Høgskolen i Østfold

SENSORVEILEDNING

Emnekode:	LSKMA11120 V1
Emnenavn:	Tall, måling, statistikk, kombinatorikk og sannsynlighet I (1-7)
Eksamensform:	Individuelt, skriftlig eksamen
Dato:	14 desember 2022 9:00-15:00
Faglærer(e):	Johan Bredberg (emnesansvarlig) Stein Berggren
Eventuelt: Sensorveiledningen består av **13** sider inklusiv denne forsiden.	

Innhold

Denne sensorveiledningen inneholder:

1. **Vurderingskriterier for den enkelte karakter**
2. **Viktige elementer for vurderingen**
3. **Oppgavene med stikkordsmessig løsningsforslag**

1. Vurderingskriterier for den enkelte karakter

	Generelle kriterier Kilde: https://www.uio.no/studier/eksamen/karakterskala/fagspesifikk-karakterbeskrivelse/mn-math.html#skriftlig	**Prosent av besvarelsen som kan indikere karakter**
A	**Fremragende** prestasjon der kandidaten har løst problemer som krever fantasi og innsikt. Besvarelsen viser at kandidaten fullt ut behersker både de begrepsmessige, regnetekniske og anvendelsesmessige delene av emnet. Fremstillingen er klar og presis med korrekt bruk av notasjon og fagterminologi. Noen få mindre feil eller blanke punkter kan tillates.	[92% - 100 %]
B	**Meget god** prestasjon der kandidaten har løst problemer som går utover det rutinemessige, og som krever god oversikt over emnet. Besvarelsen viser meget god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset. Fremstillingen er klar og med stort sett riktig bruk av terminologi og notasjon.	[77% - 92 %)
C	**God** Gjennomsnittlig prestasjon der kandidaten har løst oppgaver av middels vanskelighetsgrad fra de fleste deler av kurset. Besvarelsen viser god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har ikke i særlig grad klart å anvende sine ferdigheter og kunnskaper på oppgaver som går ut over det rutinemessige. Fremstillingen er grei å forstå, men kan ha en del formelle mangler.	[58% - 77%)
D	**Nokså god** Prestasjon under gjennomsnittet der kandidaten har løst eller kommet et stykke på vei med oppgaver fra flere sentrale deler av kurset. Besvarelsen viser kjennskap til de viktigste teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har vanskelig for å komme helt i mål selv på rutinepregede oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men kan ha en god del formelle mangler.	[46 % - 58%)
E	**Tilstrekkelig** Prestasjon som tilfredsstiller minimumskravene, men heller ikke mer. Besvarelsen viser at kandidaten har kjennskap til begreper, teknikker og anvendelser fra flere deler av kurset, og at han/hun til en viss grad kan bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men røper klare feil og misforståelser.	[40 % - 46%)
F	**Ikke bestått** Prestasjon som ikke tilfredsstiller minimumskravene. Besvarelsen viser at kandidaten har manglende kjennskap til sentrale teknikker, begreper og anvendelser, eller manglende evne til å bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Besvarelser som bare viser beherskelse av en avgrenset del av emnet, vil normalt havne i denne kategorien.	[0 % - 40%)

Universitets – og høgskolerådet har utformet disse generelle, kvalitative beskrivelsen av de ulike karakterene:

symbol	betegnelse	generell, ikke fagspesifikk beskrivelse av vurderingskriterier
A	fremragende	Fremragende prestasjon som klart utmerker seg. Kandidaten viser svært god vurderingsevne og stor grad av selvstendighet.
B	meget god	Meget god prestasjon. Kandidaten viser meget god vurderingsevne og selvstendighet.
C	god	Jevnt god prestasjon som er tilfredsstillende på de fleste områder. Kandidaten viser god vurderingsevne og selvstendighet på de viktigste områdene.
D	nokså god	En akseptabel prestasjon med noen vesentlige mangler. Kandidaten viser en viss grad av vurderingsevne og selvstendighet.
E	tilstrekkelig	Prestasjonen tilfredsstiller minimumskravene, men heller ikke mer. Kandidaten viser liten vurderingsevne og selvstendighet.
F	ikke bestått	Prestasjon som ikke tilfredsstiller de faglige minimumskravene. Kandidaten viser både manglende vurderingsevne og selvstendighet.

2. Viktige elementer for vurderingen

Nedenfor finnes forslag på løsninger. Det vil selvsagt være flere andre fremgangsmåter som kan gi full uttelling så her må det vurderes i hvert enkelt tilfelle. I gjennomgangen nedenfor er det indikert en maksimumspoengsum for hver av deloppgavene, og i noen grad utdypet hvordan poeng skal settes utover dette. Det er imidlertid av stor betydning med en helhetlig vurdering.

