



SENSORVEILEDNING

Emnekode: LSV1MAT20-1 22H (Utsatt eksamen)	LSV1MAT20-1 22H Tall, statistikk, kombinatorikk og sannsynlighet (5-10)
Dato: 3.mai 2023	Eksamenstid: kl 9.00 til kl 15.00
Hjelpemidler: Kalkulator	Faglærere: Audun Rojahn Olafsen Khaled Jemai Ali Ludvigsen
Eksamensoppgaven: Oppgavesettet består av 6 sider inklusiv denne forsiden. Kontroller at oppgaven er komplett før du begynner å besvare spørsmålene. <i>Oppgavesettet består av 6 oppgaver. Alle oppgavene skal besvares. Vis utregning eller begrunn svarene.</i>	
Sensurdato: Karakterene er tilgjengelige for studenter på studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. Følg instruksjoner gitt på: www.hiof.no/studentweb	

Karakterbeskrivelse

Symbol	Betegnelse	Beskrivelse
A	Fremragende	<p>Generelt:</p> <p>Fremragende prestasjon der kandidaten har løst problemer som krever fantasi og innsikt. Besvarelsen viser at kandidaten fullt ut behersker både de begrepsmessige, regnetekniske og anvendelsesmessige delene av emnet. Fremstillingen er klar og presis med korrekt bruk av notasjon og fagterminologi. Noen få mindre feil eller blanke punkter kan tillates.</p> <p>Klart ca 95% av besvarelsen</p>
B	Meget god	<p>Generelt:</p> <p>Meget god prestasjon der kandidaten har løst problemer som går utover det rutinemessige, og som krever god oversikt over emnet. Besvarelsen viser meget god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset. Fremstillingen er klar og med stort sett riktig bruk av terminologi og notasjon.</p> <p>Klart ca 80% av besvarelsen</p>
C	God	<p>Generelt:</p> <p>Gjennomsnittlig prestasjon der kandidaten har løst oppgaver av middels vanskelighetsgrad fra de fleste deler av kurset. Besvarelsen viser god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har ikke i særlig grad klart å anvende sine ferdigheter og kunnskaper på oppgaver som går ut over det rutinemessige. Fremstillingen er grei å forstå, men kan ha en del formelle mangler.</p> <p>Klart ca 60% av besvarelsen</p>
D	Nokså god	<p>Generelt:</p> <p>Prestasjon under gjennomsnittet der kandidaten har løst eller kommet et stykke på vei med oppgaver fra flere sentrale deler av kurset. Besvarelsen viser kjennskap til de viktigste teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har vanskelig for å komme helt i mål selv på</p>

		<p>rutinepregede oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men kan ha en god del formelle mangler.</p> <p>Klart ca 47% av besvarelsen</p>
E	Tilstrekkelig	<p>Generelt:</p> <p>Prestasjon som tilfredsstiller minimumskravene, men heller ikke mer. Besvarelsen viser at kandidaten har kjennskap til begreper, teknikker og anvendelser fra flere deler av kurset, og at han/hun til en viss grad kan bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men røper klare feil og misforståelser.</p> <p>Klart ca 40% av besvarelsen</p>
F	Ikke bestått	<p>Generelt:</p> <p>Prestasjon som ikke tilfredsstiller minimumskravene. Besvarelsen viser at kandidaten har manglende kjennskap til sentrale teknikker, begreper og anvendelser, eller manglende evne til å bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Besvarelser som bare viser beherskelse av en avgrenset del av emnet, vil normalt havne i denne kategorien.</p>

Løsningsforslag:

Oppgave 1) De fire regneartene - 20 %

Løs disse regnestykkene. Bruk 2 ulike strategier på hver av dem.

a) $19 + 8 =$

Stikkord: tallinje, skriftlig hoderegning som via 20.

