

## EKSAMEN

|  |  |
|--|--|
| Emnekode:<br>SFB12003  | Emne:<br>Metodekurs II: Samfunnsvitenskapelig metode og anvendt statistikk |
| Dato: 2.6.2014   | Eksamenstid: kl. 09.00 til kl. 13.00                                       |
| Hjelpemidler:<br>Kalkulator  | Faglærer:<br>Bjørnar Karlsen Kivedal                                       |
| <p>Eksamensoppgaven:<br/>Oppgavesettet består av 11 sider inklusiv denne forsiden og vedlegg. Kontroller at oppgaven er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.</p> <p>Oppgavesettet består av 5 oppgaver, hvor vekten til hver oppgave er angitt i prosent i oppgaveteksten. Alle oppgavene skal besvares.</p> <p>Dersom noe er uklart eller mangler i oppgavene inngår det som en del av oppgaven å ta de nødvendige forutsetninger.</p> |  |
| Sensurdato: <u>24.6.2014</u>   |  |
| Karakterene er tilgjengelige for studenter på studentweb senest to dager etter oppgitt sensurfrist. Følg instruksjoner gitt på:<br><a href="http://www.hiof.no/index.php?ID=7027">http://www.hiof.no/index.php?ID=7027</a>   |  |

### Oppgave 1 (15 %)

- Hvilke måter er det vanlig å bruke for å samle inn data til kvantitative undersøkelser?
- Hvilke måter er det vanlig å bruke for å samle inn data til kvalitative undersøkelser?
- Hva er koding av svaralternativer, og i hvilke tilfeller er det nødvendig?
- Hvilke typer av frafall har man, og hva kan gjøres for å minimere disse?

### Oppgave 2 (20 %)

Du er bedt om å lage en undersøkelse om barneskolelærere i Norge sin holdning til omfang av arbeidstid. Du skal her lage en skisse til hvordan undersøkelsen skal gjennomføres. Metodetriangulering skal brukes.

Skissen bør minst inneholde:

- En operasjonalisering av «holdning til omfang av arbeidstid».
- Hvordan du skal foreta et utvalg.
- Hvordan metodetrianguleringen skal gjennomføres.

### Oppgave 3 (15 %)

Nedenfor er det gitt fire ulike stikkprøver fra fire populasjoner.

| Populasjon 1 | Populasjon 2 | Populasjon 3 | Populasjon 4 |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 19           | 10           | 11           | 9            |
| 16           | 15           | 18           | 14           |
| 13           | 20           | 25           | 19           |

Sett opp passende hypoteser og test om populasjonsgjennomsnittene er like. Bruk 5 % signifikansnivå.

### Oppgave 4 (40 %)

Tabellen nedenfor viser utendørs lufttemperatur målt celcius X og omsetning i 1000 kr Y for en is-kiosk 6 tilfeldige dager i juli 2013.

| Observasjonsnr | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
|----------------|----|----|----|----|----|----|
| Y              | 12 | 7  | 8  | 11 | 10 | 18 |
| X              | 29 | 15 | 22 | 22 | 22 | 28 |

- Anta regresjonsmodellen  $Y = \alpha + \beta_1 x$ , og finn ved bruk av enkel lineær regresjon estimatorene til  $\alpha$  og  $\beta_1$ . Tolk tallverdien på de estimerte koeffisientene dine. Er de rimelige?
- Test om temperaturen påvirker omsetningen. Bruk 10 % signifikansnivå.
- Bruk regresjonsmodellen  $Y = \alpha e^{\beta x}$  og finn estimatorene til  $\alpha$  og  $\beta$ . Vil denne modellen være mer realistisk for å forklare omsetningen enn modellen i a)?

I tillegg har vi fått informasjon om at det for to av dagene vi har i utvalget vårt ikke var sol i det hele tatt (observasjonsnr 3 og 5). Vi konstruerer en binær dikotom variabel (dummy-variabel)  $Z$  som tar verdien 1 for disse to dagene og verdien 0 ellers. Ved å gjennomføre en multipl regressjon for modellen  $Y = \alpha + \beta_1 X + \beta_2 Z$  får vi følgende resultater:

$$\hat{\beta}_1 = 0,568$$

$$\hat{\beta}_2 = -2,148$$

d) Tolk tallverdiene på  $\hat{\beta}_1$  og  $\hat{\beta}_2$ . Er de rimelige?

Den samlede omsetningen  $Y$  for is-kiosken i 1000 kr for uke 28, 29 og 30 i 2012 og 2013 er vist nedenfor der  $t$  er observasjonsnummeret.

| År   | uke | t | Y   |
|------|-----|---|-----|
| 2012 | 28  | 1 | 160 |
| 2012 | 29  | 2 | 210 |
| 2012 | 30  | 3 | 290 |
| 2013 | 28  | 4 | 240 |
| 2013 | 29  | 5 | 230 |
| 2013 | 30  | 6 | 340 |

e) For regresjonsmodellen  $Y = \alpha + \beta t$  estimerer vi  $\hat{\alpha} = 154,0$  og  $\hat{\beta} = 26,0$ . Beregn en prognose for omsetningen i uke 28 og 30 2014 ved å bruke additiv metode. Kommenter resultatene.

