Høgskolen i Østfold

MAT402 Sensorveiledning

<table>
<tr><td>Emnekode:

LMBMAT40217 MAT402

LMUMAT40217 MAT402

LMDMAT40221</td><td>Emne:

MAT402 Ulike perspektiver på tallbegrepet og algebra (1-7)

MAT402 Ulike perspektiver på tallbegrepet og algebra (5-10)

Ulike perspektiver på tallbegrepet og algebra (Masterstudium Heltid og Deltid)</td></tr>
<tr><td>Tidspunkt:

28.05.2024 kl 9:00-15:00</td><td>Faglærer:

Johan Bredberg (emneansvarlig)
Shipra Sachdeva
Khaled Jemai
Matthias Høye
Ali Ludvigsen</td></tr>
<tr><td colspan="2">Eventuelt: Sensorveiledningen består av totalt 17 sider.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Om eksamen:

✓ Oppgavesettet er på 7 sider inkludert forsider.

✓ I oppgavesettet er det tre oppgaver som kandidaten skal besvare.

✓ Det er angitt hvordan oppgavene vektes i prosent, men det skal observeres at sensor gjør en helhetlig vurdering.

✓ Maksimum-grenser på antallet ord er angitt på noen oppgaver.</td></tr>
</table>

Info og Retningslinjer ved eksamen:

- Studenten skal skrive sin besvarelse digitalt og levere inn den i Inspera.

- Dette er en digital eksamen så studenten skal besvare oppgavene digitalt. Men studenten har mulighet å utdype sine svar gjennom å levere noen papir som er skrevet/tegnet for hånd i tillegg. Det er da veldig viktig at studenten skriver sitt kandidatnummer på disse samt veldig tydelig markerer sidene med for eksempel «Vedlegg 4» og i sin besvarelse forteller sensor når man skal se på Vedlegg 4. Disse papirene blir skannet inn i Inspera av eksamenskontoret.

- Artikler fra pensumlisten samt to LK20-dokumenter har studenten tilgang til i Inspera. Disse finner du som ressurser i Inspera.

- Her i Inspera er en fane kalt «Referanseliste». For kildene som allerede står der trenger du ikke å lage en egen referanseliste. Men dersom du bruker noen ytterligere kilde, for eksempel i forbindelse med skriving rundt din fagtekst, så må du selv legge inn disse referansene ordentlig lengst ned på den siden.

- Studenten har lov å ta med seg opp til 40 fysiske A4-enkeltsider (eller 20 dobbeltsider) med egne notater til eksamensrommet. Det kan være at eksamensvakter ber om å få inspisere disse.

- Indiker alltid hvilken (del)oppgave du besvarer. Ha god struktur på din besvarelse.

Sensurfrist: 18.06.2024

Karakterene er tilgjengelige for studenter i Studentweb.

