

EKSAMEN

Emnekode: SFB10711	Emne: Metodekurs I: Grunnleggende matematikk og statistikk (Statistikk, ny og utsatt eksamen)
Dato: 5. jan 2015	Eksamenstid: kl. 09.00 til kl.13.00
Hjelpemidler: Kalkulator Utlevert formelsamling	Faglærer: Nils Ingar Arvidsen 99336413 Hans Kristian Bekkevard 92013773
<p>Eksamensoppgaven: Oppgavesettet består av 4 sider inklusiv denne forsiden. Kontroller at oppgaven er komplett før du begynner å besvare spørsmålene. Formelsamling i tillegg.</p> <p><i>Oppgavesettet består av 8 oppgaver og 20 delspørsmål. Hvert delspørsmål teller likt ved sensurering.</i> <i>Begynn hver oppgave på ny side.</i></p> <p>OBS ALLE BEREGNINGER SKAL VISES</p> <p>Om noe er uklart eller mangelfullt i oppgaven inngår det som en del av oppgaven å ta de nødvendige forutsetninger.</p> <p>LYKKE TIL</p>	
Sensurdato: 27. jan. 2015 Karakterene er tilgjengelige for studenter på Studentweb senest dagen etter oppgitt sensurfrist. Følg instruksjoner gitt på: www.hiof.no/studentweb	

Oppgave 1

En stokastisk variabel X har følgende sannsynlighetsfordeling:

x	$P(X = x)$
0	0,3164
1	0,4219
2	0,2109
3	0,0469
4	0,0039

- Beregn forventning $E(X)$ og varians $\text{Var}(X)$.
- Hvilken sannsynlighetsfordeling mener du ligger til grunn? Angi parameterne.

Oppgave 2 (begynn på en ny side)

En bedrift har 20 kunder hvorav 4 er misfornøyd med leveransene. Bedriftsledelsen besøker et tilfeldig utvalg av 5 kunder.

- Hvor sannsynlig er det at nøyaktig 1 av de 5 kundene er misfornøyd?
- Hvor sannsynlig er det at mer enn en kunde er misfornøyd?

Oppgave 3 (begynn på en ny side)

En apekatt skriver på en «skrivemaskin» som bare inneholder 4 taster å trykke på. Tastene er A, B, C og D. Anta at apekatten skriver et «ord» på 3 bokstaver.

- Hvor mange ord kan den da skrive?
- Hvor sannsynlig er det at apekatten skriver et ord som begynner på A?
- Hvor sannsynlig er det at ordet inneholder A en gang?
- Hvilken antagelse gjorde du for å besvare spørsmålene om sannsynligheter.

Oppgave 4 (begynn på en ny side)

Man ønsker å undersøke om et nytt preparat har en bedre blodtrykksenkende virkning. Med det gamle preparatet opplevde 60 % god virkning av preparatet. Ved et tilfeldig utvalg på 30 personer opplevde 22 god virkning av det nye preparatet.

- a) Tyder resultatet på at det nye preparatet virker bedre? Sett opp passende hypoteser og gjennomfør en test med $\alpha = 0,10$.
- b) Hva er p – verdien for testen?

Oppgave 5 (begynn på en ny side)

To urner inneholder tre kuler hver. Kulene er merket 1, 2, 3 i den ene urnen og 4, 5 og 6 i den andre. En kule trekkes tilfeldig fra hver urne. La X være summen av de to tallene på kulene.

- a) Sett opp sannsynlighetsfordelingen for X .
- b) Bestem forventning og varians for X .

Oppgave 6 (begynn på en ny side)

Antall trykkfeil i en bestemt avis er Poissonfordelt med forventning 1 per side.

- a) Finn sannsynligheten for at det ikke er noen trykkfeil på en side.
- b) Finn sannsynligheten for at det er mer enn to trykkfeil på en side

Oppgave 7 (begynn på en ny side)

Reisevanene til 40 tilfeldige personer kartlegges i en undersøkelse. 32 av personene foretrekker privatbil framfor kollektivtrafikk.

- a) Finn et 90 % konfidensintervall for andelen p av populasjonen som foretrekker privatbilen?
- b) Hvor mange personer må spørres for at konfidensintervallet skal få lengde $L = 0,1$?

Oppgave 8 (begynn på en ny side)

I det siste har det kommet mange klager til Systembolaget i Strømstad om at spesiell pappvin inneholder for lite vin. Kartongen skal inneholde 3 liter. Betjeningen har målt innholdet i 6 kartonger. Innholdet i kartongene antas å være uavhengige og normalfordelte med ukjent forventning μ og ukjent standardavvik σ .