### Oppgave 5 (10 %)

Tallene nedenfor viser testresultatene for et utvalg på fire studenter fra 2012 og tre studenter fra 2013 ved en test i metode 2. Observasjonene er uavhengige av hverandre og normalfordelte med forventning  $\mu_1$  og  $\mu_2$  for de to gruppene og med samme forventede standardavvik  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ . Test om det er forskjell på de to gruppegjennomsnittene ved å sette opp passende hypoteser og bruke et 5 % signifikansnivå.

| 2012 | 2013 |
|------|------|
| 76   | 90   |
| 70   | 45   |
| 61   | 81   |
| 77   |      |

# Vedlegg: Formelsamling og tabeller

## Kapittel 6

### Punktestimering

|                          |  |
|--------------------------|--|
| Estimering av $\mu$      | $\hat{\mu} = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ $E(\bar{X}) = \mu \quad \text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \quad SE(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ |
| Estimering av $\sigma^2$ | $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad E(S^2) = \sigma^2$   |
| Estimering av p          | $\hat{p} = \frac{x}{n} \quad SE(\hat{p}) = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$  |

### Konfidensintervall

|   |   |
|---|---|
| Z-intervall (kjent $\sigma$ ) 100(1 - $\alpha$ ) % for $\mu$  | $\left[ \bar{X} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$                         |
| Lengde av Z-intervall   | $L = 2 \cdot z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  |
| T-intervall (ukjent $\sigma$ ) 100(1 - $\alpha$ ) % for $\mu$ | $\left[ \bar{X} - t_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right]$                                   |
| Konfidensintervall 100(1 - $\alpha$ ) % for p                 | $\left[ \hat{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$ |

### Hypotesetesting

|  |   |
|--|---|
| Z-test av $\mu$ (når $\sigma$ er kjent)  | $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$   |
| T-test av $\mu$ (når $\sigma$ er ukjent) | $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$        |
| Z-test av p                              | $Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$ |

## Kapittel 7

### Korrelasjon og regresjon

|   |  |
|---|--|
| Korrelasjon   | $r = \frac{S_{XY}}{S_X \cdot S_Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$ |
| Stigningstall   | $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$   |
| Skjæringspunkt  | $\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x}$  |
| R kvadrat   | $r^2 = \frac{SS_R}{SS_T}$  |
|   | $SS_T = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$  |
|   | $SS_R = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$  |
|   | $SS_E = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$  |
| Justert $r^2$   | $\text{Justert } r^2 = 1 - \frac{SS_E/(n-p)}{SS_T/(n-1)} \text{ (p: antall koeffisienter)}$  |
| Estimert varians for modellen   | $s^2 = \frac{SS_E}{n-p}$   |
|   | $\text{Var}(\hat{\beta}) = \frac{\sigma^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}, \text{SE}(\hat{\beta}) = \sqrt{\text{Var}(\hat{\beta})}$   |
|   | $\text{Var}(\hat{\alpha}) = \frac{\sigma^2 \sum x_i^2}{n \sum (x_i - \bar{x})^2}, \text{SE}(\hat{\alpha}) = \sqrt{\text{Var}(\hat{\alpha})}$                               |
|   | $T = \frac{\hat{\beta}}{\text{SE}(\hat{\beta})}, T = \frac{\hat{\alpha}}{\text{SE}(\hat{\alpha})}$   |
| Et $100(1 - \alpha)\%$ konfidensintervall for forventningsverdien $E(Y)$ for en gitt $x$ :<br>Antall frihetsgrader: $n-p$     | $\hat{\alpha} + \hat{\beta}x \pm t_{\alpha/2} \cdot s \sqrt{\frac{1}{n} + \left(\frac{x - \bar{x}}{SE(\hat{\beta})}\right)^2}$   |
| Et $100(1 - \alpha)\%$ prediksjonsintervall for enkeltobservasjonen $Y$ for en gitt $x$ -verdi<br>Antall frihetsgrader: $n-p$ | $\hat{\alpha} + \hat{\beta}x \pm t_{\alpha/2} \cdot s \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \left(\frac{x - \bar{x}}{SE(\hat{\beta})}\right)^2}$   |
| Et $100(1 - \alpha)\%$ konfidensintervall for koeffisienten $\beta$ ved ukjent $\sigma$ .<br>Antall frihetsgrader: $n-p$      | $[\hat{\beta} - t_{\alpha/2} \cdot SE(\hat{\beta}), \hat{\beta} + t_{\alpha/2} \cdot SE(\hat{\beta})]$   |
| Et $100(1 - \alpha)\%$ konfidensintervall for koeffisienten $\beta$ ved kjent $\sigma$ .                                      | $[\hat{\beta} - z_{\alpha/2} \cdot SE(\hat{\beta}), \hat{\beta} + z_{\alpha/2} \cdot SE(\hat{\beta})]$   |

## Tidsrekkeanalyse

|                     | Multiplikativ modell            | Additiv modell          |
|---------------------|---------------------------------|-------------------------|
| Modell              | $Y_t = T_t \cdot S_t \cdot U_t$ | $Y_t = T_t + S_t + U_t$ |
| Sesongkomponent     | $Z_t = Y_t/T_t$                 | $Z_t = Y_t - T_t$       |
| Tilfeldig variasjon | $U_t = Z_t/S_t$                 | $U_t = Z_t - S_t$       |
| Prognose            | $Y_t = T_t \cdot S_t$           | $Y_t = T_t + S_t$       |

## Kapittel 8

### Uparet T-test

|  |  |
|--|--|
| Estimert differanse  | $\hat{D} = \bar{X} - \bar{Y}$  |
| Interpolert varians  | $S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$  |
| Standardfeil   | $SE(\hat{D}) = S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$   |
| Testobservator   | $T = \frac{\hat{D}}{SE(\hat{D})} = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$ |
| 100(1 - $\alpha$ )% konfidensintervall for differansen $\mu_1 - \mu_2$ | $\bar{X} - \bar{Y} \pm t_{\alpha/2} \cdot S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$                    |

### Paret T-test

|  |   |
|--|---|
| Differanse   | $D_i = X_i - Y_i$                                     |
| Testobservator                                     | $T = \frac{\bar{D}}{S_D/\sqrt{n}}$                    |
| 100(1 - $\alpha$ )% konfidensintervall for $\mu_D$ | $\bar{D} \pm t_{\alpha/2} \cdot \frac{S_D}{\sqrt{n}}$ |