3. Oppgavene med stikkordsmessig løsningsforslag

Oppgave 1 [4 + 4 + 2 + 3 + 3 = 16 %]

a)
   i. Forklar hva den epistemologiske trekanten dreier seg om.
   ii. Forklar hva forskjellen er mellom språk av første og andre orden.

b) Redegjør kort for de fem stegene som ifølge Eichler viser til barns progresjon i forståelse av størrelser og måling.

c) Sett parenteser sånn at regnestykket stemmer:

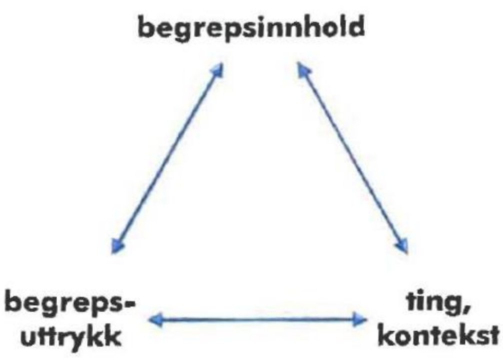
$$8 + 5 + 1 \cdot 2 + 8 = 68$$

d) Konverter 5 km^3 til m^3 og forklar hvorfor svaret ditt stemmer.

e) 17 er et såkalt primtall.
   i. Forklar hva det betyr å påstå dette? Altså gi en nøyaktig definisjon på primtall.
   ii. Er det mulig at en mengde personer spiser 17 kaker dersom hver enkelt person spiser et helt antall kaker og alle personer spiser like mange kaker?

Løsningsforslag:

a) i.



Ned til høyre har vi den riktige saken, for eksempel et rektangel. Ned til venstre har vi begrepsuttrykket, i mitt fall «rektangel». Der oppe har vi begrepsinnhold som i vårt fall kan være firkant i hvilken alle vinkler er like store.

ii. I fall av språk av første orden så er begrepsuttrykk og begrepsinnhold i direkte kontakt, mens for språk av andre orden så trenger man litt tid og et oversettelseledd for å forstå hva begrepsuttrykket egentlig dreier seg om.

b) Ved *grov sammenligning* kan man sammenligne to ting der størrelsesforskjellen er tydelig. Dersom størrelsesforskjellen er liten, kan man sette sakene inntil hverandre og gjøre *direkte sammenligning* som er mer nøyaktig. Dersom de to tingene A og B du ønsker å sammenligne ikke kan settes inntil hverandre, kan du sammenligne en bevegelig formidler C med først A og så B for å på denne måten sammenligne A og B ved hjelp av *indirekte sammenligning*. Dersom du måler en bok med en tilfeldig målenhet som f.eks. et viskelær så har du gjort *måling med ikke-standardiserte enheter*. Mens om du måler boken med f.eks. en velkjent målenhet som f.eks. cm så har du gjort *måling med standardiserte enheter*.

c)

$$8 + (5 + 1) \cdot (2 + 8) = 68$$

d) En kubikkilometer er volumet til en kube med sidelengde 1 km. Denne kuben har sidelengde 1000 m og har derfor volum

$$1000\ m * 1000\ m * 1000\ m = 1000000000\ m^3$$

Så derfor blir 5 km^3 jo 5000000000 m^3.

e) i. Primtall er positive heltall større enn 1 som bare er delelig med 1 og seg selv.

ii. Ja, der kan være 17 personer som hver og en spiser én kake.

Oppgave 2 [3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15 %]

a) Regn ut og forkort svaret mest mulig (vis alle steg i utregningen): $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{7}{3} \cdot \frac{6}{7} + \frac{4}{14} : \frac{1}{7}\right) =$

b) Hva er den absolutt minste fellesnevneren til brøkene $\frac{4}{25}$ og $\frac{3}{15}$?

c) På en saftflaske står det at saften skal blandes i forholdet 1:5. En elev sier at dette tilsvarer å blande 2 dl ren saft med 8 dl vann. Stemmer det? Begrunn svaret.

d) Bruk delelighetsreglene til å avgjøre om 126 kan deles på 2, 3, 5 og/eller 6.

e) Lag en illustrasjon som viser at $\frac{1}{3}$ er det samme som $\frac{2}{6}$.