Innhold

1. Vurderingskriterier for den enkelte karakter

Symbol	Betegnelse	Generell beskrivelse av vurderingskriteriene
A	Framragende	Fremragende prestasjon som klart utmerker seg. Kandidaten viser svært god vurderingsevne og stor grad av selvstendighet i refleksjonene. Kandidaten både behersker begrepene, anvendelser og argumenter samt har meget god oversikt over sammenhengene. Teksten er klar og velorganisert med korrekt bruk av fagterminologi. Noen mindre unøyaktigheter kan tillates.
B	Meget god	Meget god prestasjon. Kandidaten viser meget god vurderingsevne og selvstendighet i refleksjonene. Kandidaten kan på en meget god måte gjøre rede for sentrale begreper, anvendelser og argumenter, og hun/han kan presentere viktige sammenhenger. Teksten er klar med riktig bruk av fagterminologi.
C	God	Jevnt god prestasjon som tilfredsstiller på de fleste områder. Kandidaten viser god vurderingsevne og selvstendighet på de fleste områder i refleksjonene. Kandidaten kan gjøre rede for hovedtrekkene i de fleste sentrale begreper, anvendelser og argumenter men presentasjonen viser tegn på manglende oversikt og/eller selvstendighet. Teksten er grei å forstå, men kan ha en del formelle mangler.
D	Nokså god	En akseptabel prestasjon med noen vesentlige mangler. Kandidaten viser en viss grad av vurderingsevne og selvstendighet i refleksjonene. Hun/han har kjennskap til de sentralene delene, men beskriver ikke begreper, anvendelser og argumenter på en fullverdig måte. Kandidaten viser tydelige tegn på manglende oversikt. Teksten er forståelig, men unøyaktig og med formelle mangler.
E	Tilstrekkelig	Prestasjonen tilfredsstiller minimumskravene, men heller ikke mer. Kandidaten viser liten vurderingsevne og selvstendighet i refleksjonene. Kandidaten har kjennskap til grunnleggende begreper og anvendelser, men har vanskelig for å beskrive argumenter og sammenhenger utover det aller mest grunnleggende. Teksten er stort sett forståelig, men røper klare feil og misforståelser.
F	Ikke bestått	Prestasjon som ikke tilfredsstiller de faglige minimumskravene. Kandidaten viser både manglende vurderingsevne og selvstendighet. Teksten mangler egne refleksjoner og kandidaten viser manglende kjennskap til sentrale begreper og anvendelser.

2. Viktige elementer for vurderingen

- ✓ Det er angitt hvordan oppgavene vektes i prosent, men det er imidlertid av stor betydning med en helhetlig vurdering.
- ✓ Anbefalinger om antallet ord er akkurat det – anbefalinger. Det er ikke et krav om å skrive så mange ord (ikke heller dette +- 10 %). Det viktigste er nemlig kvaliteten på besvarelsens innhold. Dersom en student overskrider maks-ordgrensen, spesielt om det er langt over grensen, så blir det litt trekk, men igjen så er det imidlertid kvaliteten på besvarelsen som er viktigst. En sterk besvarelse har tydelig struktur og godt språk, viser kunnskap om pensumlitteratur men inneholder også selvstendig refleksjon.
- ✓ Referanser som går utover de som har blitt utdelt til studenter (se liste lengst ned i dette dokumentet) skal inngå i en referanseliste som studenten lager. Dette skal gjøres på en ordentlig måte, men det er ikke krav på at studenten bruker for eksempel APA7.
- ✓ Nedenfor finnes skisserte løsningsforslag. Det kan imidlertid finnes andre mulige fremgangsmåter, så her må det vurderes i hvert enkelt tilfelle.

3. Oppgavene med stikkordsmessig løsningsforslag

OPPGAVE 1 (35%).
Anbefalt lengde: Cirka 600 ord. Maksimal lengde: 800 ord.

(a) Sett i lyset av tallbegrepet og/eller algebra — skriv en kort oppsummering av de viktigste punktene/funnene fra din fagtekst (Arbeidskrav 1).

(b) Tenk deg selv som fremtidig matematikklærer, og at du skal ha en undervisningstime knyttet til tallbegrepet/algebra. Beskriv din planlegging av denne undervisningstimen, med spesielt fokus på hvordan ditt arbeid med fagteksten og/eller de funn du gjorde kan hjelpe/inspirere deg.

Løsningsforslag/kommentarer. Dette er en veldig åpen oppgave. Ettersom alle studenter tar utgangspunkt i sin individuelle fagtekst blir her variasjon i besvarelsene. Det kan dog poengteres at studenten bør tydelig få inn tallbegrepet og/eller algebra i sin besvarelse. Besvarelsen skal ha god struktur og innhold. Videre bør beskrivelsen av planleggingen være tydelig og ha kobling til fagteksten.