Målingene ble

2.90, 2.95, 3.10, 2.90, 2.95, 2.90

- a) Beregn gjennomsnitt og standardavvik i stikkprøven.
- b) Lag et 90 % konfidensintervall for gjennomsnittlig mengde i kartongene.
- c) Sett opp passende hypoteser for å teste om det er tilstrekkelig med vin i kartongene. Gjennomfør testen med signifikansnivå på 5 %.
- d) Redegjør for de feil man kan gjøre ved hypotesetesting.

Type 1 og Type 2 feil

Formelsamling i statistikk 1

Kapittel 3

Grunnleggende formler i sannsynlighetsregningen

Komplementregel	$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
Generell addisjonssetning	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
Betinget sannsynlighet	$P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
Multiplikasjonsregel	$P(A \cap B) = P(B \cap A) = P(B) \cdot P(A B) = P(A) \cdot P(B A)$
Bayes lov	$P(B A) = \frac{P(B) \cdot P(A B)}{P(A)}$
Total sannsynlighet	$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A B_i) \cdot P(B_i)$
Uavhengighet	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad P(A B) = P(A)$ $P(B A) = P(B)$

Kombinatorikk

La n være antall mulige utfall i én trekning, og k antall trekninger.

Ordnet utvalg med tilbakelegging	$m = n^k$
Ordnet utvalg uten tilbakelegging	$P_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$
Uordnet utvalg uten tilbakelegging	$C_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

Kapittel 4

Generelt om sannsynlighetsfordelinger

Fordelingsfunksjon	$F(x) = P(X \leq x)$ $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$ $P(X > a) = 1 - F(a)$ $P(X \leq b) = F(b)$
Forventning	$\mu = E(X) = \sum_{\text{alle } x_i} x_i \cdot P(X = x_i)$ $\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$ $E(a) = a$ $E(bX) = bE(X)$ $E(a + bX) = a + bE(X)$ $E(a + bX + cX^2) = a + bE(X) + cE(X^2)$ $E[g(X)] = \sum_{\text{alle } x_i} g(x_i) \cdot P(X = x_i)$
Varians	$\sigma^2 = \text{Var}(X) = E[(X - \mu)^2] = E(X^2) - \mu^2$ $\text{Var}(X + a) = \text{Var}(X)$ $\text{Var}(bX) = b^2\text{Var}(X)$ $\text{Var}(bX + a) = b^2\text{Var}(X)$
Standardavvik	$\sigma = SD(X) = \sqrt{\text{Var}(X)}$
Kovarians	$\text{Cov}(X, Y) = E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)] = E(X \cdot Y) - \mu_X \cdot \mu_Y$
Korrelasjon	$\rho(X, Y) = \text{Corr}(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y}$

Kapittel 5

Spesielle diskrete sannsynlighetsfordelinger

Binomisk fordeling	$X \sim \text{bin}(n, p)$ $P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$ $E(X) = np \quad \text{Var}(X) = np(1-p)$
Hypergeometrisk fordeling	$X \sim \text{hypergeom}(N, M, n)$ $P(X = x) = \frac{\binom{M}{x} \cdot \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$ $E(X) = np \quad \text{Var}(X) = np(1-p) \cdot \frac{N-n}{N-1} \quad \text{der } p = \frac{M}{N}$
Poiissonfordeling	$P(X = x) = \frac{(\lambda t)^x}{x!} e^{-\lambda t}$ $E(X) = \lambda t \quad \text{Var}(X) = \lambda t$

Spesielle kontinuerlige sannsynlighetsfordelinger

Ekspensialfordeling	$T \sim \text{eksp}(\lambda)$ $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad \text{for } t > 0$ $\mu = E(T) = \frac{1}{\lambda} \quad \text{Var}(T) = \frac{1}{\lambda^2}$
Standard normalfordeling	$Z \sim N(0, 1)$ $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad P(Z \leq z) = G(z)$
Generell normalfordeling	$X \sim N(\mu, \sigma)$ $F(x) = G\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$

Tilnærminger

Sentralgrenseteoremet	La X_1, X_2, \dots, X_n være uavhengige variabler fra samme sannsynlighetsfordeling med forventning μ og standardavvik σ . Da er $\bar{X} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n)$ tilnærmet $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ og summen $X_1 + X_2 + \dots + X_n$ tilnærmet $N(n\mu, \sqrt{n}\sigma)$
-----------------------	--

Kapittel 6

Punktestimering

Estimering av μ	$\hat{\mu} = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ $E(\bar{X}) = \mu \quad \text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \quad SE(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
Estimering av σ^2	$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad E(S^2) = \sigma^2$
Estimering av p	$\hat{p} = \frac{X}{n} \quad SE(\hat{p}) = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