Løsningsforslag:

a) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{7}{3} \cdot \frac{6}{7} + \frac{4}{14} : \frac{1}{7}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{7 \cdot 6}{3 \cdot 7} + \frac{4}{14} \cdot \frac{7}{1}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{6}{3} + \frac{4 \cdot 7}{14 \cdot 1}\right) = \frac{1}{2} \cdot (2 + 2) = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$

b) Ser at vi kan forkorte før vi utvider

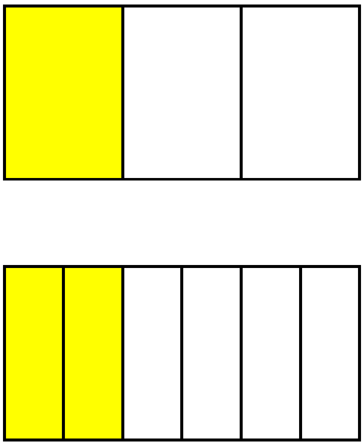
$$\frac{3}{15} = \frac{3:3}{15:3} = \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 5}{5 \cdot 5} = \frac{5}{25}$$

Slik at den absolutt minste fellesnevneren er 25.

c) 2 dl ren saft og 8 dl vann tilsvarer et blandingsforhold på 2:8 som kan forkortes til 1:4, dvs eleven tar feil.

d) 126 kan deles på 2 fordi siste siffer er partall. Tverrsummen er 1+2+3=6 som kan deles på 3, dvs 126 kan deles på 3. Kan ikke deles på 5 pga siste siffer er ikke 5 eller 0. Kan deles på 6 fordi det kan deles på både 2 og 3.

e) Illustrasjon som viser at $\frac{1}{3}$ er det samme som $\frac{2}{6}$:



Oppgave 3 [2 + 1 + 4 + 3 + 3 = 13 %]

a) Skriv 1984 med romerske siffer.

b) Når vi skriver tallet 1984 som 1000 + 900 + 80 + 4, så kalles dette hva?

c) Hvilke er tallene 1100101_2 og 111_2? Det vil si at du skal skrive dem med basen ti.

d) Skriv tallet fire hundre og førtifire i basen syv.

e) Hvor mange positive heltall inneholder fem siffer når de er skrevet i basen to OG fire siffer når de er skrevet i basen tre?

Løsningsforslag:

a) MCMLXXXIV

b) Utviklet form. Utvidet form aksepteres også.

c) Tallene er henholdsvis

$$1 + 4 + 32 + 64 = 101$$

og

$$1 + 2 + 4 = 7.$$

d) Potensene av 7 er 1,7,49,343,… Vi får plass med én 343, så har 101 igjen. Vi får plass med to 49, så har vi 3 igjen. Svaret blir 1203_7.

e) Tallene som inneholder fem siffer i basen to er 16,17,…,31. Tallene som inneholder fire siffer i basen tre er 27,28,…,80. Tallene er altså 27,28,29,30,31 hvilket betyr at svaret er 5 stykker.

Oppgave 4 [3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15 %]

a) Hva mener vi med antallskonservering? Gi eksempler på situasjoner elevene trenger å erfare for å få en god forståelse av begrepet.

b) Hvilke to ulike modeller har vi for tall? Si litt kort om dem.

c) En elev multipliserer tallene 13 og 7 og kommer frem til svaret 28. Hvordan kan eleven ha tenkt? Og hva kan feilen skyldes?

d) Forklar ved å bruke eksempler hva delingsdivisjon er og hva målingsdivisjon er.

e) En elev regner ut $3 + 8 \cdot 3$ og kommer frem til svaret 33. Hvordan tror du eleven har tenkt? Har eleven regnet riktig? Begrunn.

Løsningsforslag:

a) Antallskonservering innebærer at antallet ikke endrer seg om vi ordener objektene annerledes. Elevene trenger å erfare at antallet er uavhengig av rekkefølge, type objekt, plassering av objektene, situasjonen, hvor tellingen starter, hvor mange ganger vi teller.

b) To modeller for tall, lineær modell og gruppert modell. Konkretisering av lineær modell kan være tallinja og perletellekjede. I gruppert modell grupperer vi i tiere, hundrere, tusenere, osv. Vanligvis får elevene en forståelse av den lineære modellen først. Eksempel på aktiviteter for lineær modell: plasserer tall på tallinja. Eksempel aktivitet gruppert modell: gruppere tellebrikker i enere og tiere.

c) Feilen skyldes mest sannsynlig manglende forståelse av posisjonstallsystemet (ti-tallsystemet). Elevene kan ha regnet på følgende måte:

$$
\begin{array}{r}
13 \cdot 7 \\
21 \\
7 \\
\hline
\underline{\underline{28}}
\end{array}
$$

d) Delingsdivisjon: 12 klinkekuler skal deles på 4 barn, hvor mange klinkekuler får hvert barn?
Målingsdivisjon: 12 meter tau skal kappes i hoppetau med lengde 2 meter, hvor mange hoppetau rekker det til?

e) Eleven har ikke regnet riktig, eleven har sannsynligvis regnet fra venstre mot høyre uten å ta hensyn til regnerekkefølgen. Riktig svar er $3 + 8 \cdot 3 = 3 + 24 = 27$.