PS. For fullstendighetens skyld, er her oppgave-beskrivelsen til fagteksten:

Arbeidskrav 1: Individuell fagtekst

Beskrivelse frå emneplanen i Matematikk 402:

Individuell fagtekst (3000 – 4000 ord) innenfor tallbegrepet eller algebra basert på en undersøkelse i praksis. 100 sider valgfritt pensum knyttes opp mot denne oppgaven.

Innlevering: Fredag 12. april 2024, kl 23:59 i Canvas.
Deadline for valgfritt pensum: Fredag 22. mars 2024, kl 23:59 i Canvas.

En presisering av arbeidskravet:

Individuell fagtekst (3000 – 4000 ord) innenfor tallbegrepet eller algebra. Skal inkludere referanseliste. Fagteksten kan være basert på en undersøkelse i praksis (mulighet nr 1). Dersom dette ikke lar seg gjennomføre ipraksis så kan dere eventuelt (mulighet nr 2) gjennomføre en eller flere av oppgavene som er foreslått i litteraturen (for eksempel Blanton eller Mason) på elever dere kjenner (altså utenom praksisskolen).

Dersom disse to mulighetene ikke lar seg gjennomføres kan dere skrive en teoretisk oppgave (mulighet nr 3) hvor dere fordyper dere i et tema/problemstilling som har med tallbegrepet eller algebra å gjøre.

Fagteksten skal skrives individuelt. Det er dog mulig for to eller flere å samarbeide om datainnsamling (og eventuelt litteratur), men fagteksten må skrives helt individuelt.

Om selvvalgt pensum på 100 sider:

- Dette skal sendes inn til godkjenning fra faglærere senest fredag 22/3.
- I fagteksten skal du bruke et selvvalgt pensum på 100 sider som er knyttet opp til det temaet du skal skrive om. Selvvlagt litteratur skal hovedsaklig komme fra fagfellevurderte kilder for eks. tidsskriftsartikkler, bokkapittler i antologier og vitenskapelige rapporter. En liten grad av selvvalgt pensum kan inneholde for eks. utvalgte deler av en masteroppgave (resultat og konklusjon for eks.) eller ikke fagfellevurdert litteratur fra for eks. rapporter/tekster fra matematikksenteret osv.
- Dessuten skal det vises variasjon i det selvvlagte pensumet ved at de 100 sidene ikke kan stemme fra én kilde, og det bør inneholde både engelsk og norsk litteratur.
- I det siste avsnittet i fagteksten skal du tydelig redegjøre for det selvvalgte pensumet ved å si noe om hvordan du har brukt det, hvilke artikler/kapitler du har brukt og oppgi antallet sider hver referanse du har brukt er på.

Strukturen på fagteksten:

Hvis mulighet 1 eller 2 lar seg gjennomføre:

Ved vurdering av fagteksten vil følgende kriterier gjelde:

1. Presenterer innledningen et klart tema for oppgaven, og kort om hvorfor dette temaet er aktuelt? Blir leseren interessert i å lese videre?
2. Gis det et veldefinert forskningsspørsmål som det kan være mulig å svare på i teksten?
3. Er det teoretiske rammeverket gjort tilstrekkelig rede for? Er alle sentrale begreper definert?
4. Er det metodiske tilstrekkelig gjort rede for? Er oppgaven(e) klart redegjort for, analysert med hensyn på matematisk innhold og potensiale for læring, og i relasjon til forskningsspørsmålet? Er det forklart hvordan data ble analysert?
5. Er analysen og konklusjonene tilstrekkelig begrunnet? Er argumentasjonen tydelig og tilstrekkelig?
6. Besvares forskningsspørsmålet gjennom oppgaven? Danner forskningsspørsmålet en rød tråd i teksten?
7. Framstår teksten som en helhet? Er strukturen god? Gode overskrifter? Er det gode overganger mellom avsnitt? Har hvert avsnitt en temasetning? Er setningene velformulerte?
8. Møter teksten de formelle krav satt til denne fagteksten? Er referansene korrekte, og er alle tatt med?