### Variansanalyse for flere grupper

|  |  |
|--|--|
| Testobservator                                       | $F = \frac{\text{varians mellom gruppene}}{\text{varians innad i gruppene}} = \frac{S_G^2}{S_E^2}$ |
| Total variasjon, total varians                       | $SS_T = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y})^2, \quad S_T^2 = SS_T/(n - 1)$            |
| Variasjon mellom gruppene, varians mellom gruppene   | $SS_G = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (\bar{y}_i - \bar{y})^2, \quad S_G^2 = SS_G/(k - 1)$         |
| Variasjon innad i gruppene, varians innad i gruppene | $SS_E = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2, \quad S_E^2 = SS_E/(n - k)$          |

## Analyse av kategoriske krysstabeller

|                               |  |
|-------------------------------|--|
| Testobservator                | $Q = \sum_{\text{alle celler}} \frac{(\text{observert} - \text{forventet})^2}{\text{forventet}}$ |
| Frihetsgrader, kjikvadrattest | $(r - 1)(k - 1)$   |
| Frihetsgrader, modelltest     | $(k - 1)$  |

## Logaritmeregning

$$\ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$$

$$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$$

$$\ln a^b = b \cdot \ln a$$

$$\ln e = 1$$

$$e^{\ln a} = a$$

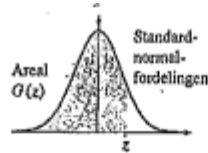
## Omformingsregler ikke-lineær regresjon

**Tabell 7.1** Noen ikke-lineære modeller og de nødvendige omformingsreglene

| Ikke-lineær modell<br>$y = f(x)$           | Omforming av variabler                 |                       | Omforming av koeffisienter |                     |
|--|--|-----------------------|----------------------------|---------------------|
| $y = \alpha e^{\beta x}$                   | $y^* = \ln y,$                         | $x^* = x$             | $\hat{\alpha} = e^{a^*},$  | $\hat{\beta} = b^*$ |
| $y = \alpha x^{\beta}$                     | $y^* = \log y,$                        | $x^* = \log x$        | $\hat{\alpha} = 10^{a^*},$ | $\hat{\beta} = b^*$ |
| $y = \alpha + \beta \log x$                | $y^* = y,$                             | $x^* = \log x$        | $\hat{\alpha} = a^*,$      | $\hat{\beta} = b^*$ |
| $y = 1/(1 + e^{\alpha + \beta x})$         | $y^* = \ln\left(\frac{1-y}{y}\right),$ | $x^* = x$             | $\hat{\alpha} = a^*,$      | $\hat{\beta} = b^*$ |
| $y = \alpha + \frac{\beta}{x}$             | $y^* = y,$                             | $x^* = \frac{1}{x}$   | $\hat{\alpha} = a^*,$      | $\hat{\beta} = b^*$ |
| $y = \frac{1}{\alpha + \beta x}$           | $y^* = \frac{1}{y},$                   | $x^* = x$             | $\hat{\alpha} = a^*,$      | $\hat{\beta} = b^*$ |
| $y = \alpha + \beta \sqrt{x}$              | $y^* = y,$                             | $x^* = \sqrt{x}$      | $\hat{\alpha} = a^*,$      | $\hat{\beta} = b^*$ |
| $y = (\alpha + \beta x)^2$                 | $y^* = \sqrt{y},$                      | $x^* = x$             | $\hat{\alpha} = a^*,$      | $\hat{\beta} = b^*$ |
| $\frac{1}{y} = \alpha + \frac{\beta}{1+x}$ | $y^* = \frac{1}{y},$                   | $x^* = \frac{1}{1+x}$ | $\hat{\alpha} = a^*,$      | $\hat{\beta} = b^*$ |

# Kumulativ standardnormalfordeling

Tabellen viser Gauss-funksjonen  $G(z)$  for forskjellige valg av  $z$ .



