0418	,0409	,0401	,0392	,0384	,0375	,0367
-1,60	,0548	,0537	,0526	,0516	,0505	,0495	,0485	,0475	,0465	,0455
-1,50	,0668	,0655	,0643	,0630	,0618	,0606	,0594	,0582	,0571	,0559
-1,40	,0808	,0793	,0778	,0764	,0749	,0735	,0721	,0708	,0694	,0681
-1,30	,0968	,0951	,0934	,0918	,0901	,0885	,0869	,0853	,0838	,0823
-1,20	,1151	,1131	,1112	,1093	,1075	,1056	,1038	,1020	,1003	,0985
-1,10	,1357	,1335	,1314	,1292	,1271	,1251	,1230	,1210	,1190	,1170
-1,00	,1587	,1562	,1539	,1515	,1492	,1469	,1446	,1423	,1401	,1379
-0,90	,1841	,1814	,1788	,1762	,1736	,1711	,1685	,1660	,1635	,1611
-0,80	,2119	,2090	,2061	,2033	,2005	,1977	,1949	,1922	,1894	,1867
-0,70	,2420	,2389	,2358	,2327	,2296	,2266	,2236	,2206	,2177	,2148
-0,60	,2743	,2709	,2676	,2643	,2611	,2578	,2546	,2514	,2483	,2451
-0,50	,3085	,3050	,3015	,2981	,2946	,2912	,2877	,2843	,2810	,2776
-0,40	,3446	,3409	,3372	,3336	,3300	,3264	,3228	,3192	,3156	,3121
-0,30	,3821	,3783	,3745	,3707	,3669	,3632	,3594	,3557	,3520	,3483
-0,20	,4207	,4168	,4129	,4090	,4052	,4013	,3974	,3936	,3897	,3859
-0,10	,4602	,4562	,4522	,4483	,4443	,4404	,4364	,4325	,4286	,4247
0,00	,5000	,4960	,4920	,4880	,4840	,4801	,4761	,4721	,4681	,4641
0,00	,5000	,5040	,5080	,5120	,5160	,5199	,5239	,5279	,5319	,5359
0,10	,5398	,5438	,5478	,5517	,5557	,5596	,5636	,5675	,5714	,5753
0,20	,5793	,5832	,5871	,5910	,5948	,5987	,6026	,6064	,6103	,6141
0,30	,6179	,6217	,6255	,6293	,6331	,6368	,6406	,6443	,6480	,6517
0,40	,6554	,6591	,6628	,6664	,6700	,6736	,6772	,6808	,6844	,6879
0,50	,6915	,6950	,6985	,7019	,7054	,7088	,7123	,7157	,7190	,7224
0,60	,7257	,7291	,7324	,7357	,7389	,7422	,7454	,7486	,7517	,7549
0,70	,7580	,7611	,7642	,7673	,7704	,7734	,7764	,7794	,7823	,7852
0,80	,7881	,7910	,7939	,7967	,7995	,8023	,8051	,8078	,8106	,8133
0,90	,8159	,8186	,8212	,8238	,8264	,8289	,8315	,8340	,8365	,8389
1,00	,8413	,8438	,8461	,8485	,8508	,8531	,8554	,8577	,8599	,8621
1,10	,8643	,8665	,8686	,8708	,8729	,8749	,8770	,8790	,8810	,8830
1,20	,8849	,8869	,8888	,8907	,8925	,8944	,8962	,8980	,8997	,9015
1,30	,9032	,9049	,9066	,9082	,9099	,9115	,9131	,9147	,9162	,9177
1,40	,9192	,9207	,9222	,9236	,9251	,9265	,9279	,9292	,9306	,9319
1,50	,9332	,9345	,9357	,9370	,9382	,9394	,9406	,9418	,9429	,9441
1,60	,9452	,9463	,9474	,9484	,9495	,9505	,9515	,9525	,9535	,9545
1,70	,9554	,9564	,9573	,9582	,9591	,9599	,9608	,9616	,9625	,9633
1,80	,9641	,9649	,9656	,9664	,9671	,9678	,9686	,9693	,9699	,9706
1,90	,9713	,9719	,9726	,9732	,9738	,9744	,9750	,9756	,9761	,9767
2,00	,9772	,9778	,9783	,9788	,9793	,9798	,9803	,9808	,9812	,9817
2,10	,9821	,9826	,9830	,9834	,9838	,9842	,9846	,9850	,9854	,9857
2,20	,9861	,9864	,9868	,9871	,9875	,9878	,9881	,9884	,9887	,9890
2,30	,9893	,9896	,9898	,9901	,9904	,9906	,9909	,9911	,9913	,9916
2,40	,9918	,9920	,9922	,9925	,9927	,9929	,9931	,9932	,9934	,9936
2,50	,9938	,9940	,9941	,9943	,9945	,9946	,9948	,9949	,9951	,9952
2,60	,9953	,9955	,9956	,9957	,9959	,9960	,9961	,9962	,9963	,9964
2,70	,9965	,9966	,9967	,9968	,9969	,9970	,9971	,9972	,9973	,9974
2,80	,9974	,9975	,9976	,9977	,9977	,9978	,9979	,9979	,9980	,9981
2,90	,9981	,9982	,9982	,9983	,9984	,9984	,9985	,9985	,9986	,9986
3,00	,9987	,9987	,9987	,9988	,9988	,9989	,9989	,9989	,9990	,9990

Verdien til  $G(z)$  er beregnet med Excel-funksjonen `NORMALFORDELING(z;0;1;1)`.