Hvis det blir mulighet 3:

Dersom du ikke klarer å samle inn data (og derfor går for mulighet nr 3), så vil punktene 4 og 5 i vurdering avfagteksten falle bort. Det forventes da at det legges mer tyngde i de andre punktene, særskilt punkt 3.

OPPGAVE 2 (45%).
Anbefalt lengde: Cirka 1000 ord. Maksimal lengde: 1400 ord.

(a) Gjør rede for begrepene algebra og algebraisk tenkning ved å bruke pensumlitteratur og selvstendig refleksjon.

(b) En lærer kommer til en klasse med to like sparegriser og forteller elevene, som går på 6. trinn, at de i dag vil diskutere antallet femkroninger som henholdsvis Odin og Lene har. Læreren forteller at Odins sparegris inneholder dobbelt så mange femkroninger som Lenes sparegris, men at Lene imidlertid dessuten har 4 femkroninger som hun har plassert ved siden av sin sparegris. Så gir læreren elevene i oppgave å diskutere og komme fram til ulike løsninger på hvor mange femkroninger henholdsvis Odin og Lene kan ha.

(i) Analyser oppgaven ovenfor og identifiser hvilken tilnærming til algebra og hvilke(n) strategi(er) for å fremme algebraisk tenkning hos elevene som læreren bruker i situasjonen ovenfor. Bruk pensumlitteratur for å argumentere for refleksjonene dine.

(ii) Beskriv hvordan du som lærer skulle kunne fortsette undervisningsøkten som ble startet av læreren som beskrevet ovenfor, igjen med målet å fremme algebraisk tenkning hos elevene.

(iii) Hvilke kjerneelementer og kompetansemål fra LK20 kan bli berørt av undervisningsøkten? Begrunn svaret ditt.

Løsningsforslag/kommentarer.

(a) Her kan studentene bruke en stor del av pensumlitteraturen hvor de kan finne flere definisjoner på både algebra og algebraisk tenkning. De kan for eksempel bruke Blanton, Berggren og Jom, Mason, Kieran, Carraher og Schilemann osv. Samtidig kan de dra inn definisjoner på algebra og algebraisk tenkning fra LK20 og bygge en sammenhengende besvarelse med egne refleksjoner støttet av pensumlitteratur.

(b) (i) Denne situasjonen er tatt fra et eksempel som er beskrevet i Carraher og Schliemann (2007) sin artikkel. I dette opplegget bruker læreren funksjonell tenkning som tilnærmingen til å introdusere algebraisk tenkning hos elevene. De strategiene som blir brukt er introduksjon til variabelbegrepet og å lede elevene til å kjenne igjen den ukjente variabelen i situasjoner. Studentene vil med støtte i Carraher og Schliemann (2007) og annet relevant pensum kunne argumentere for den ovennevnte tilnærmingen og strategi(er).