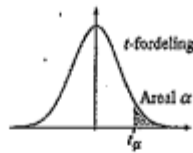
| z     | 0,00  | 0,01  | 0,02  | 0,03  | 0,04  | 0,05  | 0,06  | 0,07  | 0,08  | 0,09  |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| -3,00 | ,0013 | ,0013 | ,0013 | ,0012 | ,0012 | ,0011 | ,0011 | ,0011 | ,0010 | ,0010 |
| -2,90 | ,0019 | ,0018 | ,0018 | ,0017 | ,0016 | ,0016 | ,0015 | ,0015 | ,0014 | ,0014 |
| -2,80 | ,0026 | ,0025 | ,0024 | ,0023 | ,0023 | ,0022 | ,0021 | ,0021 | ,0020 | ,0019 |
| -2,70 | ,0035 | ,0034 | ,0033 | ,0032 | ,0031 | ,0030 | ,0029 | ,0028 | ,0027 | ,0026 |
| -2,60 | ,0047 | ,0045 | ,0044 | ,0043 | ,0041 | ,0040 | ,0039 | ,0038 | ,0037 | ,0036 |
| -2,50 | ,0062 | ,0060 | ,0059 | ,0057 | ,0055 | ,0054 | ,0052 | ,0051 | ,0049 | ,0048 |
| -2,40 | ,0082 | ,0080 | ,0078 | ,0075 | ,0073 | ,0071 | ,0069 | ,0068 | ,0066 | ,0064 |
| -2,30 | ,0107 | ,0104 | ,0102 | ,0099 | ,0096 | ,0094 | ,0091 | ,0089 | ,0087 | ,0084 |
| -2,20 | ,0139 | ,0136 | ,0132 | ,0129 | ,0125 | ,0122 | ,0119 | ,0118 | ,0115 | ,0113 |
| -2,10 | ,0179 | ,0174 | ,0170 | ,0166 | ,0162 | ,0158 | ,0154 | ,0150 | ,0146 | ,0143 |
| -2,00 | ,0228 | ,0222 | ,0217 | ,0212 | ,0207 | ,0202 | ,0197 | ,0192 | ,0188 | ,0183 |
| -1,90 | ,0287 | ,0281 | ,0274 | ,0268 | ,0262 | ,0256 | ,0250 | ,0244 | ,0239 | ,0233 |
| -1,80 | ,0359 | ,0351 | ,0344 | ,0336 | ,0329 | ,0322 | ,0314 | ,0307 | ,0301 | ,0294 |
| -1,70 | ,0446 | ,0436 | ,0427 | ,0418 | ,0409 | ,0401 | ,0392 | ,0384 | ,0375 | ,0367 |
| -1,60 | ,0548 | ,0537 | ,0526 | ,0516 | ,0505 | ,0495 | ,0485 | ,0475 | ,0465 | ,0455 |
| -1,50 | ,0668 | ,0655 | ,0643 | ,0630 | ,0618 | ,0606 | ,0594 | ,0582 | ,0571 | ,0559 |
| -1,40 | ,0808 | ,0793 | ,0778 | ,0764 | ,0749 | ,0735 | ,0721 | ,0708 | ,0694 | ,0681 |
| -1,30 | ,0968 | ,0951 | ,0934 | ,0918 | ,0901 | ,0885 | ,0869 | ,0853 | ,0838 | ,0823 |
| -1,20 | ,1151 | ,1131 | ,1112 | ,1093 | ,1075 | ,1056 | ,1038 | ,1020 | ,1003 | ,0985 |
| -1,10 | ,1357 | ,1335 | ,1314 | ,1292 | ,1271 | ,1251 | ,1230 | ,1210 | ,1190 | ,1170 |
| -1,00 | ,1587 | ,1562 | ,1539 | ,1515 | ,1492 | ,1469 | ,1446 | ,1423 | ,1401 | ,1379 |
| -0,90 | ,1841 | ,1814 | ,1788 | ,1762 | ,1736 | ,1711 | ,1685 | ,1660 | ,1635 | ,1611 |
| -0,80 | ,2119 | ,2091 | ,2061 | ,2033 | ,2005 | ,1977 | ,1949 | ,1922 | ,1894 | ,1867 |
| -0,70 | ,2420 | ,2389 | ,2358 | ,2327 | ,2296 | ,2266 | ,2236 | ,2206 | ,2177 | ,2148 |
| -0,60 | ,2743 | ,2709 | ,2676 | ,2643 | ,2611 | ,2578 | ,2546 | ,2514 | ,2483 | ,2451 |
| -0,50 | ,3085 | ,3050 | ,3015 | ,2981 | ,2946 | ,2912 | ,2877 | ,2843 | ,2810 | ,2776 |
| -0,40 | ,3448 | ,3409 | ,3372 | ,3333 | ,3300 | ,3264 | ,3228 | ,3192 | ,3156 | ,3121 |
| -0,30 | ,3821 | ,3783 | ,3745 | ,3707 | ,3669 | ,3632 | ,3594 | ,3557 | ,3520 | ,3483 |
| -0,20 | ,4207 | ,4168 | ,4129 | ,4090 | ,4052 | ,4013 | ,3974 | ,3936 | ,3897 | ,3859 |
| -0,10 | ,4602 | ,4562 | ,4522 | ,4483 | ,4443 | ,4404 | ,4364 | ,4325 | ,4286 | ,4247 |
