EKSAMEN

Emnekode: SFB10711	Emne: Metode 1: Grunnleggende matematikk og statistikk (Deleksamen i matematikk)	
Dato: 2.6.2014	Eksamenstid: kl. 09.00 til kl. 13.00, 4 timer.	
Hjelpemidler: Kalkulator Utlevert formelsamling		Faglærer: Hans Kristian Bekkevard

Eksamensoppgaven:

Oppgavesettet består av 4 sider inklusiv denne forsiden. Kontroller at oppgaven er komplett før du begynner å besvare spørsmålene. Formelsamling på 4 sider kommer i tillegg.

Oppgavesettet består av 20 delspørsmål. Hvert delspørsmål teller likt ved sensurering. Begynn hver oppgave på ny side.

Husk å vise utregninger og mellomregninger.

Om noe er uklart i oppgaven – ta selv de nødvendige forutsetninger.

LYKKE TIL.

Sensurdato: 24.6.2014

Karakterene er tilgjengelige for studenter på studentweb senest dagen etter oppgitt sensurfrist. Følg instruksjoner gitt på: http://www.hiof.no/index.php?ID=7027

Oppgave 1

Funksjonen $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ er definert for alle verdier av x.

a) Finn x-verdiene til funksjonens maksimumspunkt og minimumspunkt

b) Finn når funksjonen er konveks og når den er konkav

c) Finn tangentlikningen i vendepunktet

Oppgave 2

a) Løs likningen $2x^2 + 2x - 12 = 0$

b) Løs ulikheten $\frac{2x^2+2x-12}{x-3} > 0$

Oppgave 3

En bedrift har følgende inntektsfunksjon og kostnadsfunksjon for innkjøp og salg av en bestemt vare som kjøpes og selges i x kilo:

$I(x) = -0{,}01x^2 + 100x$

$K(x) = 0{,}04x^2 + 40x + 4\ 000$

a) Finn vinningsoptimum/profittmaksimerende mengde og maksimal profitt.

b) Finn kostnadsoptimum og minste enhetskostnad.

c) Gitt etterspørselsfunksjonen $x(p) = 1\ 000 - p^2$

Finn elastisitetsfunksjonen E_p

Oppgave 4

a) Hva er summen av de 10 første leddene i en aritmetisk rekke definert ved $a_1 = 3{,}5$ og $d = -0{,}75$

b) Hva er summen av de 10 første leddene i en geometrisk rekke definert ved $a_1 = 3{,}5$ og $k = -0{,}75$

Oppgave 5

a) Finn $f'(x)$ når $f(x) = \frac{\frac{1}{3}x^3}{3x^2-2}$

b) Finn $f'(x)$ når $f(x) = \ln(x^2)e^{x^3}$

Oppgave 6

Gitt funksjonen $f(x,y) = e^{2x} + y^2 + xy$

a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden

En annen funksjon har følgende partielle deriverte av 1. og 2. orden:

$f_x'(x,y) = 3x^2 + 6x$
$f_y'(x,y) = -6y + 3$
$f_{xx}''(x,y) = 6x + 6$
$f_{xy}''(x,y) = f_{yx}''(x,y) = 0$
$f_{yy}''(x,y) = -6$

b) Finn og klassifiser de stasjonære punktene.

Oppgave 7

Angi svarene i denne oppgaven med 2 desimaler

a) Hvilket beløp må settes i banken i dag for at innestående etter 5 år skal være 10 000 med en årlig rente på 2 %?

b) Anta at du setter 10 000 i banken i dag. Hvor lang tid tar det før innestående i banken er 15 000 med en årlig rente på 2 %?

Anta at du skal låne 200 000 som skal nedbetales som et serielån med årlige terminer over en periode på 10 år og med en årlig rente på 3,6 %.

c) Hvor mye betales det totalt i renter i de 10 årene?

d) Hva er restgjelden etter 9 år?

Oppgave 8

Gitt funksjonen $f(x, y) = 2x^2 + y^2 + 2xy$

a) Finn de partielle deriverte av 1. og 2. orden.

b) Bruk Lagranges metode for å finne hvilken kombinasjon av x og y som maksimerer funksjonen under betingelsen $x + 2y = 5$.

Formelsamling i metode 1 (matematikkdel)

Kapittel 1

Kvadratsetningene	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Potensregning	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ $a^n / a^m = a^{n-m}$ $(a^n)^m = a^{nm}$

Kapittel 3

abc formelen	$ax^2 + bx + c = 0$ gir røtter/løsninger $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Andregradspolynomer og faktorisering	Har $ax^2 + bx + c$ røttene r_1 og r_2 er $ax^2 + bx + c = a(x - r_1)(x - r_2)$

Kapittel 4

Bankformel	Setter du inn et beløp A med rente r per år har beløpet vokst til $A(1+r)^n$ etter n år
Aritmetiske rekke	Sum $S(n) = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ eller $S(n) = n\left(a_1 + \frac{(n-1)d}{2}\right)$
Geometrisk rekke	Sum $S(n) = a_1 \frac{1-k^n}{1-k}$

Kapittel 5

Kontinuerlig forrentning	$A_t = A_0 e^{rt}$
Nåverdi av en betalingsstrøm med n like betalinger av størrelse A og hvor første betaling er om en tidsperiode	$S = A\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}$
Terminbeløp ved annuitetslån	$A = K\frac{r}{1-(1+r)^{-n}}$

Kapittel 6

Definisjon av den deriverte	$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$	
Derivasjon av en potensfunksjon	$f(x) = x^n$	$f'(x) = nx^{n-1}$
Deriverte av en konstant ganger en funksjon	$g(x) = k \cdot f(x)$	$g'(x) = k \cdot f'(x)$
Derivert av en sum/differanse	$h(x) = g(x) \pm f(x)$	$h'(x) = g'(x) \pm f'(x)$
Produktregel	$(uv)' = u' \cdot v + u \cdot v'$	
Kvotientregel	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$	
Kjerneregel	$f(x) = u^n$ $f(x) = e^u$ $f(x) = \ln(u)$	$f'(x) = nu^{n-1} \cdot u'$ $f'(x) = e^u \cdot u'$ $f'(x) = \frac{1}{u} \cdot u'$
Tangentformel	$y - f(a) = f'(a) \cdot (x - a)$	
Elastisitet	$El_x f(x) = \frac{x}{f(x)} f'(x)$	

Kapittel 7

Krumming	$f''(x) \geq 0 \quad konveks$ $f''(x) \leq 0 \quad konkav$
Vendepunkt	$f''(x) bytter\ fortegn$
Andrederiverttesten	La $f(x)$ være en dobbeltderiverbar funksjon, og la a være ett tall slik at $f'(a) = 0$. Da er 1) a et lokalt maksimumspunkt hvis $f''(a) < 0$ 2) a et lokalt minimumspunkt hvis $f''(a) > 0$

Kapittel 8

Topp, bunn og sadel	**Kortere navn** $A = f''_{xx}(x, y)$ $B = f''_{xy}(x, y)$ $C = f''_{yy}(x, y)$ Vi betrakter $AC - B^2$ **Resultatet** La f(x, y) være en to ganger deriverbar funksjon med kontinuerlige andreordens deriverte. Det kritiske punktet (x_0, y_0) er: i) Et lokalt maksimum hvis $AC - B^2 > 0$ og $A < 0$ ii) Et lokalt minimum hvis $AC - B^2 > 0$ og $A > 0$ iii) Et sadelpunkt hvis $AC - B^2 < 0$
Lagranges metode	$L(x, y) = f(x, y) - \lambda(g(x, y) - c)$