Konfidensintervall

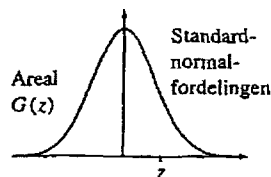
Z-intervall (kjent σ) $100(1 - \alpha)$ % for μ	$\left[\bar{X} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$
Lengde av Z-intervall	$L = 2 \cdot z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
T-intervall (ukjent σ) $100(1 - \alpha)$ % for μ	$\left[\bar{X} - t_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right]$
Konfidensintervall $100(1 - \alpha)$ % for p	$\left[\hat{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \right]$

Hypotesetesting

Z-test av μ (når σ er kjent)	$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$
T-test av μ (når σ er ukjent)	$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$
Z-test av p	$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$

D.3 Kumulativ standardnormalfordeling

Tabellen viser Gauss-funksjonen $G(z)$ for forskjellige valg av z .

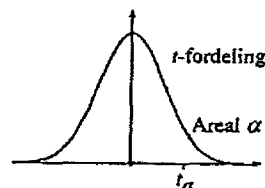


z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,00	,0013	,0013	,0013	,0012	,0012	,0011	,0011	,0011	,0010	,0010
-2,90	,0019	,0018	,0018	,0017	,0016	,0016	,0015	,0015	,0014	,0014
-2,80	,0026	,0025	,0024	,0023	,0023	,0022	,0021	,0021	,0020	,0019
-2,70	,0035	,0034	,0033	,0032	,0031	,0030	,0029	,0028	,0027	,0026
-2,60	,0047	,0045	,0044	,0043	,0041	,0040	,0039	,0038	,0037	,0036
-2,50	,0062	,0060	,0059	,0057	,0055	,0054	,0052	,0051	,0049	,0048
-2,40	,0082	,0080	,0078	,0075	,0073	,0071	,0069	,0068	,0066	,0064
-2,30	,0107	,0104	,0102	,0099	,0096	,0094	,0091	,0089	,0087	,0084
-2,20	,0139	,0136	,0132	,0129	,0125	,0122	,0119	,0116	,0113	,0110
-2,10	,0179	,0174	,0170	,0166	,0162	,0158	,0154	,0150	,0146	,0143
-2,00	,0228	,0222	,0217	,0212	,0207	,0202	,0197	,0192	,0188	,0183
-1,90	,0287	,0281	,0274	,0268	,0262	,0256	,0250	,0244	,0239	,0233
-1,80	,0359	,0351	,0344	,0336	,0329	,0322	,0314	,0307	,0301	,0294
-1,70	,0446	,0436	,0427	,0418	,0409	,0401	,0392	,0384	,0375	,0367
-1,60	,0548	,0537	,0526	,0516	,0505	,0495	,0485	,0475	,0465	,0455
-1,50	,0668	,0655	,0643	,0630	,0618	,0606	,0594	,0582	,0571	,0559
-1,40	,0808	,0793	,0778	,0764	,0749	,0735	,0721	,0708	,0694	,0681
-1,30	,0968	,0951	,0934	,0918	,0901	,0885	,0869	,0853	,0838	,0823
-1,20	,1151	,1131	,1112	,1093	,1075	,1056	,1038	,1020	,1003	,0985
-1,10	,1357	,1335	,1314	,1292	,1271	,1251	,1230	,1210	,1190	,1170
-1,00	,1587	,1562	,1539	,1515	,1492	,1469	,1446	,1423	,1401	,1379
-0,90	,1841	,1814	,1788	,1762	,1736	,1711	,1685	,1660	,1635	,1611
-0,80	,2119	,2090	,2061	,2033	,2005	,1977	,1949	,1922	,1894	,1867
-0,70	,2420	,2389	,2358	,2327	,2296	,2266	,2236	,2206	,2177	,2148
-0,60	,2743	,2709	,2676	,2643	,2611	,2578	,2546	,2514	,2483	,2451
-0,50	,3085	,3050	,3015	,2981	,2946	,2912	,2877	,2843	,2810	,2776
-0,40	,3446	,3409	,3372	,3336	,3300	,3264	,3228	,3192	,3156	,3121
-0,30	,3821	,3783	,3745	,3707	,3669	,3632	,3594	,3557	,3520	,3483
-0,20	,4207	,4168	,4129	,4090	,4052	,4013	,3974	,3936	,3897	,3859
-0,10	,4602	,4562	,4522	,4483	,4443	,4404	,4364	,4325	,4286	,4247
-0,00	,5000	,4960	,4920	,4880	,4840	,4801	,4761	,4721	,4681	,4641
0,00	,5000	,5040	,5080	,5120	,5160	,5199	,5239	,5279	,5319	,5359
0,10	,5398	,5438	,5478	,5517	,5557	,5596	,5636	,5675	,5714	,5753
0,20	,5793	,5832	,5871	,5910	,5948	,5987	,6026	,6064	,6103	,6141
0,30	,6179	,6217	,6255	,6293	,6331	,6368	,6406	,6443	,6480	,6517
0,40	,6554	,6591	,6628	,6664	,6700	,6736	,6772	,6808	,6844	,6879
0,50	,6915	,6950	,6985	,7019	,7054	,7088	,7123	,7157	,7190	,7224
0,60	,7257	,7291	,7324	,7357	,7389	,7422	,7454	,7486	,7517	,7549
0,70	,7580	,7611	,7642	,7673	,7704	,7734	,7764	,7794	,7823	,7852
0,80	,7881	,7910	,7939	,7967	,7995	,8023	,8051	,8078	,8106	,8133
0,90	,8159	,8186	,8212	,8238	,8264	,8289	,8315	,8340	,8365	,8389
1,00	,8413	,8438	,8461	,8485	,8508	,8531	,8554	,8577	,8599	,8621
1,10	,8643	,8665	,8686	,8708	,8729	,8749	,8770	,8790	,8810	,8830
1,20	,8849	,8869	,8888	,8907	,8925	,8944	,8962	,8980	,8997	,9015
1,30	,9032	,9049	,9066	,9082	,9099	,9115	,9131	,9147	,9162	,9177
1,40	,9192	,9207	,9222	,9236	,9251	,9265	,9279	,9292	,9306	,9319
1,50	,9332	,9345	,9357	,9370	,9382	,9394	,9406	,9418	,9429	,9441
1,60	,9452	,9463	,9474	,9484	,9495	,9505	,9515	,9525	,9535	,9545
1,70	,9554	,9564	,9573	,9582	,9591	,9599	,9608	,9616	,9625	,9633
1,80	,9641	,9649	,9656	,9664	,9671	,9678	,9686	,9693	,9699	,9706
1,90	,9713	,9719	,9726	,9732	,9738	,9744	,9750	,9756	,9761	,9767
2,00	,9772	,9778	,9783	,9788	,9793	,9798	,9803	,9808	,9812	,9817
2,10	,9821	,9826	,9830	,9834	,9838	,9842	,9846	,9850	,9854	,9857
2,20	,9861	,9864	,9868	,9871	,9875	,9878	,9881	,9884	,9887	,9890
2,30	,9893	,9896	,9898	,9901	,9904	,9906	,9909	,9911	,9913	,9916
2,40	,9918	,9920	,9922	,9925	,9927	,9929	,9931	,9932	,9934	,9936
2,50	,9938	,9940	,9941	,9943	,9945	,9946	,9948	,9949	,9951	,9952
2,60	,9953	,9955	,9956	,9957	,9959	,9960	,9961	,9962	,9963	,9964
2,70	,9965	,9966	,9967	,9968	,9969	,9970	,9971	,9972	,9973	,9974
2,80	,9974	,9975	,9976	,9977	,9977	,9978	,9979	,9979	,9980	,9981
2,90	,9981	,9982	,9982	,9983	,9984	,9984	,9985	,9985	,9986	,9986
3,00	,9987	,9987	,9987	,9988	,9988	,9989	,9989	,9989	,9990	,9990

