

EKSAMEN

Emnekode: LSV3MAT20 V3	Emnenavn: V3: Tall, statistikk, kombinatorikk og sannsynlighet II (5-10)
Dato: 06.12.2021	Eksamenstid: Kl. 9.00 – 15.00
Hjelpemidler: Godkjent kalkulator	Faglærere: Johan Bredberg (emneansvarlig) Russell Hatami
Om eksamensoppgaven og poengberegning: Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene. Oppgavesettet består av seks sider inklusiv denne forsiden. Oppgavesettet består av 5 oppgaver. Oppgavene er ulikt vektet (se antall prosent i parentes). Begrunn og forklar tydelig og grundig på hver av oppgavene. Lykke til!	
Sensurfrist: 27 desember 2021 Karakterene er tilgjengelige for studenter på Studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. www.hiof.no/studentweb	

Oppgave 1. $3 + 4 + 3 + 9 + 6 + 5 = 30\%$

a. Bruk primtallsfaktoring til å bestemme om 175 er delelig med henholdsvis 14 og 35.

b.

(i) Finn SFF og MFM til tallene 175 og 10.

(ii) Gi et eksempel fra ungdomsskole-matematikk på når henholdsvis SFF og MFM blir brukt.

c. Lag en liste over tallene som 162 er delelig med (divisorene til 162).

d. Alle tall som er involvert i denne delen er positive heltall. Begrunn følgende påstander:

(i) Summen av to konsekutive (påfølgende) potenser av 12 er delelig med 13.

(ii) Summen av tre konsekutive potenser av 9 er delelig med 13.

(iii) Summen av tre konsekutive kvadrater gir resten 2 ved divisjon med 3.

e.

(i) Er

$$53 \equiv 4 \pmod{20}$$

sant eller falskt? Begrunn ditt svar.

(ii) Er

$$57 \equiv 657 \pmod{300}$$

sant eller falskt? Begrunn ditt svar.

(iii) Har den diofantiske likningen

$$15x + 30y = 121$$

noen løsning?

f.

(i) Bruk et siffer-eksempel for å forklare hvorfor delelighetsregelen med 3 fungerer (du kan altså for eksempel velge deg et tresiffrig tall og arbeide med det).

(ii) Bevis også delelighetsregelen med 3 for et generelt femsiffrigt tall $abcde$.

Oppgave 2. $6 + 6 + 7 + 6 = 25\%$

a.

- (i) Hvor mange permutasjoner finnes det av INGER?
- (ii) Hvor mange permutasjoner finnes det av PANAMA?

b. Bruk binomial-formelen for å ekspandere ut henholdsvis $(x + 2)^4$ og $(x^4 - 5)^3$.

c.

- (i) Gi et kombinatorisk resonemang som begrunner hvorfor

$$\binom{5}{2} + \binom{5}{3} = \binom{6}{3}.$$

- (ii) Tegn begynnelsen av Pascals trekant, og marker ut hvor man kan finne konklusjonen i del (i).

- (iii) Gi et algebraisk bevis av

$$\binom{100}{30} + \binom{100}{31} = \binom{101}{31}.$$

d.

- (i) Bruk ungdomsskole-matematikk for å finne ekspansjonen til

$$(1 + x + x^3)^4.$$

- (ii) En høne legger hver dag 0, 1 eller 3 egg, alle med sannsynlighet $1/3$. Bruk del (i) for å beregne sannsynligheten at hønen legger 4 egg under fire dager.

Oppgave 3. $6 + 4 + 5 = 15\%$

- a. Olav Lunde har skrevet om fire ulike mulige årsaker/forklaringsmåter til matematikkvansker. Du skal si hvilke disse fire er, samt kort beskrive dem.

- b. Beskriv forskjellen på statisk og dynamisk kartlegging.

- c. Skriv kort om hva diagnostisk undervisning er for noe.

Oppgave 4. $8 + 6 + 6 = 20\%$

- a. Første semifinalen vinner Carlsen og Fressinet med sannsynlighet henholdsvis $\frac{3}{4}$ og $\frac{1}{4}$. Andre semifinalen vinner Anand og Bacrot med sannsynlighet henholdsvis $\frac{3}{5}$ og $\frac{2}{5}$. Hva er sannsynligheten at enten Carlsen eller Anand går til finale? — Beregn dette på tre forskjellige måter!
- b. Når Nadal spiller tennis mot Ruud, vinner Nadal sets med sannsynlighet 60 %. La oss si at de møtes i en best-av-tre-sets kamp. Bruk ungdomsskole-matematikk for å beregne sannsynligheten for at Nadal vinner kampen.
- c. Når Nadal spiller tennis mot Ruud, vinner Nadal sets med sannsynlighet 60 %. La oss si at de møtes i en best-av-fem-sets kamp. Bruk binomisk sannsynlighet for å beregne sannsynligheten for at Nadal vinner kampen.

Oppgave 5. $4 + 6 = 10\%$

a. Mathias som går på videregående skole brukte hypergeometrisk sannsynlighet for å løse en tekstoppgave. Hans riktige svar på tekstoppgaven var

$$\frac{\binom{8}{2} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{28}{55}.$$

Skriv et forslag på en slik tekstoppgave.

b. Løs din tekstoppgave ved hjelp av ungdomsskole-matematikk.