| -0,00 | ,5000 | ,4960 | ,4920 | ,4880 | ,4840 | ,4801 | ,4761 | ,4721 | ,4681 | ,4641 |
| 0,00  | ,5000 | ,5040 | ,5080 | ,5120 | ,5160 | ,5199 | ,5239 | ,5279 | ,5319 | ,5359 |
| 0,10  | ,5398 | ,5438 | ,5478 | ,5517 | ,5557 | ,5596 | ,5636 | ,5675 | ,5714 | ,5753 |
| 0,20  | ,5793 | ,5832 | ,5871 | ,5910 | ,5948 | ,5987 | ,6026 | ,6064 | ,6103 | ,6141 |
| 0,30  | ,6179 | ,6217 | ,6255 | ,6293 | ,6331 | ,6368 | ,6406 | ,6443 | ,6480 | ,6517 |
| 0,40  | ,6554 | ,6591 | ,6628 | ,6664 | ,6700 | ,6736 | ,6772 | ,6808 | ,6844 | ,6879 |
| 0,50  | ,6915 | ,6950 | ,6985 | ,7019 | ,7054 | ,7088 | ,7123 | ,7157 | ,7190 | ,7224 |
| 0,60  | ,7257 | ,7291 | ,7324 | ,7357 | ,7389 | ,7422 | ,7454 | ,7486 | ,7517 | ,7549 |
| 0,70  | ,7580 | ,7611 | ,7642 | ,7673 | ,7704 | ,7734 | ,7764 | ,7794 | ,7823 | ,7852 |
| 0,80  | ,7881 | ,7910 | ,7939 | ,7967 | ,7995 | ,8023 | ,8051 | ,8078 | ,8106 | ,8133 |
| 0,90  | ,8159 | ,8186 | ,8212 | ,8238 | ,8264 | ,8289 | ,8315 | ,8340 | ,8365 | ,8389 |
| 1,00  | ,8413 | ,8438 | ,8461 | ,8485 | ,8508 | ,8531 | ,8554 | ,8577 | ,8599 | ,8621 |
| 1,10  | ,8643 | ,8665 | ,8686 | ,8708 | ,8729 | ,8749 | ,8770 | ,8790 | ,8810 | ,8830 |
| 1,20  | ,8849 | ,8869 | ,8888 | ,8907 | ,8925 | ,8944 | ,8962 | ,8980 | ,8997 | ,9015 |
| 1,30  | ,9032 | ,9049 | ,9066 | ,9082 | ,9099 | ,9115 | ,9131 | ,9147 | ,9162 | ,9177 |
| 1,40  | ,9192 | ,9207 | ,9222 | ,9236 | ,9251 | ,9265 | ,9279 | ,9292 | ,9306 | ,9319 |
| 1,50  | ,9332 | ,9345 | ,9357 | ,9370 | ,9382 | ,9394 | ,9406 | ,9418 | ,9429 | ,9441 |
| 1,60  | ,9452 | ,9463 | ,9474 | ,9484 | ,9495 | ,9505 | ,9515 | ,9525 | ,9535 | ,9545 |
| 1,70  | ,9554 | ,9564 | ,9573 | ,9582 | ,9591 | ,9599 | ,9608 | ,9616 | ,9625 | ,9633 |
| 1,80  | ,9641 | ,9649 | ,9656 | ,9664 | ,9671 | ,9678 | ,9686 | ,9693 | ,9699 | ,9706 |
| 1,90  | ,9713 | ,9719 | ,9726 | ,9732 | ,9738 | ,9744 | ,9750 | ,9756 | ,9761 | ,9767 |
| 2,00  | ,9772 | ,9778 | ,9783 | ,9788 | ,9793 | ,9798 | ,9803 | ,9808 | ,9812 | ,9817 |
| 2,10  | ,9821 | ,9826 | ,9830 | ,9834 | ,9838 | ,9842 | ,9846 | ,9850 | ,9854 | ,9857 |
| 2,20  | ,9861 | ,9864 | ,9868 | ,9871 | ,9875 | ,9878 | ,9881 | ,9884 | ,9887 | ,9890 |
| 2,30  | ,9893 | ,9896 | ,9898 | ,9901 | ,9904 | ,9906 | ,9909 | ,9911 | ,9913 | ,9916 |
| 2,40  | ,9918 | ,9920 | ,9922 | ,9925 | ,9927 | ,9929 | ,9931 | ,9932 | ,9934 | ,9936 |
| 2,50  | ,9938 | ,9940 | ,9941 | ,9943 | ,9945 | ,9946 | ,9948 | ,9949 | ,9951 | ,9952 |
| 2,60  | ,9953 | ,9955 | ,9956 | ,9957 | ,9959 | ,9960 | ,9961 | ,9962 | ,9963 | ,9964 |
| 2,70  | ,9965 | ,9966 | ,9967 | ,9968 | ,9969 | ,9970 | ,9971 | ,9972 | ,9973 | ,9974 |
| 2,80  | ,9974 | ,9975 | ,9976 | ,9977 | ,9977 | ,9978 | ,9978 | ,9979 | ,9980 | ,9981 |
| 2,90  | ,9981 | ,9982 | ,9982 | ,9983 | ,9984 | ,9984 | ,9985 | ,9985 | ,9986 | ,9986 |
| 3,00  | ,9987 | ,9987 | ,9987 | ,9988 | ,9988 | ,9989 | ,9989 | ,9989 | ,9990 | ,9990 |