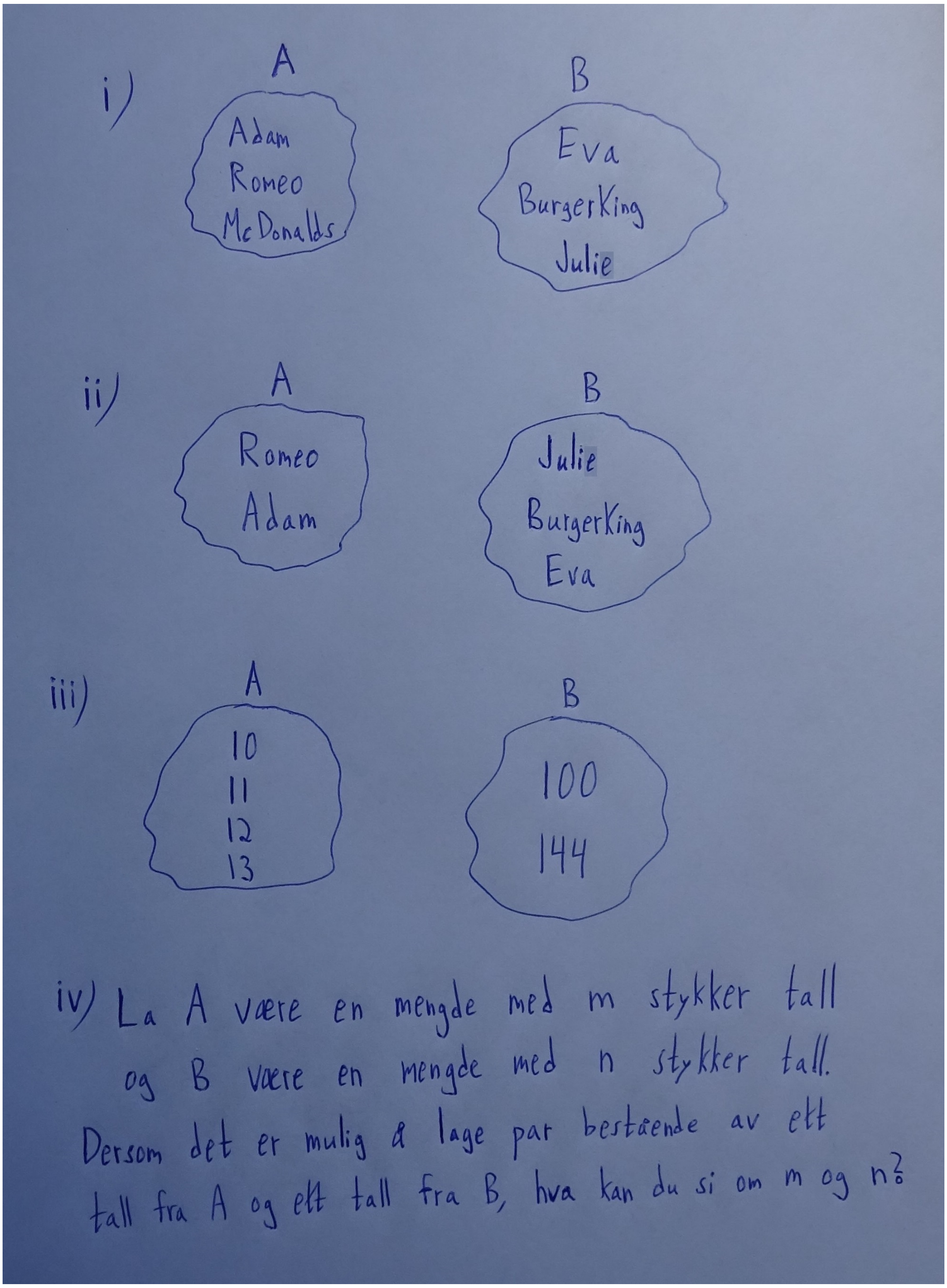
(ii) Her er det fritt fram for å bruke egen kreativitet og argumentere for valg man tar underveis til å utvikle og støtte oppbygging av elevenes algebraiske tenkning. En sterk kandidat bør drøfte spørsmålet om hvilke verdier av "den ukjente" som gjør at Lene og Odin har likt antall femkroninger. En annen tanke kan være at læreren ber elevene finne ut for hvilke verdier av "den ukjente" som Lene vil ha flere femkroninger enn Odin, og omvendt.

(iii) Her er det forventet at studenten kan klare å koble inn følgende kompetansemål fra 6. trinn til oppgaven: "bruke variabler og formler til å uttrykke sammenhenger i praktiske situasjoner", og forklare hvordan oppgaven støtter til å oppfylle dette målet. Samtidig er det tenkt at studenten kan koble følgende kjerneelementer inn til oppgaven: "utforskning og problemløsning", "resonnering og argumentasjon", "representasjon og kommunikasjon", og muligens "abstraksjon og generalisering". Studenten bør også kunne argumentere for sitt utvalg av kjerneelementer og koble disse argumentene til hvordan denne oppgaven kan bidra til å utvikle elevenes algebraisk tenkning.