$$20 + 8 - 1 = 27 \qquad 19 + 10 - 2 = 27$$

b) $127 + 274 =$

Stikkord: Tallinje, skriftlig hoderegning, oppstilt addisjon

$$\text{Eks: } 127 + 273 + 1 = 127 + 73 + 200 + 1 = 401$$

c) $82 - 29 =$

Stikkord: Tallinje, skriftlig hoderegning, oppstilt subtraksjon

$$\text{Eks: } 82 - 30 + 1 = 52 + 1 = 53$$

d) $24 \cdot 6 =$

Stikkord: Areal, skriftlig hoderegning,

$$\text{Eks: } (20 + 4) \cdot 6 = 120 + 24 = 144$$

$$\text{Eks: } (25 - 1) \cdot 6 = 150 - 6 = 144$$

e) $3,5 \cdot 14 =$

Stikkord: Oppstilt multiplikasjon, skriftlig hoderegning,

$$\text{Eks: } 3,5 \cdot 2 \cdot 14 : 2 = 7 \cdot 7 = 49$$

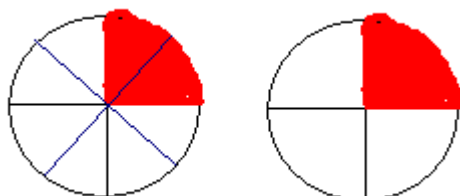
f) $183 : 3 =$

Stikkord: Oppstilt divisjon, skriftlig hoderegning,

$$\text{Eks: } (180 + 3) : 3 = 180 : 3 + 3 : 3 = 60 + 1 = 61$$

g) Forklar med en tegning hva det vil si å forkorte en brøk.

$$\text{Altså: } \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \quad \text{med andre ord} \quad \frac{2:2}{8:2} = \frac{1}{4}$$



h) Regn ut (vis fremgangsmåten)

$$i) 1 + \frac{4}{6} - \frac{2}{4}$$

$$ii) \frac{2}{5} : \frac{1}{2}$$

$$ii) \frac{5}{10} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{10}{7}$$

$$i) 1 + \frac{4}{6} - \frac{2}{4} = 1 + \frac{4}{6} - \frac{1}{2} = \frac{6}{6} + \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{6+4-3}{6} = \frac{7}{6} \text{ eller } 1\frac{1}{6}$$

$$ii) \frac{2}{5} : \frac{1}{2} = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{1} = \frac{4}{5}$$

$$ii) \frac{5}{10} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{10}{7} = \frac{\cancel{5}}{\cancel{10}} \cdot \frac{\cancel{7}}{\cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{10}}{\cancel{7}} = 1$$

i) Skriv som brøk: i) 0,37 og ii) 0,166666...

$$0,37 = \frac{37}{100}$$

$$0,166666... = 0,1\bar{6}$$

$$10x = 1,\bar{6} \text{ og } 100x = 16,\bar{6}$$

$$100x - 10x = 16,\bar{6} - 1,\bar{6}$$

$$90x = 15$$

$$x = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$$

Oppgave 2) Tallsystemer - 15 %

a) Løpetid!

- 1) Jacob jobbet 3 km på 16 minutter og 40 sekunder. Hvor mange sekunder brukte han?

$$\text{Antall sekunder: } 16 \text{ min} \cdot 60 \text{ s/min} + 40 \text{ s} = 1000 \text{ s}$$

- 2) Dagen etter jogget Jacob dobbelt så langt med eksakt lik hastighet. Hvor lang tid brukte han? Tiden skal være oppgitt i antall minutter og sekunder

$$(16 \text{ min} + 40 \text{ s}) \cdot 2 = 32 \text{ min} + 80 \text{ s} = 33 \text{ min} + 20 \text{ s}$$

- 3) Henrik satser på maraton. Tidene på de tre maraton løpene han har fullført er:

1 11 1

2.32.46

2.27.22

2.08.33

7.08.41

Hva er tiden tilsammen?

se over

- 4) Hvilket tallsystem har du nå regnet i?

I utgangspunktet er det I 60-tallsystemet. Men enerne går til 10, så da bruker vi 10-tallsystemet på enerne dersom vi regner oppstilt.

b) Regn om til tall i base 8

1) $5_{ti} =$

2) $53_{ti} =$

3) $359_{ti} =$

1) $5_{ti} = 5_8$

2) $53_{ti} = 6 \cdot 8 + 5 \cdot 1 = 65_8$

3) $359_{ti} = 5 \cdot 64 + 4 \cdot 8 + 7 \cdot 1 = 547_8$

c) Regn i base 8

1) $237_{\text{åtte}} + 53_{\text{åtte}} =$

2) $101_{\text{åtte}} - 77_{\text{åtte}} =$

1) $237_{\text{åtte}} + 53_{\text{åtte}} = 312_8$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 2 \quad 3 \quad 7 \\ \quad 5 \quad 3 \\ \hline 3 \quad 1 \quad 2 \\ \hline \end{array}$$

2) $101_{\text{åtte}} - 77_{\text{åtte}} = 2_8$

$$\begin{array}{r} 8 \quad 8 \\ 4 \quad 0 \quad 1 \\ - \quad 7 \quad 7 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array}$$

Oppgave 3) Tallforståelse - 15 %

a) Skriv ett tall større enn femti og mindre enn nitti som er:

- a. Delelig med 2
- b. Delelig med 3
- c. Delelig med 2, 3 og 8

Eksempel: a) 52 b) 51 og c) 72

b) Vurder om dette er mulig. Begrunn svaret.