Verdier til  $G(z)$  er beregnet med Excel-funksjonen  $NORMALFORDELING(z;0;1;1)$ .



## t-fordelingens kvantiltabell

Tabellen viser den kritiske verdien  $t_{\alpha}$  for forskjellige valg av nivået  $\alpha$ .

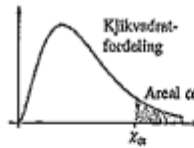


| Antall<br>frihetsgrader | Areal $\alpha$ |       |       |        |        |        |
|-------------------------|----------------|-------|-------|--------|--------|--------|
|                         | 0,25           | 0,1   | 0,05  | 0,025  | 0,01   | 0,005  |
| 1                       | 1,000          | 3,078 | 6,314 | 12,706 | 31,821 | 63,656 |
| 2                       | 0,816          | 1,886 | 2,920 | 4,303  | 6,965  | 9,925  |
| 3                       | 0,765          | 1,638 | 2,353 | 3,182  | 4,541  | 5,841  |
| 4                       | 0,741          | 1,533 | 2,132 | 2,776  | 3,747  | 4,604  |
| 5                       | 0,727          | 1,476 | 2,015 | 2,571  | 3,365  | 4,032  |
| 6                       | 0,716          | 1,440 | 1,943 | 2,447  | 3,143  | 3,707  |
| 7                       | 0,711          | 1,415 | 1,895 | 2,365  | 2,998  | 3,499  |
| 8                       | 0,706          | 1,397 | 1,860 | 2,306  | 2,896  | 3,355  |
| 9                       | 0,703          | 1,383 | 1,833 | 2,262  | 2,821  | 3,250  |
| 10                      | 0,700          | 1,372 | 1,812 | 2,228  | 2,764  | 3,169  |
| 11                      | 0,697          | 1,363 | 1,796 | 2,201  | 2,718  | 3,106  |
| 12                      | 0,695          | 1,356 | 1,782 | 2,179  | 2,681  | 3,055  |
| 13                      | 0,694          | 1,350 | 1,771 | 2,160  | 2,650  | 3,012  |
| 14                      | 0,692          | 1,345 | 1,761 | 2,145  | 2,624  | 2,977  |
| 15                      | 0,691          | 1,341 | 1,753 | 2,131  | 2,602  | 2,947  |
| 16                      | 0,690          | 1,337 | 1,748 | 2,120  | 2,583  | 2,921  |
| 17                      | 0,689          | 1,333 | 1,740 | 2,110  | 2,567  | 2,898  |
| 18                      | 0,688          | 1,330 | 1,734 | 2,101  | 2,552  | 2,878  |
| 19                      | 0,688          | 1,328 | 1,729 | 2,093  | 2,539  | 2,861  |
| 20                      | 0,687          | 1,326 | 1,725 | 2,086  | 2,528  | 2,845  |
| 21                      | 0,686          | 1,323 | 1,721 | 2,080  | 2,518  | 2,831  |
| 22                      | 0,686          | 1,321 | 1,717 | 2,074  | 2,508  | 2,819  |
| 23                      | 0,685          | 1,319 | 1,714 | 2,069  | 2,500  | 2,807  |
| 24                      | 0,685          | 1,318 | 1,711 | 2,064  | 2,492  | 2,797  |
| 25                      | 0,684          | 1,316 | 1,708 | 2,060  | 2,485  | 2,787  |
| 26                      | 0,684          | 1,315 | 1,706 | 2,058  | 2,479  | 2,779  |
| 27                      | 0,684          | 1,314 | 1,703 | 2,052  | 2,473  | 2,771  |
| 28                      | 0,683          | 1,313 | 1,701 | 2,048  | 2,467  | 2,763  |
| 29                      | 0,683          | 1,311 | 1,699 | 2,045  | 2,462  | 2,756  |
| 30                      | 0,683          | 1,310 | 1,697 | 2,042  | 2,457  | 2,750  |
| 31                      | 0,682          | 1,309 | 1,696 | 2,040  | 2,453  | 2,744  |
| 32                      | 0,682          | 1,309 | 1,694 | 2,037  | 2,449  | 2,738  |
| 33                      | 0,682          | 1,308 | 1,692 | 2,035  | 2,445  | 2,733  |
| 34                      | 0,682          | 1,307 | 1,691 | 2,032  | 2,441  | 2,728  |
| 35                      | 0,682          | 1,306 | 1,690 | 2,030  | 2,438  | 2,724  |
| 40                      | 0,681          | 1,303 | 1,684 | 2,021  | 2,423  | 2,704  |
| 45                      | 0,680          | 1,301 | 1,679 | 2,014  | 2,412  | 2,690  |
| 50                      | 0,679          | 1,299 | 1,676 | 2,009  | 2,403  | 2,678  |
| 60                      | 0,679          | 1,296 | 1,671 | 2,000  | 2,390  | 2,660  |
| 70                      | 0,678          | 1,294 | 1,667 | 1,994  | 2,381  | 2,648  |
| 80                      | 0,678          | 1,292 | 1,664 | 1,990  | 2,374  | 2,639  |
| 100                     | 0,677          | 1,290 | 1,660 | 1,984  | 2,364  | 2,626  |
| 1000                    | 0,675          | 1,282 | 1,646 | 1,982  | 2,330  | 2,581  |
| 10000                   | 0,675          | 1,282 | 1,645 | 1,980  | 2,327  | 2,576  |

Verdien  $t_{\alpha}$  er beregnet av Excel-funksjonen TINV(2\* $\alpha$ ; frihetsgrad).

## Kjikkvadratfordelingens kvantiltabell

Tabellen viser den kritiske verdien  $\chi_{\alpha}$  for forskjellige valg av nivået  $\alpha$ .



| Antall frihetsgrader | Areal $\alpha$ |       |       |       |       | Areal $\alpha$ |        |        |        |        |        |        |
|----------------------|----------------|-------|-------|-------|-------|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|                      | 0,998          | 0,995 | 0,990 | 0,975 | 0,950 | 0,900          | 0,100  | 0,050  | 0,025  | 0,010  | 0,005  | 0,002  |
| 1                    | 0,00           | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,00  | 0,02           | 2,71   | 3,84   | 5,02   | 6,63   | 7,88   | 9,55   |
| 2                    | 0,00           | 0,01  | 0,02  | 0,05  | 0,10  | 0,21           | 4,61   | 5,99   | 7,38   | 9,21   | 10,60  | 12,43  |
| 3                    | 0,04           | 0,07  | 0,11  | 0,22  | 0,35  | 0,58           | 6,25   | 7,81   | 9,35   | 11,34  | 12,84  | 14,80  |
| 4                    | 0,13           | 0,21  | 0,30  | 0,48  | 0,71  | 1,06           | 7,78   | 9,49   | 11,14  | 13,28  | 14,86  | 16,92  |
| 5                    | 0,28           | 0,41  | 0,55  | 0,83  | 1,15  | 1,61           | 9,24   | 11,07  | 12,83  | 15,09  | 16,75  | 18,91  |
| 6                    | 0,49           | 0,68  | 0,87  | 1,24  | 1,64  | 2,20           | 10,64  | 12,59  | 14,45  | 16,81  | 18,55  | 20,79  |
| 7                    | 0,74           | 0,99  | 1,24  | 1,69  | 2,17  | 2,83           | 12,02  | 14,07  | 16,01  | 18,48  | 20,28  | 22,60  |
| 8                    | 1,04           | 1,34  | 1,65  | 2,18  | 2,73  | 3,49           | 13,36  | 15,51  | 17,53  | 20,09  | 21,95  | 24,35  |
| 9                    | 1,37           | 1,73  | 2,09  | 2,70  | 3,33  | 4,17           | 14,68  | 16,92  | 19,02  | 21,67  | 23,59  | 26,06  |
| 10                   | 1,73           | 2,16  | 2,56  | 3,25  | 3,94  | 4,87           | 15,99  | 18,31  | 20,48  | 23,21  | 25,19  | 27,72  |
| 11                   | 2,13           | 2,60  | 3,05  | 3,82  | 4,57  | 5,58           | 17,28  | 19,68  | 21,92  | 24,73  | 26,76  | 29,35  |
| 12                   | 2,54           | 3,07  | 3,57  | 4,40  | 5,23  | 6,30           | 18,55  | 21,03  | 23,34  | 26,22  | 28,30  | 30,96  |
| 13                   | 2,98           | 3,57  | 4,11  | 5,01  | 5,89  | 7,04           | 19,81  | 22,38  | 24,74  | 27,69  | 29,82  | 32,54  |
| 14                   | 3,44           | 4,07  | 4,66  | 5,63  | 6,57  | 7,79           | 21,08  | 23,68  | 26,12  | 29,14  | 31,32  | 34,09  |
| 15                   | 3,92           | 4,60  | 5,23  | 6,26  | 7,26  | 8,55           | 22,31  | 25,00  | 27,49  | 30,58  | 32,80  | 35,63  |
| 16                   | 4,41           | 5,14  | 5,81  | 6,91  | 7,96  | 9,31           | 23,54  | 26,30  | 28,85  | 32,00  | 34,27  | 37,15  |
| 17                   | 4,92           | 5,70  | 6,41  | 7,56  | 8,67  | 10,09          | 24,77  | 27,59  | 30,19  | 33,41  | 35,72  | 38,65  |
| 18                   | 5,44           | 6,28  | 7,01  | 8,23  | 9,39  | 10,86          | 25,99  | 28,87  | 31,53  | 34,81  | 37,16  | 40,14  |
| 19                   | 5,97           | 6,84  | 7,63  | 8,91  | 10,12 | 11,65          | 27,20  | 30,14  | 32,85  | 36,19  | 38,58  | 41,61  |
| 20                   | 6,51           | 7,43  | 8,26  | 9,59  | 10,85 | 12,44          | 28,41  | 31,41  | 34,17  | 37,57  | 40,00  | 43,07  |
| 21                   | 7,07           | 8,03  | 8,90  | 10,28 | 11,59 | 13,24          | 29,62  | 32,67  | 35,48  | 38,93  | 41,40  | 44,52  |
| 22                   | 7,64           | 8,64  | 9,54  | 10,98 | 12,34 | 14,04          | 30,81  | 33,92  | 36,78  | 40,29  | 42,80  | 45,96  |
| 23                   | 8,21           | 9,26  | 10,20 | 11,69 | 13,09 | 14,85          | 32,01  | 35,17  | 38,08  | 41,64  | 44,18  | 47,39  |
| 24                   | 8,80           | 9,89  | 10,86 | 12,40 | 13,85 | 15,66          | 33,20  | 36,42  | 39,36  | 42,98  | 45,56  | 48,81  |
| 25                   | 9,39           | 10,52 | 11,52 | 13,12 | 14,61 | 16,47          | 34,38  | 37,65  | 40,65  | 44,31  | 46,93  | 50,22  |
| 26                   | 9,99           | 11,16 | 12,20 | 13,84 | 15,38 | 17,29          | 35,56  | 38,89  | 41,92  | 45,64  | 48,29  | 51,63  |
| 27                   | 10,60          | 11,81 | 12,88 | 14,57 | 16,16 | 18,11          | 36,74  | 40,11  | 43,19  | 46,96  | 49,65  | 53,02  |
| 28                   | 11,21          | 12,46 | 13,56 | 15,31 | 16,93 | 18,94          | 37,92  | 41,34  | 44,46  | 48,28  | 50,99  | 54,41  |
| 29                   | 11,83          | 13,12 | 14,26 | 16,05 | 17,71 | 19,77          | 39,09  | 42,56  | 45,72  | 49,59  | 52,34  | 55,79  |
| 30                   | 12,46          | 13,79 | 14,95 | 16,79 | 18,49 | 20,60          | 40,26  | 43,77  | 46,98  | 50,89  | 53,67  | 57,17  |
| 31                   | 13,10          | 14,46 | 15,66 | 17,54 | 19,28 | 21,43          | 41,42  | 44,99  | 48,23  | 52,19  | 55,00  | 58,54  |
| 32                   | 13,73          | 15,13 | 16,36 | 18,29 | 20,07 | 22,27          | 42,58  | 46,19  | 49,48  | 53,49  | 56,33  | 59,90  |
| 33                   | 14,38          | 15,82 | 17,07 | 19,05 | 20,87 | 23,11          | 43,75  | 47,40  | 50,73  | 54,78  | 57,65  | 61,26  |
| 34                   | 15,03          | 16,50 | 17,79 | 19,81 | 21,66 | 23,95          | 44,90  | 48,60  | 51,97  | 56,08  | 58,96  | 62,61  |
| 35                   | 15,69          | 17,19 | 18,51 | 20,57 | 22,47 | 24,80          | 46,06  | 49,80  | 53,20  | 57,34  | 60,27  | 63,95  |
| 40                   | 19,03          | 20,71 | 22,16 | 24,43 | 26,51 | 29,05          | 51,81  | 55,78  | 59,34  | 63,69  | 66,77  | 70,62  |
| 45                   | 22,48          | 24,31 | 25,90 | 28,37 | 30,61 | 33,35          | 57,51  | 61,66  | 65,41  | 69,96  | 73,17  | 77,18  |
| 50                   | 26,01          | 27,99 | 29,71 | 32,36 | 34,76 | 37,69          | 63,17  | 67,50  | 71,42  | 76,15  | 79,49  | 83,66  |
| 60                   | 33,27          | 35,59 | 37,48 | 40,48 | 43,19 | 46,46          | 74,40  | 79,08  | 83,30  | 88,38  | 91,95  | 96,40  |
| 70                   | 40,75          | 43,28 | 45,44 | 48,78 | 51,74 | 55,33          | 85,53  | 90,53  | 95,02  | 100,43 | 104,21 | 108,93 |
| 80                   | 48,40          | 51,17 | 53,54 | 57,15 | 60,39 | 64,28          | 96,58  | 101,88 | 106,63 | 112,33 | 116,32 | 121,28 |
| 100                  | 64,11          | 67,33 | 70,08 | 74,22 | 77,93 | 82,36          | 118,50 | 124,34 | 129,56 | 135,81 | 140,17 | 145,58 |

Tabellverdiene er beregnet med Excel-funksjonen INVERS.KJIFORDELING(alfa;frihetsgrad).

For et høyere antall frihetsgrader ( $n$ ) kan du benytte formelen  $\chi_{\alpha} = n + z_{\alpha}\sqrt{2n}$ , der  $z_{\alpha}$  er den tilsvarende kritiske verdien for normalfordelingen (se tabell D.4).