OPPGAVE 3 (20%).

Definisjon som vil bli brukt her i Oppgave 3: Gitt to mengder A og B vil vi si at man kan "lage par bestående av ett element fra A og ett element fra B" dersom det er mulig å lage disjunkte [atskilte] par bestående av ett element fra A og ett element fra B, sånn at alle elementer i A og B inngår i noe par.

(a) I hver av situasjonene nedenfor skal du si, sammen med en begrunnelse, hvorvidt det er mulig å lage par bestående av ett element fra mengden A og ett element fra mengden B.



(b) Mason et al (2011) skriver om "å se det generelle gjennom det spesielle" og "å se det spesielle i det generelle". Hvilket av disse to prinsippene mener du kan kobles til oppgaven i del (a) ovenfor? Begrunn ditt svar. Videre skal du kort forklare hva som er poenget med det prinsippet du valgte.

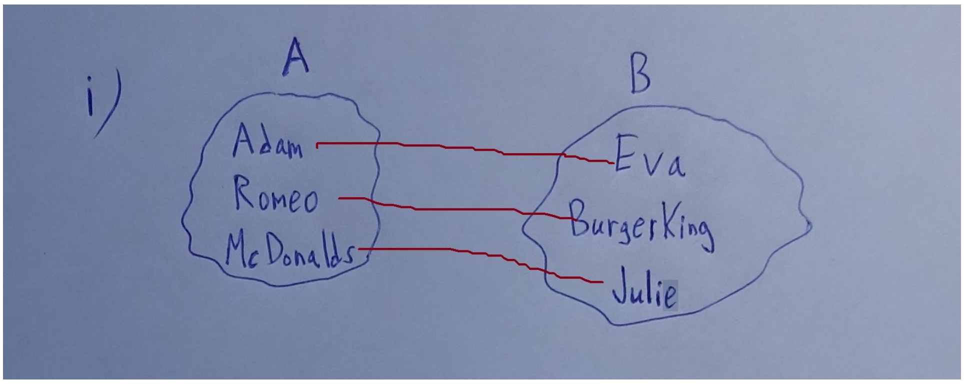
(c) Påstand av elev: "La A være en mengde med tall og la B være en mengde med tall man får etter å ha fjernet ett tall i mengden A. Da påstar jeg at det ikke er mulig å lage par bestående av ett tall fra A og ett tall fra B."

Begrunnelse gitt av eleven: "Jeg velger uten tap av generalitet å betrakte $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ og $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Etter at vi har paret sammen hvert av de 5 stykker tallene i B med ett tall i A så har vi brukt opp eksakt 5 stykker tall i A. Dermed er det ett tall igjen i A som ikke kan inngå i noe par."

- Lærerstudenten Leonoras kommentar: "Hmm, jeg mener at eleven tar utgangspunkt i et såkalt generiskt eksempel og beviser at påstanden gjelder der. Derfor mener jeg at eleven har bevist påstanden."
- Lærerstudenten Sonyas kommentar: "Hmm, eleven har valgt å betrakte et spesiellt tilfelle — der ser hans bevis greit ut. Men hva om A er større eller til og med uendelig — jeg tror ikke at eleven har tenkt på alle muligheter for A. Derfor mener jeg at eleven ikke har bevist påstanden."

Mener du at Påstanden gjelder? Begrunn ditt svar!

Løsningsforslag/kommentarer. (a) Ja, nei, nei og $m = n$.