Oppgave 5 [3 + 3 + 2 + 4 = 12 %]

Elevene i en gruppe på ni stykker fikk følgende antall poeng på en prøve:

$$\{2,3,9,5,1,2,5,7,2\}.$$

a) Finn henholdsvis typeverdi, median og gjennomsnittsverdi.

b) Lag et søylediagram over situasjonen.

c)

Bildet ovenfor viser et sektordiagram over situasjonen. Når det kommer til vinkelen i sirkelsektoren som tilsvarer gruppen av elever med 5 poeng på prøven, er denne vinkelen spiss, rett eller stump? Begrunn ditt svar gjennom regning.

d)

i. Etter at én ytterligere elev har gått med i gruppen, så blir gjennomsnittsverdien til gruppen 5 poeng. Bestem den nye elevens poeng på prøven, *for eksempel* ved hjelp av systematisk prøving og feiling.

ii. Lag en relativ frekvens tabell som viser resultatet til de ti elevene.

Løsningsforslag:

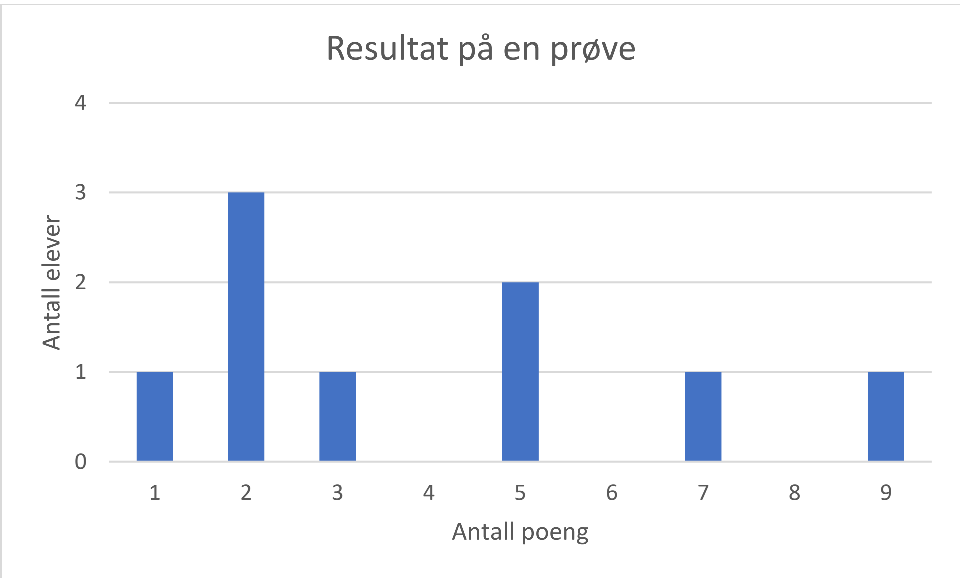
a) Først setter vi tallene i orden:

$$\{1,2,2,2,3,5,5,7,9\}.$$

Typeverdien er 2 da dette er mest frekvent. Medianen er 3 da denne verdien er i midten. Gjennomsnittsverdien er

$$\frac{Sum}{Antall} = \frac{36}{9} = 4$$

b) Et søylediagram kan for eksempel se ut sånn her:



c) Hvert resultat tilsvarer 360/9 = 40 grader. Så den relevante vinkelen blir 2 * 40 = 80 grader og er dermed spiss. «Alternativt» kan man tenke at vinkelen i sirkelsektoren som tilsvarer gruppen av elever med 5 poeng på prøven har størrelse

$$360 * \frac{2}{9} = 40 * 2 = 80$$

grader og er dermed spiss.

d) i. Man kan gjennomføre et resonnement: ettersom summen med ti elever skal være 50 og de øvrige elevene har 36 poeng, må den nye eleven ha 14 poeng. Eller kan man lage seg en systematisk tabell for å finne at 14 poeng fungerer. Eller kan man bruke en enkel likning: $\frac{36+x}{10} = 5 \quad \Rightarrow \quad 36 + x = 50 \quad \Rightarrow \quad x = 14$.

