Høgskolen i Østfold

EKSAMEN

Emnekode:	**Emnenavn:**
SFB10711	Metode 1 – matematikk deleksamen
Dato:	**Eksamenstid:**
3. juni 2016	4 timer
Hjelpemidler:	**Faglærer:**
Kalkulator og vedlagt formelsamling	Hans Kristian Bekkevard

Om eksamensoppgaven og poengberegning:

Oppgavesettet består av 8 sider inklusiv denne forsiden og vedlagt formelsamling.

Kontroller at oppgaven er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgavesettet består av 8 oppgaver. Alle oppgavene skal besvares og alle deloppgaver teller likt ved sensureringen.

Husk å vise utregning på alle svar.

Lykke til.

Sensurfrist: 24. juni 2016

Karakterene er tilgjengelige for studenter på Studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. www.hiof.no/studentweb

Oppgave 1

a) Løs likningen $x^2 - 9 = 0$

b) Løs likningssystemet:

$$
\begin{aligned}
I: &\quad x + 2y = -2 \\
II: &\quad -3x + y = -8
\end{aligned}
$$

c) Løs likningen $-2x^2 + 6x + 8 = 0$

d) Løs ulikheten $\frac{-2x^2+6x+8}{x} > 0$

Oppgave 2

Gitt $f(x) = x^5 - x^4 - 16x + 16$

a) Finn funksjonsverdiene til $x = -1$ og $x = 1$, og bruk dette til å avgjøre om følgende polynomdivisjoner går opp eller ikke går opp:

$f(x):(x-1)$
$f(x):(x+1)$

b) Foreta polynomdivisjonen $f(x):(x-1)$

c) Finn nullpunktene til $f(x)$

Oppgave 3

Angi svarene i denne oppgaven med 2 desimaler

a) Hvilket beløp må settes i banken i dag for at innestående etter 5 år skal være 40 000 med en årlig rente på 2 %?

Anta at du skal låne 40 000 som skal nedbetales som et annuitetslån med årlige terminer over en periode på 5 år og med en årlig rente på 2 %.

b) Hva er årlig terminbeløp?

c) Hva er restgjelden etter 3 år?

Oppgave 4

Angi svarene her som eksakte uttrykk og ikke som desimaltall

a) Løs likningen $ln(x^2 - 2x + 1) = 0$

b) Løs likningen $e^{x^2-2+\ln(x^2)} = x^2$

Oppgave 5

Gitt funksjonen $f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + 3x^2 + 8x$

a) Finn x-verdiene til funksjonens maksimumspunkt og minimumspunkt

b) Finn x-verdien og y-verdien til funksjonens vendepunkt

c) Finn når funksjonen er konveks og når den er konkav

d) Finn tangentlikningen i vendepunktet

Oppgave 6

a) Finn $f'(x)$ når $f(x) = \frac{\frac{2}{3}x^3 - 3x^2}{ln(x)}$

b) Finn $f'(x)$ når $f(x) = ln(6x^7 + 6x^6 + 6x^5)$

Oppgave 7

En virksomhet har følgende inntektsfunksjon og kostnadsfunksjon (for innkjøp og salg av en bestemt vare som kjøpes og selges i x kg)

$I(x) = -0{,}04x^2 + 250x$

$K(x) = 0{,}05x^2 + 25x + 30\,625$

a) Dersom det kjøpes og selges 125 kg, hva er da grenseinntekten og grensekostnaden?

b) Finn vinningsoptimum og maksimal profitt.

c) Finn kostnadsoptimum og minste enhetskostnad.

Oppgave 8

Gitt funksjonen $f(x, y) = ln(x^2) + ln(y) + xy^2$

a) Finn de partielle deriverte av 1. orden

b) Finn de partielle deriverte av 2. orden

En annen funksjon har følgende partielle deriverte av 1. og 2. orden:

$f'_x(x, y) = 2xy - 8$
$f'_y(x, y) = x^2 - 1$

$f''_{xx}(x, y) = 2y$
$f''_{xy}(x, y) = f''_{yx}(x, y) = 2x$
$f''_{yy}(x, y) = 0$

c) Finn de stasjonære punktene.

d) Klassifiser de stasjonære punktene.

Formelsamling i Metode 1 (matematikkdelen)

Kapittel 1

Kvadratsetningene	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Potensregning	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ $a^n / a^m = a^{n-m}$ $(a^n)^m = a^{nm}$

Kapittel 3

abc formelen	$ax^2 + bx + c = 0$ gir røtter/løsninger $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Andregradspolynomer og faktorisering	Har $ax^2 + bx + c$ røttene r_1 og r_2 er $ax^2 + bx + c = a(x - r_1)(x - r_2)$

Kapittel 4

Bankformel	Setter du inn et beløp A med rente r per år har beløpet vokst til $A(1+r)^n$ etter n år
Aritmetiske rekke	Sum $S(n) = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ eller $S(n) = n\left(a_1 + \frac{(n-1)d}{2}\right)$
Geometrisk rekke	Sum $S(n) = a_1 \frac{1-k^n}{1-k}$

Kapittel 5

Kontinuerlig forrentning	$A_t = A_0 e^{rt}$
Nåverdi av en betalingsstrøm med n like betalinger av størrelse A og hvor første betaling er om en tidsperiode	$S = A \frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$
Terminbeløp ved annuitetslån	$A = K \frac{r}{1-(1+r)^{-n}}$

Kapittel 6

Definisjon av den deriverte	$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$	
Derivasjon av en potensfunksjon	$f(x) = x^n$	$f'(x) = nx^{n-1}$
Deriverte av en konstant ganger en funksjon	$g(x) = k \cdot f(x)$	$g'(x) = k \cdot f'(x)$
Derivert av en sum/differanse	$h(x) = g(x) \pm f(x)$	$h'(x) = g'(x) \pm f'(x)$
Produktregel	$(uv)' = u' \cdot v + u \cdot v'$	
Kvotientregel	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$	
Kjerneregel	$f(x) = u^n$ $f(x) = e^u$ $f(x) = \ln(u)$	$f'(x) = nu^{n-1} \cdot u'$ $f'(x) = e^u \cdot u'$ $f'(x) = \frac{1}{u} \cdot u'$
Tangentformel	$y - f(a) = f'(a) \cdot (x - a)$	
Elastisitet	$El_x f(x) = \frac{x}{f(x)} f'(x)$	

Kapittel 7

Krumming	$f''(x) \geq 0 \quad konveks$ $f''(x) \leq 0 \quad konkav$
Vendepunkt	$f''(x) bytter\ fortegn$
Andrederiverttesten	La $f(x)$ være en dobbeltderiverbar funksjon, og la a være ett tall slik at $f'(a) = 0$. Da er 1) a et lokalt maksimumspunkt hvis $f''(a) < 0$ 2) a et lokalt minimumspunkt hvis $f''(a) > 0$

Kapittel 8

Topp, bunn og sadel	**Kortere navn** $A = f''_{xx}(x,y)$ $B = f''_{xy}(x,y)$ $C = f''_{yy}(x,y)$ Vi betrakter $AC – B^2$ **Resultatet** La f(x, y) være en to ganger deriverbar funksjon med kontinuerlige andreordens deriverte. Det kritiske punktet (x_0, y_0) er: i) Et lokalt maksimum hvis $AC – B^2 > 0$ og $A < 0$ ii) Et lokalt minimum hvis $AC – B^2 > 0$ og $A > 0$ iii) Et sadelpunkt hvis $AC – B^2 < 0$
Lagranges metode	$L(x,y) = f(x,y) - \lambda(g(x,y) - c)$