## F-tabell

| Nev<br>ner | F-tabell |        | Antall frihetsgrader i teller |        |        |        |        |        |        |        | $\alpha = 0,05$ |
|------------|----------|--------|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-----------------|
|            | 1        | 2      | 3                             | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      | 10     |                 |
| 1          | 161,46   | 199,50 | 215,71                        | 224,58 | 230,16 | 233,99 | 236,77 | 238,88 | 240,54 | 241,88 |                 |
| 2          | 18,51    | 19,00  | 19,16                         | 19,25  | 19,30  | 19,33  | 19,35  | 19,37  | 19,38  | 19,40  |                 |
| 3          | 10,13    | 9,55   | 9,28                          | 9,12   | 9,01   | 8,94   | 8,89   | 8,85   | 8,81   | 8,79   |                 |
| 4          | 7,71     | 6,94   | 6,59                          | 6,39   | 6,26   | 6,16   | 6,09   | 6,04   | 6,00   | 5,96   |                 |
| 5          | 6,61     | 5,79   | 5,41                          | 5,19   | 5,05   | 4,95   | 4,88   | 4,82   | 4,77   | 4,74   |                 |
| 6          | 5,99     | 5,14   | 4,76                          | 4,53   | 4,39   | 4,28   | 4,21   | 4,15   | 4,10   | 4,06   |                 |
| 7          | 5,59     | 4,74   | 4,35                          | 4,12   | 3,97   | 3,87   | 3,79   | 3,73   | 3,68   | 3,64   |                 |
| 8          | 5,32     | 4,46   | 4,07                          | 3,84   | 3,69   | 3,58   | 3,50   | 3,44   | 3,39   | 3,35   |                 |
| 9          | 5,12     | 4,26   | 3,86                          | 3,63   | 3,48   | 3,37   | 3,29   | 3,23   | 3,18   | 3,14   |                 |
| 10         | 4,96     | 4,10   | 3,71                          | 3,48   | 3,33   | 3,22   | 3,14   | 3,07   | 3,02   | 2,98   |                 |
| 11         | 4,84     | 3,98   | 3,59                          | 3,36   | 3,20   | 3,09   | 3,01   | 2,95   | 2,90   | 2,85   |                 |
| 12         | 4,75     | 3,89   | 3,49                          | 3,26   | 3,11   | 3,00   | 2,91   | 2,85   | 2,80   | 2,75   |                 |
| 13         | 4,67     | 3,81   | 3,41                          | 3,18   | 3,03   | 2,92   | 2,83   | 2,77   | 2,71   | 2,67   |                 |
| 14         | 4,60     | 3,74   | 3,34                          | 3,11   | 2,96   | 2,85   | 2,76   | 2,70   | 2,65   | 2,60   |                 |
| 15         | 4,54     | 3,68   | 3,29                          | 3,06   | 2,90   | 2,79   | 2,71   | 2,64   | 2,59   | 2,54   |                 |
| 16         | 4,49     | 3,63   | 3,24                          | 3,01   | 2,85   | 2,74   | 2,66   | 2,59   | 2,54   | 2,49   |                 |
| 17         | 4,45     | 3,59   | 3,20                          | 2,96   | 2,81   | 2,70   | 2,61   | 2,55   | 2,49   | 2,45   |                 |
| 18         | 4,41     | 3,55   | 3,16                          | 2,93   | 2,77   | 2,66   | 2,58   | 2,51   | 2,46   | 2,41   |                 |
| 19         | 4,38     | 3,52   | 3,13                          | 2,90   | 2,74   | 2,63   | 2,54   | 2,48   | 2,42   | 2,38   |                 |
| 20         | 4,35     | 3,49   | 3,10                          | 2,87   | 2,71   | 2,60   | 2,51   | 2,45   | 2,39   | 2,35   |                 |
| 21         | 4,32     | 3,47   | 3,07                          | 2,84   | 2,68   | 2,57   | 2,49   | 2,42   | 2,37   | 2,32   |                 |
| 22         | 4,30     | 3,44   | 3,05                          | 2,82   | 2,66   | 2,55   | 2,46   | 2,40   | 2,34   | 2,30   |                 |
| 23         | 4,28     | 3,42   | 3,03                          | 2,80   | 2,64   | 2,53   | 2,44   | 2,37   | 2,32   | 2,27   |                 |
| 24         | 4,26     | 3,40   | 3,01                          | 2,78   | 2,62   | 2,51   | 2,42   | 2,36   | 2,30   | 2,25   |                 |
| 25         | 4,24     | 3,39   | 2,99                          | 2,76   | 2,60   | 2,49   | 2,40   | 2,34   | 2,28   | 2,24   |                 |
| 26         | 4,23     | 3,37   | 2,98                          | 2,74   | 2,59   | 2,47   | 2,39   | 2,32   | 2,27   | 2,22   |                 |
| 27         | 4,21     | 3,35   | 2,96                          | 2,73   | 2,57   | 2,46   | 2,37   | 2,31   | 2,25   | 2,20   |                 |
| 28         | 4,20     | 3,34   | 2,95                          | 2,71   | 2,56   | 2,45   | 2,36   | 2,29   | 2,24   | 2,19   |                 |
| 29         | 4,18     | 3,33   | 2,93                          | 2,70   | 2,55   | 2,43   | 2,35   | 2,28   | 2,22   | 2,18   |                 |
| 30         | 4,17     | 3,32   | 2,92                          | 2,69   | 2,53   | 2,42   | 2,33   | 2,27   | 2,21   | 2,16   |                 |
| 40         | 4,08     | 3,23   | 2,84                          | 2,61   | 2,45   | 2,34   | 2,25   | 2,18   | 2,12   | 2,08   |                 |
| 50         | 4,03     | 3,18   | 2,79                          | 2,56   | 2,40   | 2,29   | 2,20   | 2,13   | 2,07   | 2,03   |                 |
| 50         | 4,03     | 3,18   | 2,79                          | 2,56   | 2,40   | 2,29   | 2,20   | 2,13   | 2,07   | 2,03   |                 |
| 70         | 3,98     | 3,13   | 2,74                          | 2,50   | 2,35   | 2,23   | 2,14   | 2,07   | 2,02   | 1,97   |                 |
| 80         | 3,96     | 3,11   | 2,72                          | 2,49   | 2,33   | 2,21   | 2,13   | 2,06   | 2,00   | 1,95   |                 |
| 90         | 3,95     | 3,10   | 2,71                          | 2,47   | 2,32   | 2,20   | 2,11   | 2,04   | 1,99   | 1,94   |                 |
| 99         | 3,94     | 3,09   | 2,70                          | 2,46   | 2,31   | 2,19   | 2,10   | 2,03   | 1,98   | 1,93   |                 |