## t-fordelingens kvantiltabell

Tabellen viser den kritiske verdien  $t_{\alpha}$  for forskjellige valg av nivået  $\alpha$ .

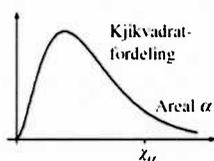


Antall frihetsgrader	Areal <i>alfa</i>					
	0,25	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
1	1,000	3,078	6,314	12,706	31,821	63,656
2	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,689	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,687	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,686	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,686	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,685	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,685	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,684	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,684	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,684	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,683	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,683	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,683	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
31	0,682	1,309	1,696	2,040	2,453	2,744
32	0,682	1,309	1,694	2,037	2,449	2,738
33	0,682	1,308	1,692	2,035	2,445	2,733
34	0,682	1,307	1,691	2,032	2,441	2,728
35	0,682	1,306	1,690	2,030	2,438	2,724
40	0,681	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
45	0,680	1,301	1,679	2,014	2,412	2,690
50	0,679	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678
60	0,679	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
70	0,678	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648
80	0,678	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639
100	0,677	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626
1000	0,675	1,282	1,646	1,962	2,330	2,581
10000	0,675	1,282	1,645	1,960	2,327	2,576

Verdien  $t_{\text{alfa}}$  er beregnet av Excel-funksjonen TINV(2\*alfa; frihetsgrad).

## Kjikkvadratfordelingens kvantiltabell

Tabellen viser den kritiske verdien  $\chi_{\alpha}$  for forskjellige valg av nivået  $\alpha$ .



Antall frihetsgrader	Areal $\alpha$						Areal $\alpha$					
	0,998	0,995	0,990	0,975	0,950	0,900	0,100	0,050	0,025	0,010	0,005	0,002
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88	9,55
2	0,00	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60	12,43
3	0,04	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84	14,80
4	0,13	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86	16,92
5	0,28	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75	18,91
6	0,49	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55	20,79
7	0,74	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28	22,60
8	1,04	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95	24,35
9	1,37	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59	26,06
10	1,73	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19	27,72
11	2,13	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76	29,35
12	2,54	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30	30,96
13	2,98	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82	32,54
14	3,44	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32	34,09
15	3,92	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80	35,63
16	4,41	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27	37,15
17	4,92	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72	38,65
18	5,44	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16	40,14
19	5,97	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58	41,61
20	6,51	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00	43,07
21	7,07	8,03	8,90	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40	44,52
22	7,64	8,64	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80	45,96
23	8,21	9,26	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18	47,39
24	8,80	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56	48,81
25	9,39	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93	50,22
26	9,99	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29	51,63
27	10,60	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	49,65	53,02
28	11,21	12,46	13,56	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99	54,41
29	11,83	13,12	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34	55,79
30	12,46	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67	57,17
31	13,10	14,46	15,66	17,54	19,28	21,43	41,42	44,99	48,23	52,19	55,00	58,54
32	13,73	15,13	16,36	18,29	20,07	22,27	42,58	46,19	49,48	53,49	56,33	59,90
33	14,38	15,82	17,07	19,05	20,87	23,11	43,75	47,40	50,73	54,78	57,65	61,26
34	15,03	16,50	17,79	19,81	21,66	23,95	44,90	48,60	51,97	56,06	58,96	62,61
35	15,69	17,19	18,51	20,57	22,47	24,80	46,06	49,80	53,20	57,34	60,27	63,95
40	19,03	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77	70,62
45	22,48	24,31	25,90	28,37	30,61	33,35	57,51	61,66	65,41	69,96	73,17	77,18
50	26,01	27,99	29,71	32,36	34,76	37,69	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49	83,66
60	33,27	35,53	37,48	40,48	43,19	46,46	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95	96,40
70	40,75	43,28	45,44	48,76	51,74	55,33	85,53	90,53	95,02	100,43	104,21	108,93
80	48,40	51,17	53,54	57,15	60,39	64,28	96,58	101,88	106,63	112,33	116,32	121,28
100	64,11	67,33	70,06	74,22	77,93	82,36	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17	145,58

Tabellverdiene er beregnet med Excel-funksjonen INVERS.KJI.FORDELING(alfa;frihetsgrad).

## F-tabell

Nev ner	F-tabell		Antall frihetsgrader i teller							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77	238,88	240,54	241,88
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,03
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,03
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,14	2,07	2,02	1,97
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,13	2,06	2,00	1,95
90	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,11	2,04	1,99	1,94
99	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,10	2,03	1,98	1,93