Verdien til $G(z)$ er beregnet med Excel-funksjonen $\text{NORMALFORDELING}(z;0;1;1)$.

D.5 t -fordelingens kvantiltabell

Tabellen viser den kritiske verdien t_α for forskjellige valg av nivået α .



Antall frihetsgrader	Areal alfa					
	0,25	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
1	1,000	3,078	6,314	12,706	31,821	63,656
2	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,689	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,687	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,686	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,686	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,685	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,685	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,684	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,684	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,684	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,683	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,683	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,683	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
31	0,682	1,309	1,696	2,040	2,453	2,744
32	0,682	1,309	1,694	2,037	2,449	2,738
33	0,682	1,308	1,692	2,035	2,445	2,733
34	0,682	1,307	1,691	2,032	2,441	2,728
35	0,682	1,306	1,690	2,030	2,438	2,724
40	0,681	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
45	0,680	1,301	1,679	2,014	2,412	2,690
50	0,679	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678
60	0,679	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
70	0,678	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648
80	0,678	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639
100	0,677	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626
1000	0,675	1,282	1,646	1,962	2,330	2,581
10000	0,675	1,282	1,645	1,960	2,327	2,576

Verdien $t_{\alpha/2}$ er beregnet av Excel-funksjonen TINV(2*alfa; frihetsgrad).