Ovenfor vises en mulighet for par i første delen. I den andre situasjonen må de to elementene i A pares sammen med to elementer i B og da blir det ett ensomt element igjen i B. I den tredje situasjonen må de to elementene i B pares sammen med to elementer i A og da blir det to ensomme elementer igjen i A. Hvert av de m elementene i A pares sammen med ett element i B, for at dette skal være mulig er det nødvendig og tilstrekkelig å ha $m = n$.

(b) Her er det snakk om "å se det generelle gjennom det spesielle". Først får vi nemlig arbeide med og utforske noen spesielle tilfeller [$m = 3$ og $n = 3$ i (i), $m = 2$ og $n = 3$ i (ii), $m = 4$ og $n = 2$ i (iii)], der vi i hvert tilfelle finner ut hvorvidt det går å lage par. Deretter bruker vi insikter fra dette for å komme fram til en generell innsikt om når det er mulig å lage par. Generelt med "å se det generelle gjennom det spesielle" er tanken på lignende måte at man ved å undersøke spesielle tilfeller vil forstå hva som skjer. Man ser der et mønster eller en observasjon, som man så finner en generalisering av.

(c) Påstanden gjelder ikke. Vi kan for eksempel tenke oss at $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$ og at $B = \{2, 3, 4, 5, \ldots\}$. Da er det mulig å lage par, for eksempel ved å pare sammen k i A med $k + 1$ i B for alle positive heltallsverdier på k.

PS. Elevens bevis er riktig for spesialtilfellet og samme argument viser at påstanden gjelder for alle endelige mengder. Kandidaten kan få delpoeng for fornuftige kommentarer rundt Leonora og Sonya, selv om ikke kandidaten lykkes komme i mål med å besvare spørsmålet i oppgaven.

4. Læringsutbyttebeskrivelsene fra kurset

Kunnskap

Studenten

har inngående kunnskap om den historiske utviklingen av ulike aspekter knyttet til tallbegrepet	K1
har inngående kunnskap om elevers forståelse for de fire regneartene, brøk desimaltall og prosent	K2
har inngående kunnskap om prealgebra og elevers forståelse av algebra	K3
har kunnskap om matematiske begreper og algoritmer i ulike kulturer	K4
har inngående kunnskap om ulike grunnleggende tema innen tallteori som er relevante for arbeid i skolen	K5
har inngående kunnskap om betydningen av semiotiske representasjoner for begrepslæring i matematikk	K6

Ferdigheter

Studenten

kan gjøre greie for betydning av tallbegrepets historiske utvikling og dets grunnlag for matematikkundervisning i skolen	F1
kan bruke forskningsbasert kunnskap innen tallteori og algebra til å planlegge og vurdere undervisning og bruke dette til å analysere episoder fra praksis	F2
kan kritisk anvende forskningsbasert kunnskap om tallbegrep og algebra til utforsking av nye problemområder	F3

Generell kompetanse

Studenten

har kunnskap om matematikk som et fag i utvikling	G1
kan anvende avansert faglig kunnskap til å styrke internasjonale og flerkulturelle perspektiver	G2