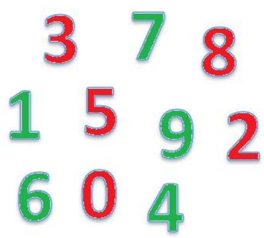
ii.

Resultat	1	2	3	5	7	9	14
Relativ frekvens	0.1	0.3	0.1	0.2	0.1	0.1	0.1

Oppgave 6 [3 + 3 + 3 + 4 = 13 %]

a) En elev har regnet på følgende måte: $\frac{2\cdot 3-2}{4\cdot 2} = \frac{1}{2}$. Har eleven regnet riktig? Begrunn.

b) Gi minst tre ulike eksempler på måter vi kan sortere tallene nedenfor på:



c) Vis/forklar hvordan du vil løse oppgaven $17 \cdot 12$ ved å bruke hoderegning.

d) Lag en oppgave hvor elevene jobber med kompetansemålet: «Mål for opplæringa er at eleven skal kunne utforske multiplikasjon ved teljing» (kompetansemål etter 3. trinn).

Løsningsforslag:

a) Eleven har regnet riktig: $\frac{2\cdot 3-2}{4\cdot 2} = \frac{6-2}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

b) Vi kan sortere tallene i rekkefølge fra størst til minst, i partall og oddetall, i primtall og ikke primtall og etter farge.

c) Hoderegning: $17 \cdot 12 = (10+7)\cdot 12 = 10 \cdot 12 + 7 \cdot 12 = 120 + 7 \cdot (10+2) = 120 + 7 \cdot 10 + 7 \cdot 2 = 120 + 70 + 14 = 204$
Kan være andre fremgangsmåter, for eksempel
$17 \cdot 12 = 170 + 34 = 204$.

d) Eksempel på oppgave (det er flere løsninger):
Tell videre

1) 1,2,3,……
2) 2,4,6,……
3) 3,6,9,…….
4) 4, 8, 12,……

Oppgave 7 [3 + 4 + 5 + 4 = 16 %]

a)
   i. Lag en enkel tekstoppgave som kan løses ved hjelp av multiplikasjonsprinsippet.
   ii. Løs din oppgave.

b) Hvor mange ord med fire bokstaver kan man lage fra BELFAST (hver bokstav kan kun brukes én gang)? Begrunn hvorfor ditt svar er riktig.

c) Vi ser på resultatet når en vanlig terning blir kastet.
   i. Hva er sannsynligheten for å kaste 6?
   ii. Hva er sannsynligheten for primtall?
   iii. Hva er sannsynligheten for oddetall?
   iv. Hva er sannsynligheten for primtall og oddetall?
   v. Hvorfor tror du at en elev svarte 1/4 på del (iv)?

d) Finn sannsynligheten at resultatet (altså summen av øynene) er et partall når to vanlige terninger blir kastet gjennom å bruke utfallsrommet over alle 36 utfall. Kommenter også svaret ditt.

Løsningsforslag:

a) i. Ahmed kan velge skor på 3 måter og hatt på 5 måter. Hvor mange muligheter totalt?
ii. Da blir det 3 * 5 = 15 muligheter.

b) Du kan tenke at du spiller hangman: hvilken bokstav som skal stå først i ditt ord kan du velge på 7 måter, neste bokstav kan du velge på 6 måter, neste på 5 måter og siste bokstaven kan du så velge på 4 måter. Dermed blir svaret 7 * 6 * 5 * 4 = 840.

c)
   i.

$$P(6) = \frac{Gunstige}{Alle} = \frac{1}{6}$$

   ii. $P(primtall) = \frac{Gunstige}{Alle} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

iii. $P(oddetall) = \frac{Gunstige}{Alle} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

iv.

$$P(primtall\ og\ oddetall) = P(3\ eller\ 5) = \frac{Gunstige}{Alle} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

v. Eleven brukte troligvis

$P(primtall\ og\ oddetall) = P(primtall) * P(oddetall) = \frac{1}{2} * \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

PS. Denne framgangsmåten er feil fordi hendelsene primtall og oddetall er avhengige.

d)

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$$P(partall) = \frac{Gunstige}{Alle} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

der det er naturlig at det er fifty-fifty at summen blir oddetall/partall – dette ettersom uansett hva den si røde terningen blir, så er det åpenbart at 3 av 6 utfall på den si blåe terningen fører til at summen blir oddetall/partall.