- a. Ett tall er oddetall og er delelig med 6.

Det er ikke mulig, siden $6 = 2 \cdot 3$. Dvs at det tallene som 6 er delelig er et partall.

- b. Gjennomsnitt av tre påfølgende oddetall må være et oddetall.

Vi tenker elevene kan gi eksempler, men må begrunne hvorfor det gjelder generelt.

Dersom vi har oddetallene 11, 13 og 15 så vil snittet være 13.

Hvis vi sier at p er et partall så er snittet: $\frac{(p+1)+(p+3)+(p+5)}{3} = \frac{3p+9}{3} = p+3$

$p+3$ er et oddetall.

c. Ingen primtall er delelig med 5.

Joda, 5 er delelig med 5.

c) Oppgi tallene som prosent:

$$0,25 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 0,125 = \underline{\hspace{2cm}} \quad a = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$0,25 = 25 \% \quad 0,125 = 12,5 \% \quad a = 100 \cdot a \%$$

d) Oppgi tallene som desimaltall eller heltall:

$$75 \% = \underline{\hspace{2cm}} \quad 1 \% = \underline{\hspace{2cm}} \quad 200 \% = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$75 \% = 0,75 \quad 1 \% = 0,01 \quad 200 \% = 2$$

e) Rabatt

1) En butikk ga 10 % rabatt på en vare til 120 kr. Hva blir ny pris?

$$120\text{kr} - 10\% \text{ av } 120 \text{ kr} = 120 \text{ kr} - 12 \text{ kr} = 108 \text{ kr}$$

2) Uken etter økte butikken rabatten til 20 %. Hva blir ny pris?

$$120\text{kr} - 2 \cdot 12 \text{ kr} = 96 \text{ kr}$$

3) Butikken økte prisen med 20 % på den rabatterte prisen. Forklar hvorfor eller hvorfor ikke prisen blir lik den opprinnelige prisen.

$$96 \text{ kr} + 20 \% \text{ av } 96 \text{ kr} = 96 \text{ kr} + 9,6 \text{ kr} + 9,6 \text{ kr} = 96 + 19,2 = 115,2 \text{ kr}$$

Man kommer ikke opp i samme pris fordi man regner 20 % av ulikt grunnlag.

Oppgave 4) Kombinatorikk - 10 %

1) En fridrettsklubb har 8 utøvere. Til et stafettløp skal det velges ut et lag på 4 utøvere. Hvor mange forskjellige stafettlag kan treneren lage?

$$\text{Rekkefølgen har ingen betydning } nCr \text{ dvs } 8C4 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4!} = 70$$

Treneren kan velge mellom 70 ulike lag.

- 2) De fire på stafettlaget skal plasseres på hver sin etappe. På hvor mange måter kan det gjøres?
4 muligheter på første etappe, 3 på andre etappe osv,
Antall muligheter $4! = 24$.
- 3) Flyplasser med passasjertrafikk har en internasjonal flyplass kode på tre bokstaver. Hvor mange forskjellige flyplasskoder kan vi lage når vi har 26 bokstaver (Æ, Ø og Å blir ikke brukt)?

Her kan en bokstav bruke om igjen. Antall mulige koder blir $26 \cdot 26 \cdot 26 = 17576$

Oppgave 5) Sannsynlighet – 15 %

- Hva vil det si at sannsynligheten for at hendelse inntreffer er 0,2?
Det betyr at det er 20 % sjans eller $\frac{2}{10}$ sjans for hendelsen inntreffer.
- Et lotteri skriver at hver tiende lodd vinner. Vil det si at om du kjøper ti lodd så vinner du? Begrunn svaret.

Hvis det er 10 % sjans for å vinne vil det si at om du kjøper alle loddene eller uendelig mange lodd så vil 10 % være vinnerledd. Men det er absolutt ikke sikkert at du vinner om du kjøper 10 lodd.
- Om du kaster to terninger, hva er sannsynligheten for at summen er 6? Vis hvordan du tenker.

Her kan det tegner et valgtre eller et addisjonstabell.

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$$P(\text{sum } 6) = \frac{5}{36}$$

4. Anna og Martin krangler om alt. Denne gang om hva som er størst sannsynlighet med to kast av en mynt. Anna mener det er større sjanse å få en mynt og en kron mens Martin mener to kron gir større mulighet. Hvem har rett?