5. Oversikt over litteratur

L1	Berggren, S. & Jom, P. (2022). Algebra i overgangen fra barnetrinnet til ungdomstrinnet. *Overganger i skolen. Fra barnetrinnet til ungdomstrinnet*, s. 112-124. Red. Marianne Maugesten og Kari Spernes. Universitetsforlaget.
L2	Bishop, A. J., (1988). Mathematics Education in Its Cultural Context. *Educational studies in mathematics*, 19.2, s. 179–191. https://doi.org/10.1007/BF00751231
L3	Blanton, M. L. (2008). *Algebra and the elementary classroom: transforming thinking, transforming practice.* Heinemann.
L4	Burton, D. M. (2011). *The history of mathematics: an introduction* (7th ed). McGraw-Hill. https://jontalle.web.engr.illinois.edu/uploads/298/HistoryMath-Burton.85.pdf
L5	Carraher, D. W. & Schliemann, A. (2007). Early Algebra and algebraic reasoning. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning Vol. 2*, s. 669-705. Red. Frank K. Lester. Information Age.
L6	Carraher, D.W. & Schliemann, A. (2016). Powerful ideas in elementary school mathematics. *Handbook of international research in mathematics education* (3rd ed), s. 191-218. Red. Lyn D. English og David Kirshner. Routledge.
L7	Ernest, P. (1998). The culture of the mathematics classroom and the relations between personal and public knowledge: An epistemological perspective. *The Culture of the mathematics classroom*, s. 245-268. Red. Falk Seeger, Jörg Voigt og Ute Waschescio. Cambridge university press.
L8	Faulkner, V. N. & Cain, C. (2009). The Components of Number Sense: An Instructional Model for Teachers. TEACHING Exceptional Children, 41(5), s. 24-30. https://doi.org/10.1177/004005990904100503
L9	Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning Vol. 2*, s. 707–762. Red. Frank K. Lester. Information Age.
L10	Kieran, C. (2022). The multi-dimensionality of early algebraic thinking: background, overarching dimensions, and new directions. *ZDM Mathematics Education* **54**, s. 1131–1150. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01435-6
L11	Löwing, M. & Kilborn, W. (2013). *Kulturmøter i matematikkundervisningen: eksempler fra 41 språk.* Cappelen Damm akademisk. https://www.nb.no/search?q=oaiid:«oai:nb.bibsys.no:991237314104702202»&mediatype=bøker
L12	Mason, J., Graham A. & Johnston-Wilder S. (2011). *Å lære algebraisk tenkning.* Caspar forlag. https://www.nb.no/search?q=oaiid:«oai:nb.bibsys.no:991147936704702202»&mediatype=bøker

L13	Sfard, A. (1991). On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin. *Educational studies in mathematics*, 22.1, s. 1–36. https://doi.org/10.1007/BF00302715
L14	Sherin, B. & Fuson, K. (2005). Multiplication Strategies and the Appropriation of Computational Resources. *Journal for research in mathematics education*, 36.4, s. 347–395. https://doi.org/10.2307/30035044
L15	100 sider valgfritt pensum knyttet til Arbeidskrav 1, Individuell fagtekst.
L16	Annen relevant litteratur L16-1: Anghileri, J. (2006). Teaching Number Sense (2nd ed). London. L16-2 (for studenter på MAGLU 1-7): Blanton, M. L. & Kaput, J. J. (2005). Helping elementary teachers build mathematical generality into curriculum and instruction. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *37*(1), s. 34-42. L16-3 (for studenter på MAGLU 1-7): Fosnot, C. T. & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: constructing number sense, addition, and subtraction.* Red. Maarten Dolk. Heinemann. https://ebookcentral.proquest.com/lib/hiof-ebooks/detail.action?pq-origsite=primo&docID=516643 L16-4: Fosnot, C. T. & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: constructing multiplication and division.* Red. Maarten Dolk. Heinemann, 2001. L16-5: Kaufmann, O. T. (2010). Elevenes første møte med multiplikasjon på skolen (s. 65-90). L16-6: Kilhamn, C. (2011). Making sense of negative numbers (s. 18–54). PhD. Göteborgs universitet. L16-7: Naalsund, M. (2012). Why is algebra so difficult? A study of Norwegian lower secondary students' algebraic proficiency. PhD. UiO. L16-8: Rønning, M. (2008). Hvordan tall blir til variable i arbeid med generalisering. Workshop i Stockholm. L16-9: Sletten, M. (2015). Argumentasjon i algebra. Masteroppgave fra HVL. L16-10: Tess India (u.å.). Elementary mathematics: Using a number line and the expression 'Imagine if…': positive and negative numbers.
L17	L17-1: KD (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen.* Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/overordnet-del?kode=mat01-05&lang=nob L17-2: KD (2019). *Læreplan i matematikk 1.-10. trinn (MAT01-05).* Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob