

EKSAMEN

| | |
|--|--|
| Emnekode: SFB12003 | Emne: Metodekurs II: Samfunnsvitenskapelig metode og anvendt statistikk |
| Dato: 18.12.2013 | Eksamenstid: kl. 09.00 til kl. 13.00 |
| Hjelpemidler: Kalkulator | Faglærer: Bjørnar Karlsen Kivedal |
| <p>Eksamensoppgaven: Oppgavesettet består av 12 sider inklusiv denne forsiden og vedlegg. Kontroller at oppgaven er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.</p> <p>Oppgavesettet består av 5 oppgaver, hvor vekten til hver oppgave er angitt i prosent i oppgaveteksten. Alle oppgavene skal besvares.</p> <p>Dersom noe er uklart eller mangler i oppgavene inngår det som en del av oppgaven å ta de nødvendige forutsetninger.</p> | |
| Sensurdato: <u>20.01.2014</u> Karakterene er tilgjengelige for studenter på studentweb senest to dager etter oppgitt sensurfrist. Følg instruksjoner gitt på: http://www.hiof.no/index.php?ID=7027 | |

Oppgave 1 (15 %)

- Forklar kort et mål på samvariasjon.
- Forklar kort forskjellen mellom statistisk inferens og deskriptiv statistikk.
- Hva er forskjellen på induktiv og deduktiv tilnærming, og hvordan kan enkel lineær regresjon brukes ved de to tilnærmingene?
- Hva er forskjellen på primærdata og sekundærdata?
- Hva er metode triangulering?

Oppgave 2 (25 %)

Du skal, ved hjelp av kvantitativ metode undersøke treningsvaner, og se om kjønn og inntekt kan påvirke dette. Undersøkelsen gjennomføres ved personlig intervju.

Spørreskjemaet ser slik ut:

- Kjønn
 mann kvinne
 - Hva var din bruttoinntekt i fjor?
.....
 - Hvor mange ganger har du i gjennomsnitt trent i hver uke de siste seks månedene?
 aldri 1-2 ganger 3-5 ganger mer enn 5 ganger
- Hvilke målenivåer brukes for de ulike svaralternativene i spørsmålene over?
 - I hvilke(t) av spørsmålene bør svaralternativene kodes for å gjennomføre deskriptiv statistikk?
 - Hva er en kausalitetsfeilslutning? Bruk spørreskjemaet over for å vise eksempler på hvordan en kausalitetsfeilslutning kan forekomme.
 - Hvordan kan vi få problemer med reliabilitet/pålitelighet i denne spørreundersøkelsen?
 - Hva er ekstern gyldighet, og hva bør gjøres for at undersøkelsen ikke skal ha problemer med dette?

Oppgave 3 (25 %)

Vi har samlet inn data for 20 biler, og har observasjoner for pris i tusen kroner (*prist*), motoreffekt i hestekrefter (*HK*), hvorvidt bilen er stasjonsvogn eller ikke ($sw=1$ hvis stasjonsvogn og $sw=0$ hvis ikke) og drivstofforbruk målt i liter pr mil (*forbruk*). Nedenfor er gitt en utskrift fra Gretl, der noen av tallene mangler, som viser en multippel regresjon der pris er responsvariabel og motoreffekt, stasjonsvogn og drivstofforbruk er forklaringsvariabler.

Model 1: OLS, using observations 1-20
Dependent variable: prist

| | <i>Coefficient</i> | <i>Std. Error</i> | <i>t-ratio</i> | <i>p-value</i> |
|--------------------|--------------------|--------------------|----------------|----------------|
| Const | -225,38 | 156,748 | | |
| HK | 5,17393 | 1,87244 | | |
| Sw | 1,62474 | 47,876 | | |
| Forbruk | -122,137 | 377,4 | | |
| Mean dependent var | 371,3500 | S.D. dependent var | | 144,3837 |
| Sum squared resid | 170838,3 | S.E. of regression | | 103,3315 |
| R-squared | | Adjusted R-squared | | 0,487813 |
| F(3, 16) | 7,031939 | P-value(F) | | 0,003138 |
| Log-likelihood | -118,9062 | Akaike criterion | | 245,8123 |
| Schwarz criterion | 249,7953 | Hannan-Quinn | | 246,5899 |

Analysis of Variance:

| | Sum of squares | df | Mean square |
|------------|----------------|----|-------------|
| Regression | 225248 | 3 | 75082,8 |
| Residual | 170838 | 16 | 10677,4 |
| Total | 396087 | 19 | 20846,7 |

R² =
F(3, 16) =

- Hva forteller verdiene på koeffisientene i regresjonsligningen? Er de rimelige?
- Test om koeffisientene til forklaringsvariablene hver for seg er signifikant forskjellig fra null.
- Forklar hva som menes med Sum of squares regression (SSR), - residual (SSE) og - total (SST).
- Beregn «R-squared» (R²) og forklar hva tallet forteller.
- Hvilke forutsetninger stilles til residualene ved regresjonsanalyse?

Oppgave 4 (20 %)

Vi har følgende observasjoner for salg i antall enheter av en vare for første halvår 2011 til siste halvår 2013:

| | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| t | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Y | 220 | 300 | 240 | 350 | 290 | 400 |

der t er periodenummer (t=1 er første halvår 2011 og t=6 er andre halvår 2013). Y er antall solgte enheter av varen.

Lag en prognose for salg i første og andre halvår 2014. Bruk additiv metode for å ta hensyn til eventuelle sesongvariasjoner.

Oppgave 5 (15 %)

Nedenfor er testresultater i matematikk fra PISA (Programme for International Student Assessment)-undersøkelsen i 2009 og 2012 for Norge og enkelte land i geografisk nærhet til Norge.

| | 2009 | 2012 |
|----------|------|------|
| Finland | 541 | 519 |
| Tyskland | 513 | 514 |
| Island | 507 | 493 |
| Danmark | 503 | 500 |
| Norge | 498 | 489 |
| Sverige | 494 | 478 |

Sett opp hypoteser og test om det er en forskjell mellom resultatene fra 2012 og 2009.

Kapittel 6

Punkttestimering

| | |
|--------------------------|--|
| Estimering av μ | $\hat{\mu} = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ $E(\bar{X}) = \mu \quad \text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \quad SE(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ |
| Estimering av σ^2 | $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \quad E(S^2) = \sigma^2$ |
| Estimering av p | $\hat{p} = \frac{x}{n} \quad SE(\hat{p}) = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ |

Konfidensintervall

| | |
|---|---|
| Z-intervall (kjent σ) 100(1 - α) % for μ | $\left[\bar{X} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$ |
| Lengde av Z-intervall | $L = 2 \cdot z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ |
| T-intervall (ukjent σ) 100(1 - α) % for μ | $\left[\bar{X} - t_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right]$ |
| Konfidensintervall 100(1 - α) % for p | $\left[\hat{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$ |

Hypotesetesting

| | |
|--|---|
| Z-test av μ (når σ er kjent) | $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ |
| T-test av μ (når σ er ukjent) | $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$ |
| Z-test av p | $Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$ |

Kapittel 7

Korrelasjon og regresjon

| | |
|---------------|--|
| Korrelasjon | $r = \frac{S_{XY}}{S_X \cdot S_Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$ |
| Stigningstall | $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$ |

| | |
|---|--|
| Skjæringspunkt | $\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x}$ |
| R kvadrat | $r^2 = \frac{SS_R}{SS_T}$ |
| | $SS_T = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ |
| | $SS_R = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$ |
| | $SS_E = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ |
| Justert r^2 | Justert $r^2 = 1 - \frac{SS_E/(n-p)}{SS_T/(n-1)}$ (p: antall koeffisienter) |
| Estimert varians for modellen | $s^2 = \frac{SS_E}{n-p}$ |
| | $Var(\hat{\beta}) = \frac{\sigma^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2}, SE(\hat{\beta}) = \sqrt{Var(\hat{\beta})}$ |
| | $Var(\hat{\alpha}) = \frac{\sigma^2 \sum x_i^2}{n \sum (x_i - \bar{x})^2}, SE(\hat{\alpha}) = \sqrt{Var(\hat{\alpha})}$ |
| | $T = \frac{\hat{\beta}}{SE(\hat{\beta})}, T = \frac{\hat{\alpha}}{SE(\hat{\alpha})}$ |
| Et $100(1 - \alpha)\%$ konfidensintervall for forventningsverdien $E(Y)$ for en gitt x : Antall frihetsgrader: $n-p$ | $\hat{\alpha} + \hat{\beta}x \pm t_{\alpha/2} \cdot s \sqrt{\frac{1}{n} + \left(\frac{x - \bar{x}}{s}\right)^2 \frac{1}{SE(\hat{\beta})^2}}$ |
| Et $100(1 - \alpha)\%$ prediksjonsintervall for enkeltobservasjonen Y for en gitt x -verdi Antall frihetsgrader: $n-p$ | $\hat{\alpha} + \hat{\beta}x \pm t_{\alpha/2} \cdot s \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \left(\frac{x - \bar{x}}{s}\right)^2 \frac{1}{SE(\hat{\beta})^2}}$ |
| Et $100(1 - \alpha)\%$ konfidensintervall for koeffisienten β ved ukjent σ . Antall frihetsgrader: $n-p$ | $[\hat{\beta} - t_{\alpha/2} \cdot SE(\hat{\beta}), \hat{\beta} + t_{\alpha/2} \cdot SE(\hat{\beta})]$ |
| Et $100(1 - \alpha)\%$ konfidensintervall for koeffisienten β ved kjent σ . | $[\hat{\beta} - z_{\alpha/2} \cdot SE(\hat{\beta}), \hat{\beta} + z_{\alpha/2} \cdot SE(\hat{\beta})]$ |

Tidsrekkeanalyse

| | Multiplikativ modell | Additiv modell |
|---------------------|---------------------------------|-------------------------|
| Modell | $Y_t = T_t \cdot S_t \cdot U_t$ | $Y_t = T_t + S_t + U_t$ |
| Sesongkomponent | $Z_t = Y_t/T_t$ | $Z_t = Y_t - T_t$ |
| Tilfeldig variasjon | $U_t = Z_t/S_t$ | $U_t = Z_t - S_t$ |
| Prognose | $Y_t = T_t \cdot S_t$ | $Y_t = T_t + S_t$ |

Kapittel 8

Uparet T-test

| | |
|--|--|
| Estimert differanse | $\hat{D} = \bar{X} - \bar{Y}$ |
| Interpolert varians | $S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$ |
| Standardfeil | $SE(\hat{D}) = S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$ |
| Testobservator | $T = \frac{\hat{D}}{SE(\hat{D})} = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$ |
| 100(1 - α)% konfidensintervall for differansen $\mu_1 - \mu_2$ | $\bar{X} - \bar{Y} \pm t_{\alpha/2} \cdot S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$ |

Paret T-test

| | |
|--|---|
| Differanse | $D_i = X_i - Y_i$ |
| Testobservator | $T = \frac{\bar{D}}{S_D / \sqrt{n}}$ |
| 100(1 - α)% konfidensintervall for μ_D | $\bar{D} \pm t_{\alpha/2} \cdot \frac{S_D}{\sqrt{n}}$ |

Variansanalyse for flere grupper

| | |
|--|--|
| Testobservator | $F = \frac{\text{varians mellom gruppene}}{\text{varians innad i gruppene}} = \frac{S_G^2}{S_E^2}$ |
| Total variasjon, total varians | $SS_T = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y})^2, \quad S_T^2 = SS_T / (n - 1)$ |
| Variasjon mellom gruppene, varians mellom gruppene | $SS_G = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (\bar{y}_i - \bar{y})^2, \quad S_G^2 = SS_G / (k - 1)$ |
| Variasjon innad i gruppene, varians innad i gruppene | $SS_E = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2, \quad S_E^2 = SS_E / (n - k)$ |

Analyse av kategoriske krysstabeller

| | |
|-------------------------------|--|
| Testobservator | $Q = \sum_{\text{alle celler}} \frac{(\text{observert} - \text{forventet})^2}{\text{forventet}}$ |
| Frihetsgrader, kjikvadrattest | $(r - 1)(k - 1)$ |
| Frihetsgrader, modelltest | $(k - 1)$ |

Logaritmeregning

$$\ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$$

$$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$$

$$\ln a^b = b \cdot \ln a$$

$$\ln e = 1$$

$$e^{\ln a} = a$$

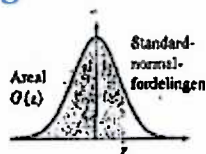
Omformingsregler ikke-lineær regresjon

Tabell 7.1 Noen ikke-lineære modeller og de nødvendige omformingsreglene

| Ikke-lineær modell $y = f(x)$ | Omforming av variabler | Omforming av koeffisienter |
|--|--|--|
| $y = \alpha e^{\beta x}$ | $y^* = \ln y, \quad x^* = x$ | $\hat{\alpha} = e^{a^*}, \quad \hat{\beta} = b^*$ |
| $y = \alpha x^\beta$ | $y^* = \log y, \quad x^* = \log x$ | $\hat{\alpha} = 10^{a^*}, \quad \hat{\beta} = b^*$ |
| $y = \alpha + \beta \log x$ | $y^* = y, \quad x^* = \log x$ | $\hat{\alpha} = a^*, \quad \hat{\beta} = b^*$ |
| $y = 1/(1 + e^{\alpha + \beta x})$ | $y^* = \ln\left(\frac{1-y}{y}\right), \quad x^* = x$ | $\hat{\alpha} = a^*, \quad \hat{\beta} = b^*$ |
| $y = \alpha + \frac{\beta}{x}$ | $y^* = y, \quad x^* = \frac{1}{x}$ | $\hat{\alpha} = a^*, \quad \hat{\beta} = b^*$ |
| $y = \frac{1}{\alpha + \beta x}$ | $y^* = \frac{1}{y}, \quad x^* = x$ | $\hat{\alpha} = a^*, \quad \hat{\beta} = b^*$ |
| $y = \alpha + \beta \sqrt{x}$ | $y^* = y, \quad x^* = \sqrt{x}$ | $\hat{\alpha} = a^*, \quad \hat{\beta} = b^*$ |
| $y = (\alpha + \beta x)^2$ | $y^* = \sqrt{y}, \quad x^* = x$ | $\hat{\alpha} = a^*, \quad \hat{\beta} = b^*$ |
| $\frac{1}{y} = \alpha + \frac{\beta}{1+x}$ | $y^* = \frac{1}{y}, \quad x^* = \frac{1}{1+x}$ | $\hat{\alpha} = a^*, \quad \hat{\beta} = b^*$ |

Kumulativ standardnormalfordeling

Tabellen viser Gauss-funksjonen $G(z)$ for forskjellige valg av z

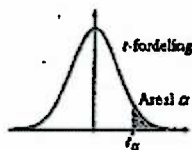


| z | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| -3,00 | ,0013 | ,0013 | ,0013 | ,0012 | ,0012 | ,0011 | ,0011 | ,0011 | ,0010 | ,0010 |
| -2,90 | ,0019 | ,0018 | ,0018 | ,0017 | ,0016 | ,0016 | ,0015 | ,0015 | ,0014 | ,0014 |
| -2,80 | ,0026 | ,0025 | ,0024 | ,0023 | ,0023 | ,0022 | ,0021 | ,0021 | ,0020 | ,0019 |
| -2,70 | ,0033 | ,0034 | ,0033 | ,0032 | ,0031 | ,0030 | ,0029 | ,0028 | ,0027 | ,0026 |
| -2,60 | ,0047 | ,0045 | ,0044 | ,0043 | ,0041 | ,0040 | ,0039 | ,0038 | ,0037 | ,0036 |
| -2,50 | ,0062 | ,0060 | ,0059 | ,0057 | ,0055 | ,0054 | ,0052 | ,0051 | ,0049 | ,0048 |
| -2,40 | ,0082 | ,0080 | ,0078 | ,0076 | ,0073 | ,0071 | ,0069 | ,0068 | ,0066 | ,0064 |
| -2,30 | ,0107 | ,0104 | ,0102 | ,0099 | ,0096 | ,0094 | ,0091 | ,0089 | ,0087 | ,0084 |
| -2,20 | ,0139 | ,0136 | ,0132 | ,0129 | ,0125 | ,0122 | ,0119 | ,0116 | ,0113 | ,0110 |
| -2,10 | ,0179 | ,0174 | ,0170 | ,0166 | ,0162 | ,0158 | ,0154 | ,0150 | ,0146 | ,0143 |
| -2,00 | ,0228 | ,0222 | ,0217 | ,0212 | ,0207 | ,0202 | ,0197 | ,0192 | ,0188 | ,0183 |
| -1,90 | ,0287 | ,0281 | ,0274 | ,0268 | ,0262 | ,0256 | ,0250 | ,0244 | ,0239 | ,0233 |
| -1,80 | ,0359 | ,0351 | ,0344 | ,0336 | ,0329 | ,0322 | ,0314 | ,0307 | ,0301 | ,0294 |
| -1,70 | ,0446 | ,0438 | ,0427 | ,0418 | ,0409 | ,0401 | ,0392 | ,0384 | ,0376 | ,0367 |
| -1,60 | ,0548 | ,0537 | ,0526 | ,0516 | ,0505 | ,0495 | ,0485 | ,0475 | ,0465 | ,0455 |
| -1,50 | ,0668 | ,0655 | ,0643 | ,0630 | ,0618 | ,0606 | ,0594 | ,0582 | ,0571 | ,0559 |
| -1,40 | ,0808 | ,0793 | ,0778 | ,0764 | ,0749 | ,0735 | ,0721 | ,0708 | ,0694 | ,0681 |
| -1,30 | ,0969 | ,0951 | ,0934 | ,0918 | ,0901 | ,0885 | ,0869 | ,0853 | ,0838 | ,0823 |
| -1,20 | ,1151 | ,1131 | ,1112 | ,1093 | ,1075 | ,1056 | ,1038 | ,1020 | ,1003 | ,0985 |
| -1,10 | ,1357 | ,1335 | ,1314 | ,1292 | ,1271 | ,1251 | ,1230 | ,1210 | ,1190 | ,1170 |
| -1,00 | ,1587 | ,1562 | ,1539 | ,1515 | ,1492 | ,1469 | ,1446 | ,1423 | ,1401 | ,1379 |
| -0,90 | ,1841 | ,1814 | ,1788 | ,1762 | ,1736 | ,1711 | ,1685 | ,1660 | ,1635 | ,1611 |
| -0,80 | ,2119 | ,2090 | ,2061 | ,2033 | ,2005 | ,1977 | ,1949 | ,1922 | ,1894 | ,1867 |
| -0,70 | ,2420 | ,2389 | ,2358 | ,2327 | ,2296 | ,2266 | ,2236 | ,2206 | ,2177 | ,2148 |
| -0,60 | ,2743 | ,2709 | ,2676 | ,2643 | ,2611 | ,2578 | ,2546 | ,2514 | ,2483 | ,2451 |
| -0,50 | ,3085 | ,3050 | ,3015 | ,2981 | ,2946 | ,2912 | ,2877 | ,2843 | ,2810 | ,2776 |
| -0,40 | ,3446 | ,3409 | ,3372 | ,3336 | ,3300 | ,3264 | ,3228 | ,3192 | ,3156 | ,3121 |
| -0,30 | ,3821 | ,3783 | ,3745 | ,3707 | ,3669 | ,3632 | ,3594 | ,3557 | ,3520 | ,3483 |
| -0,20 | ,4207 | ,4168 | ,4129 | ,4090 | ,4052 | ,4013 | ,3974 | ,3936 | ,3897 | ,3859 |
| -0,10 | ,4602 | ,4562 | ,4522 | ,4483 | ,4443 | ,4404 | ,4364 | ,4325 | ,4286 | ,4247 |
| 0,00 | ,5000 | ,4960 | ,4920 | ,4880 | ,4840 | ,4801 | ,4761 | ,4721 | ,4681 | ,4641 |
| 0,00 | ,5000 | ,5040 | ,5080 | ,5120 | ,5160 | ,5199 | ,5239 | ,5279 | ,5319 | ,5359 |
| 0,10 | ,5398 | ,5438 | ,5478 | ,5517 | ,5557 | ,5596 | ,5636 | ,5675 | ,5714 | ,5753 |
| 0,20 | ,5793 | ,5832 | ,5871 | ,5910 | ,5948 | ,5987 | ,6026 | ,6064 | ,6103 | ,6141 |
| 0,30 | ,6179 | ,6217 | ,6255 | ,6293 | ,6331 | ,6368 | ,6406 | ,6443 | ,6480 | ,6517 |
| 0,40 | ,6554 | ,6591 | ,6628 | ,6664 | ,6700 | ,6736 | ,6772 | ,6808 | ,6844 | ,6879 |
| 0,50 | ,6915 | ,6950 | ,6985 | ,7019 | ,7054 | ,7088 | ,7123 | ,7157 | ,7190 | ,7224 |
| 0,50 | ,7257 | ,7291 | ,7324 | ,7357 | ,7389 | ,7422 | ,7454 | ,7486 | ,7517 | ,7549 |
| 0,70 | ,7580 | ,7611 | ,7642 | ,7673 | ,7704 | ,7734 | ,7764 | ,7794 | ,7823 | ,7852 |
| 0,80 | ,7881 | ,7910 | ,7939 | ,7967 | ,7995 | ,8023 | ,8051 | ,8078 | ,8106 | ,8133 |
| 0,90 | ,8159 | ,8186 | ,8212 | ,8238 | ,8264 | ,8289 | ,8315 | ,8340 | ,8365 | ,8389 |
| 1,00 | ,8413 | ,8438 | ,8461 | ,8485 | ,8508 | ,8531 | ,8554 | ,8577 | ,8599 | ,8621 |
| 1,10 | ,8643 | ,8665 | ,8686 | ,8708 | ,8729 | ,8749 | ,8770 | ,8790 | ,8810 | ,8830 |
| 1,20 | ,8849 | ,8869 | ,8888 | ,8907 | ,8925 | ,8944 | ,8962 | ,8980 | ,8997 | ,9015 |
| 1,30 | ,9032 | ,9049 | ,9066 | ,9082 | ,9099 | ,9115 | ,9131 | ,9147 | ,9162 | ,9177 |
| 1,40 | ,9192 | ,9207 | ,9222 | ,9238 | ,9251 | ,9265 | ,9279 | ,9292 | ,9306 | ,9319 |
| 1,50 | ,9332 | ,9345 | ,9357 | ,9370 | ,9382 | ,9394 | ,9406 | ,9418 | ,9429 | ,9441 |
| 1,60 | ,9452 | ,9463 | ,9474 | ,9484 | ,9495 | ,9505 | ,9515 | ,9525 | ,9535 | ,9545 |
| 1,70 | ,9554 | ,9564 | ,9573 | ,9582 | ,9591 | ,9599 | ,9608 | ,9616 | ,9625 | ,9633 |
| 1,80 | ,9641 | ,9649 | ,9656 | ,9664 | ,9671 | ,9678 | ,9686 | ,9693 | ,9699 | ,9706 |
| 1,90 | ,9713 | ,9719 | ,9725 | ,9732 | ,9738 | ,9744 | ,9750 | ,9755 | ,9761 | ,9767 |
| 2,00 | ,9772 | ,9776 | ,9783 | ,9788 | ,9793 | ,9798 | ,9803 | ,9808 | ,9812 | ,9817 |
| 2,10 | ,9821 | ,9826 | ,9830 | ,9834 | ,9838 | ,9842 | ,9846 | ,9850 | ,9854 | ,9857 |
| 2,20 | ,9861 | ,9864 | ,9868 | ,9871 | ,9875 | ,9878 | ,9881 | ,9884 | ,9887 | ,9890 |
| 2,30 | ,9893 | ,9896 | ,9898 | ,9901 | ,9904 | ,9906 | ,9909 | ,9911 | ,9913 | ,9916 |
| 2,40 | ,9918 | ,9920 | ,9922 | ,9925 | ,9927 | ,9929 | ,9931 | ,9932 | ,9934 | ,9936 |
| 2,50 | ,9938 | ,9940 | ,9941 | ,9943 | ,9945 | ,9946 | ,9948 | ,9949 | ,9951 | ,9952 |
| 2,60 | ,9953 | ,9955 | ,9956 | ,9957 | ,9959 | ,9960 | ,9961 | ,9962 | ,9963 | ,9964 |
| 2,70 | ,9965 | ,9966 | ,9967 | ,9968 | ,9969 | ,9970 | ,9971 | ,9972 | ,9973 | ,9974 |
| 2,80 | ,9974 | ,9975 | ,9976 | ,9977 | ,9977 | ,9978 | ,9979 | ,9979 | ,9980 | ,9981 |
| 2,90 | ,9981 | ,9982 | ,9982 | ,9983 | ,9984 | ,9984 | ,9985 | ,9985 | ,9986 | ,9986 |
| 3,00 | ,9987 | ,9987 | ,9987 | ,9988 | ,9988 | ,9989 | ,9989 | ,9989 | ,9990 | ,9990 |

Verdien til $G(z)$ er beregnet med Excel-funksjonen $NORMALFORDELING(z;0;1;1)$.

t-fordelingens kvantiltabell

Tabellen viser den kritiske verdien t_{α} for forskjellige valg av nivået α .

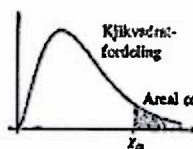


| Antall frihetsgrader | Areal $\alpha/2$ | | | | | |
|----------------------|------------------|-------|-------|--------|--------|--------|
| | 0,25 | 0,1 | 0,05 | 0,025 | 0,01 | 0,005 |
| 1 | 1,000 | 3,078 | 6,314 | 12,708 | 31,821 | 63,656 |
| 2 | 0,816 | 1,886 | 2,920 | 4,303 | 6,965 | 9,925 |
| 3 | 0,765 | 1,638 | 2,353 | 3,182 | 4,541 | 5,841 |
| 4 | 0,741 | 1,533 | 2,132 | 2,776 | 3,747 | 4,604 |
| 5 | 0,727 | 1,476 | 2,015 | 2,571 | 3,365 | 4,032 |
| 6 | 0,718 | 1,440 | 1,943 | 2,447 | 3,143 | 3,707 |
| 7 | 0,711 | 1,415 | 1,895 | 2,365 | 2,998 | 3,499 |
| 8 | 0,706 | 1,397 | 1,860 | 2,306 | 2,896 | 3,355 |
| 9 | 0,703 | 1,383 | 1,833 | 2,262 | 2,821 | 3,250 |
| 10 | 0,700 | 1,372 | 1,812 | 2,228 | 2,764 | 3,169 |
| 11 | 0,697 | 1,363 | 1,796 | 2,201 | 2,718 | 3,106 |
| 12 | 0,695 | 1,356 | 1,782 | 2,179 | 2,681 | 3,055 |
| 13 | 0,694 | 1,350 | 1,771 | 2,160 | 2,650 | 3,012 |
| 14 | 0,692 | 1,345 | 1,761 | 2,145 | 2,624 | 2,977 |
| 15 | 0,691 | 1,341 | 1,753 | 2,131 | 2,602 | 2,947 |
| 16 | 0,690 | 1,337 | 1,746 | 2,120 | 2,583 | 2,921 |
| 17 | 0,689 | 1,333 | 1,740 | 2,110 | 2,567 | 2,898 |
| 18 | 0,688 | 1,330 | 1,734 | 2,101 | 2,552 | 2,878 |
| 19 | 0,688 | 1,328 | 1,729 | 2,093 | 2,539 | 2,861 |
| 20 | 0,687 | 1,325 | 1,725 | 2,086 | 2,528 | 2,845 |
| 21 | 0,686 | 1,323 | 1,721 | 2,080 | 2,518 | 2,831 |
| 22 | 0,686 | 1,321 | 1,717 | 2,074 | 2,508 | 2,819 |
| 23 | 0,685 | 1,319 | 1,714 | 2,069 | 2,500 | 2,807 |
| 24 | 0,685 | 1,318 | 1,711 | 2,064 | 2,492 | 2,797 |
| 25 | 0,684 | 1,316 | 1,708 | 2,060 | 2,485 | 2,787 |
| 26 | 0,684 | 1,315 | 1,706 | 2,056 | 2,479 | 2,779 |
| 27 | 0,684 | 1,314 | 1,703 | 2,052 | 2,473 | 2,771 |
| 28 | 0,683 | 1,313 | 1,701 | 2,048 | 2,467 | 2,763 |
| 29 | 0,683 | 1,311 | 1,699 | 2,045 | 2,462 | 2,756 |
| 30 | 0,683 | 1,310 | 1,697 | 2,042 | 2,457 | 2,750 |
| 31 | 0,682 | 1,309 | 1,696 | 2,040 | 2,453 | 2,744 |
| 32 | 0,682 | 1,309 | 1,694 | 2,037 | 2,449 | 2,738 |
| 33 | 0,682 | 1,308 | 1,692 | 2,035 | 2,445 | 2,733 |
| 34 | 0,682 | 1,307 | 1,691 | 2,032 | 2,441 | 2,728 |
| 35 | 0,682 | 1,306 | 1,690 | 2,030 | 2,438 | 2,724 |
| 40 | 0,681 | 1,303 | 1,684 | 2,021 | 2,423 | 2,704 |
| 45 | 0,680 | 1,301 | 1,679 | 2,014 | 2,412 | 2,690 |
| 50 | 0,679 | 1,299 | 1,676 | 2,009 | 2,403 | 2,678 |
| 60 | 0,679 | 1,288 | 1,671 | 2,000 | 2,380 | 2,660 |
| 70 | 0,678 | 1,284 | 1,667 | 1,994 | 2,361 | 2,648 |
| 80 | 0,678 | 1,282 | 1,664 | 1,990 | 2,374 | 2,639 |
| 100 | 0,677 | 1,280 | 1,660 | 1,984 | 2,364 | 2,626 |
| 1000 | 0,675 | 1,282 | 1,646 | 1,982 | 2,330 | 2,581 |
| 10000 | 0,675 | 1,282 | 1,645 | 1,960 | 2,327 | 2,576 |

Verdien t_{α} er beregnet av Excel-funksjonen TINV(2*alfa; frihetsgrad).

Kjikkvadratfordelingens kvantiltabell

Tabellen viser den kritiske verdien χ_{α} for forskjellige valg av nivået α .



| Antall frihetsgrader | Areal $\alpha/6$ | | | | | | Areal $\alpha/5$ | | | | | |
|----------------------|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 0,998 | 0,995 | 0,990 | 0,975 | 0,950 | 0,900 | 0,100 | 0,050 | 0,025 | 0,010 | 0,005 | 0,002 |
| 1 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,02 | 2,71 | 3,84 | 5,02 | 6,63 | 7,88 | 9,55 |
| 2 | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,05 | 0,10 | 0,21 | 4,61 | 5,99 | 7,38 | 9,21 | 10,60 | 12,43 |
| 3 | 0,04 | 0,07 | 0,11 | 0,22 | 0,35 | 0,68 | 6,25 | 7,81 | 9,35 | 11,34 | 12,84 | 14,80 |
| 4 | 0,13 | 0,21 | 0,30 | 0,48 | 0,71 | 1,06 | 7,78 | 9,49 | 11,14 | 13,28 | 14,86 | 16,92 |
| 5 | 0,28 | 0,41 | 0,55 | 0,83 | 1,15 | 1,61 | 8,24 | 11,07 | 12,83 | 15,09 | 16,75 | 18,91 |
| 6 | 0,49 | 0,68 | 0,87 | 1,24 | 1,64 | 2,20 | 10,64 | 12,59 | 14,45 | 16,81 | 18,55 | 20,79 |
| 7 | 0,74 | 0,99 | 1,24 | 1,69 | 2,17 | 2,83 | 12,02 | 14,07 | 16,01 | 18,48 | 20,28 | 22,60 |
| 8 | 1,04 | 1,34 | 1,65 | 2,18 | 2,73 | 3,49 | 13,36 | 15,51 | 17,53 | 20,09 | 21,95 | 24,35 |
| 9 | 1,37 | 1,73 | 2,09 | 2,70 | 3,33 | 4,17 | 14,68 | 16,92 | 19,02 | 21,67 | 23,59 | 26,06 |
| 10 | 1,73 | 2,16 | 2,56 | 3,25 | 3,94 | 4,87 | 15,99 | 18,31 | 20,48 | 23,21 | 25,19 | 27,72 |
| 11 | 2,13 | 2,60 | 3,05 | 3,82 | 4,57 | 5,68 | 17,28 | 19,68 | 21,92 | 24,73 | 26,76 | 29,35 |
| 12 | 2,54 | 3,07 | 3,57 | 4,40 | 5,23 | 6,30 | 18,55 | 21,03 | 23,34 | 26,22 | 28,30 | 30,96 |
| 13 | 2,96 | 3,57 | 4,11 | 5,01 | 5,89 | 7,04 | 19,81 | 22,38 | 24,74 | 27,69 | 29,82 | 32,54 |
| 14 | 3,44 | 4,07 | 4,66 | 5,63 | 6,57 | 7,79 | 21,06 | 23,68 | 26,12 | 29,14 | 31,32 | 34,09 |
| 15 | 3,92 | 4,60 | 5,23 | 6,26 | 7,26 | 8,56 | 22,31 | 25,00 | 27,49 | 30,58 | 32,80 | 35,63 |
| 16 | 4,41 | 5,14 | 5,81 | 6,91 | 7,96 | 9,31 | 23,54 | 26,30 | 28,85 | 32,00 | 34,27 | 37,15 |
| 17 | 4,92 | 5,70 | 6,41 | 7,56 | 8,67 | 10,09 | 24,77 | 27,59 | 30,19 | 33,41 | 35,72 | 38,65 |
| 18 | 5,44 | 6,26 | 7,01 | 8,23 | 9,39 | 10,86 | 25,99 | 28,87 | 31,53 | 34,81 | 37,16 | 40,14 |
| 19 | 5,97 | 6,84 | 7,63 | 8,91 | 10,12 | 11,65 | 27,20 | 30,14 | 32,85 | 36,19 | 38,58 | 41,61 |
| 20 | 6,51 | 7,43 | 8,28 | 9,59 | 10,85 | 12,44 | 28,41 | 31,41 | 34,17 | 37,57 | 40,00 | 43,07 |
| 21 | 7,07 | 8,03 | 8,90 | 10,28 | 11,59 | 13,24 | 29,62 | 32,67 | 35,48 | 38,93 | 41,40 | 44,52 |
| 22 | 7,64 | 8,64 | 9,54 | 10,98 | 12,34 | 14,04 | 30,81 | 33,92 | 36,78 | 40,29 | 42,80 | 45,96 |
| 23 | 8,21 | 9,26 | 10,20 | 11,69 | 13,09 | 14,85 | 32,01 | 35,17 | 38,08 | 41,64 | 44,18 | 47,39 |
| 24 | 8,80 | 9,89 | 10,89 | 12,40 | 13,85 | 15,66 | 33,20 | 36,42 | 39,36 | 42,98 | 45,56 | 48,81 |
| 25 | 9,39 | 10,52 | 11,52 | 13,12 | 14,61 | 16,47 | 34,38 | 37,65 | 40,65 | 44,31 | 46,93 | 50,22 |
| 26 | 9,99 | 11,16 | 12,20 | 13,84 | 15,38 | 17,29 | 35,56 | 38,89 | 41,92 | 45,64 | 48,29 | 51,63 |
| 27 | 10,60 | 11,81 | 12,88 | 14,57 | 16,15 | 18,11 | 36,74 | 40,11 | 43,19 | 46,96 | 49,65 | 53,02 |
| 28 | 11,21 | 12,46 | 13,56 | 15,31 | 16,93 | 18,94 | 37,92 | 41,34 | 44,48 | 48,28 | 50,99 | 54,41 |
| 29 | 11,83 | 13,12 | 14,28 | 16,05 | 17,71 | 19,77 | 39,09 | 42,56 | 45,72 | 49,59 | 52,34 | 55,79 |
| 30 | 12,48 | 13,79 | 14,95 | 16,79 | 18,49 | 20,60 | 40,26 | 43,77 | 46,98 | 50,89 | 53,67 | 57,17 |
| 31 | 13,10 | 14,46 | 15,66 | 17,54 | 19,28 | 21,43 | 41,42 | 44,99 | 48,23 | 52,19 | 55,00 | 58,54 |
| 32 | 13,73 | 15,13 | 16,36 | 18,29 | 20,07 | 22,27 | 42,58 | 46,19 | 49,48 | 53,48 | 56,33 | 59,90 |
| 33 | 14,38 | 15,82 | 17,07 | 19,05 | 20,87 | 23,11 | 43,75 | 47,40 | 50,73 | 54,78 | 57,65 | 61,26 |
| 34 | 15,03 | 16,50 | 17,79 | 19,81 | 21,66 | 23,95 | 44,90 | 48,60 | 51,97 | 56,08 | 58,96 | 62,61 |
| 35 | 15,69 | 17,19 | 18,51 | 20,57 | 22,47 | 24,80 | 46,06 | 49,80 | 53,20 | 57,34 | 60,27 | 63,95 |
| 40 | 19,03 | 20,71 | 22,16 | 24,43 | 26,51 | 29,05 | 51,81 | 55,78 | 59,34 | 63,69 | 66,77 | 70,62 |
| 45 | 22,48 | 24,31 | 25,90 | 28,37 | 30,81 | 33,35 | 57,51 | 61,66 | 65,41 | 69,96 | 73,17 | 77,18 |
| 50 | 26,01 | 27,99 | 29,71 | 32,36 | 34,76 | 37,69 | 63,17 | 67,50 | 71,42 | 76,15 | 79,49 | 83,66 |
| 60 | 33,27 | 35,63 | 37,48 | 40,48 | 43,19 | 48,46 | 74,40 | 79,08 | 83,30 | 88,38 | 91,95 | 96,40 |
| 70 | 40,76 | 43,28 | 45,44 | 48,78 | 51,74 | 55,33 | 85,53 | 90,53 | 95,02 | 100,43 | 104,21 | 108,93 |
| 80 | 48,40 | 51,17 | 53,54 | 57,15 | 60,39 | 64,28 | 96,58 | 101,88 | 106,63 | 112,33 | 116,32 | 121,28 |
| 100 | 64,11 | 67,33 | 70,08 | 74,22 | 77,93 | 82,36 | 118,50 | 124,34 | 129,56 | 135,81 | 140,17 | 145,68 |

Tabellverdiene er beregnet med Excel-funksjonen INVERS.KJ.FORDELING($\alpha/6$;frihetsgrad).

For et høyere antall frihetsgrader (n) kan du benytte formelen $\chi_{\alpha} = n + z_{\alpha} \sqrt{2n}$, der z_{α} er den tilsvarende kritiske verdien for normalfordelingen (se tabell D.4).