Her kan det lønne seg å tegne et valgtre.

P(mynt og kron) er 50 %.

P(2 kron) = 25 %

5. En boks inneholder 3 brune og 7 rosa kuler. Det trekkes 2 kuler med tilbakelegging.

1) Hva er sannsynligheten for å få først 1 brun og deretter 1 rosa?

2) Hva er sannsynligheten for å få først 1 brun og deretter 1 rosa?

$$P(1 \text{ brun og } 1 \text{ rosa}) = \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{21}{100}$$

$$P(1 \text{ rosa og } 1 \text{ rosa}) = \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10} = \frac{49}{100}$$

Oppgave 6) Statistikk - 15 %

Tabellen viser antall scoret og innslupne mål i tillegg til poengsummen for de fem beste lagene i Premier League april 2023.

Lag	Antall kamper	Antall scoret mål	Antall innslupne mål	Poeng
Arsenal	30	77	34	75
Man City	30	78	28	70
Newcastle	30	54	25	59
Man U	30	46	37	59
Tottenham	30	58	51	53

- a) Hvor mange mål har Arsenal skåret i gjennomsnitt per kamp?

$$\text{Antall mål i snitt: } \frac{77}{30} = 2,57 \text{ mål}$$

- b) De fem beste lagene har skåret 313 mål tilsammen. Hvor mange mål blir det i gjennomsnittet per lag?

$$\text{Mål i snitt per lag: } \frac{313 \text{ mål}}{5 \text{ lag}} = 62,6 \text{ mål/lag}$$

c) Hvor mange mål har lagene sluppet inn i gjennomsnitt?

$$175 \text{ mål} : 5 \text{ lag} = 35 \text{ mål/lag}$$

d) Hva er den gjennomsnittlige poengsummen for de fem beste lagene? Finn også variasjonsbredde og standardavviket.

$$\text{Gjennomsnittlig poengsum: } \frac{75+70+59+59+53}{5} = \frac{316}{5} = 63,2$$

$$\text{Variasjonsbredde: } 75 - 53 = 22$$

Standardavvik:

Poeng	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
75	11,8	139,2
70	6,8	46,2
59	-4,2	17,6
59	-4,2	17,6
53	-10,2	104,0
		324,8

$$\text{Varians} = 65$$

$$\text{Standardavvik} = \sqrt{65} = 8,1$$

Oppgave 7) Diagnostisk oppgave - 10 %

a) Hva menes med diagnostisk oppgave?

En oppgave som lages slik at elevene kan avdekke sine misoppfatninger.

b) Følgende oppgaver ble gitt til 8 – 10 årstrinn.

Oppgave 1)

Gjennomsnittshøyden for 4 gutter i en speiderpatrolje er 150 cm. En ny speider blir med i patroljen. Han er 170 cm høy.

Hvor stor blir gjennomsnittshøyden for speiderne nå?

40 % av elevene svarte 154 cm

28 % av elevene svarte 160 cm

1. Drøft hva som kan være årsak til det svaret som er feil.
2. Hvordan vil du veiled de elevene som ga feil svar?

Mange elever regner ut det nye gjennomsnittet slik: $\bar{x} = \frac{(150 + 170)}{2} = 160$ og vektet gjennomsnittshøyden til de fire speiderne og høyden til den femte like mye.

Her avdekkes en misoppfatning om gjennomsnitt idet mange elever ikke har oppfattet at vi må først finne samlet høyde for *alle* de fem speiderne og deretter dividere med antall speidere, slik:

$$\bar{x} = \frac{(4 \cdot 150 + 170)}{5} = 154$$

Oppgave 2)

Per kaster en terning en gang, og Pia kaster terningen to ganger.

Hva er mest sannsynlig?

- Per får en sekser
- Pia for to seksere
- Begge utfall er like sannsynlig

41 % svarer at “Per får en sekser” er mest sannsynlig.

50 % svarer at “Begge utfall er like sannsynlig”.

3. Drøft hva som kan være årsak til det svaret som er feil.
4. Hvordan vil du veiled de elevene som ga feil svar?

Dersom vi skal tallfeste Oles sjanse for å få to seksere etter hverandre, multipliserer vi sannsynligheten for å få sekser på det ene kastet sammen med sannsynligheten for å få sekser på det andre kastet (jfr. produktsetningen for uavhengige hendelser).

Oppgaven avdekker en vanlig misoppfatning hos mange elever: konjunksjonsfeilen.

Per: $P(\text{Sekser på ett kast}) = \frac{1}{6}$

Ole: $P(\text{Sekser på to kast}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$