Høgskolen i Østfold

EKSAMEN

Emnekode: SFB10711	**Emne:** Metode 1 (Deleksamen i matematikk)
Dato: 12.06.15	**Eksamenstid:** 09.00 – 13.00
Hjelpemidler: Kalkulator Utlevert formelsamling (4 siste sider i oppgavesettet)	**Faglærer:** Hans Kristian Bekkevard

Oppgavesettet består av totalt 7 sider inkludert denne forsiden. Formelsamlingen utgjør de 4 siste sidene. Kontroller at oppgavesettet er komplett.

Oppgavesettet består av 20 delspørsmål. Hvert delspørsmål teller likt ved sensurering, alle oppgaver skal besvares.

Husk å vise utregninger og mellomregninger.

Hvis du mener noe er uklart i oppgaveteksten – forklar og ta selv de nødvendige forutsetninger.

LYKKE TIL.

Sensurdato: 06.07.2015

Karakterene er tilgjengelige for studenter på studentweb senest dagen etter oppgitt sensurfrist. Følg instruksjoner gitt på: http://www.hiof.no/index.php?ID=7027

Oppgave 1

a) Løs ulikheten $5 - x > 10$

b) Løs likningen $x^2 + 2x = 0$

c) Løs ulikheten $\frac{x^2+2x}{x-2} > 0$

Oppgave 2

Gitt $f(x) = x^3 - 3x - 2$

a) Foreta polynomdivisjonen $f(x): (x - 2)$

b) Faktoriser $f(x)$

Oppgave 3

a) Hva er summen av de 6 første leddene i en aritmetisk rekke definert ved $a_1 = 4{,}5$ og $d = 1{,}5$?

b) Hva er kvotienten (k) i en geometrisk rekke definert ved $a_1 = 4{,}5$ og $a_6 = 0{,}140625$?

Oppgave 4

Anta at du skal låne 200 000 som skal nedbetales som et annuitetslån med månedlige terminer over en periode på 10 år og med en årlig rente på 3,6 %.

a) Hva er månedlig terminbeløp?

b) Hva er restgjelden etter 9 år?

Oppgave 5

a) Løs likningen $e^{x^2-4} = 1$

b) Løs likningen $ln(x^3 - 9x + e^{\sqrt{x}}) = \sqrt{x}$

c) Løs likningen $(1 + \mathrm{a})^{\mathrm{x}} = 1 + \mathrm{b}$

Oppgave 6

Gitt funksjonen $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$

a) Finn x-verdiene til funksjonens maksimumspunkt og minimumspunkt.

b) Finn når funksjonen er konveks og når den er konkav.

c) Finn tangentlikningen i vendepunktet.

Oppgave 7

En bedrift har følgende inntektsfunksjon og kostnadsfunksjon:

$I(x) = -0{,}01x^2 + 100x$

$K(x) = 0{,}04x^2 + 40x + 4\ 000$

a) Finn vinningsoptimum og maksimal profitt.

b) Finn kostnadsoptimum og minste enhetskostnad.

Gitt etterspørselsfunksjonen $x(p) = 1\ 000 - p^2$

c) Finn elastisitetsfunksjonen E_p

Oppgave 8

Gitt funksjonen $f(x, y) = e^{2x} + y^2 + xy$

a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden

En annen funksjon har følgende partielle deriverte av 1. og 2. orden:

$f_x'(x, y) = 3x^2 + 6x$
$f_y'(x, y) = -6y + 3$
$f_{xx}''(x, y) = 6x + 6$
$f_{xy}''(x, y) = f_{yx}''(x, y) = 0$
$f_{yy}''(x, y) = -6$

b) Finn og klassifiser de stasjonære punktene

Formelsamling i metode 1 (matematikkdel)

Kapittel 1

Kvadratsetningene	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Potensregning	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ $a^n / a^m = a^{n-m}$ $(a^n)^m = a^{nm}$

Kapittel 3

abc formelen	$ax^2 + bx + c = 0$ gir røtter/løsninger $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Andregradspolynomer og faktorisering	Har $ax^2 + bx + c$ røttene r_1 og r_2 er $ax^2 + bx + c = a(x - r_1)(x - r_2)$

Kapittel 4

Bankformel	Setter du inn et beløp A med rente r per år har beløpet vokst til $A(1+r)^n$ etter n år
Aritmetiske rekke	Sum $S(n) = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ eller $S(n) = n\left(a_1 + \frac{(n-1)d}{2}\right)$
Geometrisk rekke	Sum $S(n) = a_1 \frac{1-k^n}{1-k}$

Kapittel 5

Kontinuerlig forrentning	$A_t = A_0 e^{rt}$
Nåverdi av en betalingsstrøm med n like betalinger av størrelse A og hvor første betaling er om en tidsperiode	$S = A\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$
Terminbeløp ved annuitetslån	$A = K\frac{r}{1-(1+r)^{-n}}$

Kapittel 6

Definisjon av den deriverte	$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$	
Derivasjon av en potensfunksjon	$f(x) = x^n$	$f'(x) = nx^{n-1}$
Deriverte av en konstant ganger en funksjon	$g(x) = k \cdot f(x)$	$g'(x) = k \cdot f'(x)$
Derivert av en sum/differanse	$h(x) = g(x) \pm f(x)$	$h'(x) = g'(x) \pm f'(x)$
Produktregel	$(uv)' = u' \cdot v + u \cdot v'$	
Kvotientregel	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$	
Kjerneregel	$f(x) = u^n$ $f(x) = e^u$ $f(x) = \ln(u)$	$f'(x) = nu^{n-1} \cdot u'$ $f'(x) = e^u \cdot u'$ $f'(x) = \frac{1}{u} \cdot u'$
Tangentformel	$y - f(a) = f'(a) \cdot (x - a)$	
Elastisitet	$El_x f(x) = \frac{x}{f(x)} f'(x)$	

Kapittel 7

Krumming	$f''(x) \geq 0 \quad konveks$ $f''(x) \leq 0 \quad konkav$
Vendepunkt	$f''(x) bytter\ fortegn$
Andrederiverttesten	La $f(x)$ være en dobbeltderiverbar funksjon, og la a være ett tall slik at $f'(a) = 0$. Da er 1) a et lokalt maksimumspunkt hvis $f''(a) < 0$ 2) a et lokalt minimumspunkt hvis $f''(a) > 0$

Kapittel 8

Topp, bunn og sadel	**Kortere navn** $A = f''_{xx}(x, y)$ $B = f''_{xy}(x, y)$ $C = f''_{yy}(x, y)$ Vi betrakter $AC – B^2$ **Resultatet** La f(x, y) være en to ganger deriverbar funksjon med kontinuerlige andreordens deriverte. Det kritiske punktet (x_0, y_0) er: i) Et lokalt maksimum hvis $AC – B^2 > 0$ og $A < 0$ ii) Et lokalt minimum hvis $AC – B^2 > 0$ og $A > 0$ iii) Et sadelpunkt hvis $AC – B^2 < 0$
Lagranges metode	$L(x, y) = f(x, y) - \lambda(g(x, y) - c)$