F-tabell

| Nev ner | F-tabell | | | | | | | | | |
|------------|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | Antall frihetsgrader i teller | | | | | | | | | |
| | $\alpha = 0,05$ | | | | | | | | | |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 161,45 | 199,50 | 215,71 | 224,58 | 230,16 | 233,99 | 236,77 | 238,88 | 240,54 | 241,68 |
| 2 | 18,51 | 19,00 | 19,16 | 19,25 | 19,30 | 19,33 | 19,35 | 19,37 | 19,38 | 19,40 |
| 3 | 10,13 | 9,55 | 9,28 | 9,12 | 9,01 | 8,94 | 8,89 | 8,85 | 8,81 | 8,79 |
| 4 | 7,71 | 6,94 | 6,59 | 6,39 | 6,26 | 6,16 | 6,09 | 6,04 | 6,00 | 5,96 |
| 5 | 6,61 | 5,79 | 5,41 | 5,19 | 5,05 | 4,95 | 4,88 | 4,82 | 4,77 | 4,74 |
| 6 | 5,99 | 5,14 | 4,76 | 4,53 | 4,39 | 4,28 | 4,21 | 4,15 | 4,10 | 4,06 |
| 7 | 5,59 | 4,74 | 4,35 | 4,12 | 3,97 | 3,87 | 3,79 | 3,73 | 3,68 | 3,64 |
| 8 | 5,32 | 4,46 | 4,07 | 3,84 | 3,69 | 3,58 | 3,50 | 3,44 | 3,39 | 3,35 |
| 9 | 5,12 | 4,26 | 3,86 | 3,63 | 3,48 | 3,37 | 3,29 | 3,23 | 3,18 | 3,14 |
| 10 | 4,96 | 4,10 | 3,71 | 3,48 | 3,33 | 3,22 | 3,14 | 3,07 | 3,02 | 2,98 |
| 11 | 4,84 | 3,98 | 3,59 | 3,36 | 3,20 | 3,09 | 3,01 | 2,95 | 2,90 | 2,85 |
| 12 | 4,75 | 3,89 | 3,49 | 3,26 | 3,11 | 3,00 | 2,91 | 2,85 | 2,80 | 2,75 |
| 13 | 4,67 | 3,81 | 3,41 | 3,18 | 3,03 | 2,92 | 2,83 | 2,77 | 2,71 | 2,67 |
| 14 | 4,60 | 3,74 | 3,34 | 3,11 | 2,96 | 2,85 | 2,76 | 2,70 | 2,65 | 2,60 |
| 15 | 4,54 | 3,68 | 3,29 | 3,06 | 2,90 | 2,79 | 2,71 | 2,64 | 2,59 | 2,54 |
| 16 | 4,49 | 3,63 | 3,24 | 3,01 | 2,85 | 2,74 | 2,66 | 2,59 | 2,54 | 2,49 |
| 17 | 4,45 | 3,59 | 3,20 | 2,96 | 2,81 | 2,70 | 2,61 | 2,55 | 2,49 | 2,45 |
| 18 | 4,41 | 3,55 | 3,16 | 2,93 | 2,77 | 2,66 | 2,58 | 2,51 | 2,46 | 2,41 |
| 19 | 4,38 | 3,52 | 3,13 | 2,90 | 2,74 | 2,63 | 2,54 | 2,48 | 2,42 | 2,38 |
| 20 | 4,35 | 3,49 | 3,10 | 2,87 | 2,71 | 2,60 | 2,51 | 2,45 | 2,39 | 2,35 |
| 21 | 4,32 | 3,47 | 3,07 | 2,84 | 2,68 | 2,57 | 2,49 | 2,42 | 2,37 | 2,32 |
| 22 | 4,30 | 3,44 | 3,05 | 2,82 | 2,66 | 2,55 | 2,46 | 2,40 | 2,34 | 2,30 |
| 23 | 4,28 | 3,42 | 3,03 | 2,80 | 2,64 | 2,53 | 2,44 | 2,37 | 2,32 | 2,27 |
| 24 | 4,26 | 3,40 | 3,01 | 2,78 | 2,62 | 2,51 | 2,42 | 2,36 | 2,30 | 2,25 |
| 25 | 4,24 | 3,39 | 2,99 | 2,76 | 2,60 | 2,49 | 2,40 | 2,34 | 2,28 | 2,24 |
| 26 | 4,23 | 3,37 | 2,98 | 2,74 | 2,59 | 2,47 | 2,39 | 2,32 | 2,27 | 2,22 |
| 27 | 4,21 | 3,35 | 2,96 | 2,73 | 2,57 | 2,46 | 2,37 | 2,31 | 2,25 | 2,20 |
| 28 | 4,20 | 3,34 | 2,95 | 2,71 | 2,56 | 2,45 | 2,36 | 2,29 | 2,24 | 2,19 |
| 29 | 4,18 | 3,33 | 2,93 | 2,70 | 2,55 | 2,43 | 2,35 | 2,28 | 2,22 | 2,18 |
| 30 | 4,17 | 3,32 | 2,92 | 2,69 | 2,53 | 2,42 | 2,33 | 2,27 | 2,21 | 2,16 |
| 40 | 4,08 | 3,23 | 2,84 | 2,61 | 2,45 | 2,34 | 2,25 | 2,18 | 2,12 | 2,08 |
| 50 | 4,03 | 3,18 | 2,79 | 2,56 | 2,40 | 2,29 | 2,20 | 2,13 | 2,07 | 2,03 |
| 50 | 4,03 | 3,18 | 2,79 | 2,56 | 2,40 | 2,29 | 2,20 | 2,13 | 2,07 | 2,03 |
| 70 | 3,98 | 3,13 | 2,74 | 2,50 | 2,35 | 2,23 | 2,14 | 2,07 | 2,02 | 1,97 |
| 80 | 3,96 | 3,11 | 2,72 | 2,49 | 2,33 | 2,21 | 2,13 | 2,06 | 2,00 | 1,95 |
| 90 | 3,95 | 3,10 | 2,71 | 2,47 | 2,32 | 2,20 | 2,11 | 2,04 | 1,99 | 1,94 |
| 99 | 3,94 | 3,09 | 2,70 | 2,46 | 2,31 | 2,19 | 2,10 | 2,03 | 1,98 | 1,93 |