

Februar 2022

## **Sensorveiledning**

for Matematikk 101 –

Tall, måling, statistikk, kombinatorikk og sannsynlighet (5 - 10)

### **LSV1MAT20-1 21H**

- 1) Eksamensoppgaven med løsningsforslag side 2 til og med 13.  
Den inneholder fasit og forslag eller kommentarer til ulike fremgangsmåter.

Generelt skal studentene begrunne alle sine svar.

En didaktisk oppgave i problemløsning er gitt. Det er viktig at elevene får frem sin forståelse fremfor om alle punktene er med.

- 2) Vurderingskriterer side 14 og 15.

## Eksamen med løsningsforslag

Emnekode: LSV1MAT20-1 21H	LSV1MAT20-1 21H Tall, statistikk, kombinatorikk og sannsynlighet (5-10)
Dato: 24.02.2022	Eksamenstid: kl 9.00 til kl 15.00
Hjelpemidler: Kalkulator	Faglærere: Audun Rojahn Olafsen Ali Ludvigsen
<b>Eksamensoppgaven:</b> Oppgavesettet består av 6 sider inklusiv denne forsiden. Kontroller at oppgaven er komplett før du begynner å besvare spørsmålene. <i>Oppgavesettet består av 6 oppgaver. Alle oppgavene skal besvares. Vis utregning eller begrunn svarene.</i>	
Sensurdato:  Karakterene er tilgjengelige for studenter på studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. Følg instruksjoner gitt på: <a href="http://www.hiof.no/studentweb">www.hiof.no/studentweb</a>	

### Oppgave 1) De fire regneartene og brøk.

a) Regn ut.

$$i) \frac{5}{18} + \frac{3}{3} = \quad \quad \quad ii) \frac{5}{6} - \frac{1}{4} =$$

$$iii) \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} = \quad \quad \quad iv) \frac{5}{14} : \frac{2}{7} =$$

**Løsning:**

$$\frac{5}{18} + \frac{3}{3} = \frac{5}{18} + \frac{18}{18} = \frac{23}{18} = \underline{1 \frac{5}{18}}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{4} = \frac{20}{24} - \frac{6}{24} = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{5}{14} : \frac{2}{7} = \frac{5}{14} \cdot \frac{7}{2} = \frac{5}{4} = \underline{1 \frac{1}{4}}$$

b) Forklar eller bevis at

“Når to brøker divideres på hverandre, snur vi den andre brøken og multipliserer den med den første.”

**Løsning:**

Et bevis er:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Andre gode forklaringer kan gis poeng

c) Regn ut:

- i. 48 klinkekuler skal fordeles på 6 elever. Hvor mange kuler får de hver?
- ii. En appelsin koster 8 kr. Hvor mange appelsiner kan du kjøpe for 40 kroner?
- iii. Når jeg går rolig er et skritt på 60 cm. En avstand er på 240 meter. Hvor mange skritt er det på den avstanden?
- iv. Hvorfor er det viktig å regne med enheter?

**Løsningsforslag:**

- i) 48 kuler / 6 elever = 8 kuler /elev
- ii) 40 kr / 8 kr/appelsin = 5 appelsiner

iii)  $240 \text{ m} / 60 \text{ cm/skritt} = 400 \text{ skritt}$

iv) Mange svarmuligheter.

De kan komme inn på noe liknende.

Elever har problemer med å bestemme regneart når det er situasjoner de ender opp med f.eks målingsdivisjon. Ved å bruke enheter i selve utregninga blir det enklere.

I oppgave iii) vil nok mange regne slik:  $240 \text{ m} / 0,60 \text{ m} = 40$ . De kan legge til en svarsetning om det blir 400 skritt og få rett.

Dersom de regner slik:  $240 \text{ m} / 0,60 \text{ m} = 400 \text{ skritt}$ , må det bli trekk fordi det mangler skritt i utregninga.

Studentene kan komme inn på delingsdivisjon og målingsdivisjon:

Det første kalles *delingsdivisjon*, de andre *målingsdivisjon*. Ved delingsdivisjon vet vi hvor mange det skal fordeles på. Svaret forteller hvor mange det blir til hver.

Ved målingsdivisjon sier divisor hvor lange hvert skritt skal være. Svaret er hvor mange skritt det er på 240 m

Hvor mange ganger kan 0,60 m subtraheres fra 240 m?

d) Maria har fordypet seg i egyptiske stambrøker, og forklarer følgende til elevene:

*I egyptiske stambrøker må telleren være 1. To brøker kan ikke være like.*

*Dvs at  $\frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$  ikke kan brukes, mens  $\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$  kan brukes.*

Skriv disse brøkene som stambrøker og vis at det er riktig ved kontrollregning

i)  $\frac{4}{9}$       ii)  $\frac{3}{13}$

### Løsningsforslag:

i)  $\frac{2}{9} = \frac{1+3}{9} = \frac{1}{9} + \frac{3}{9} = \frac{1}{9} + \frac{1}{3}$

ii) Løses kanskje enklest ved likning:

$$\frac{3}{13} = x + \frac{1}{6}$$

$$x = \frac{18}{78} - \frac{13}{78} = \frac{5}{78}$$

$$\frac{5}{78} = \frac{2}{78} + \frac{3}{78} = \frac{1}{39} + \frac{1}{26}$$

$$\frac{3}{13} = \frac{1}{6} + \frac{1}{39} + \frac{1}{26}$$

## Oppgave 2) Lett blanding

a) Regn ut disse oppgavene på to forskjellige måter:

$$180 : 7,5 = \quad 256 + 177 + 344 = \quad 16 \cdot 0,4 =$$

### Løsningsforslag:

$$\text{Alt 1: } 180 : 7,5 = 360 : 15 = (150 + 150 + 60) : 15 = 10 + 10 + \frac{60}{15} = 20 + 4 = 24$$

Alt 2: f.eks oppstilt

$$\text{Alt 1: } 200 + 50 + 6 + 100 + 70 + 7 + 300 + 40 + 4 = 600 + 160 + 17 = 700 + 70 + 7 = 777$$

$$\text{Alt 2: } 256 + 344 + 177 = 600 + 177 = 777$$

Alt 3: f.eks oppstilt

$$\text{Alt 1: } 16 \cdot 0,4 = 16 \cdot 4 / 10 = 64/10 = 6,4$$

$$\text{Alt 2: } 16 \cdot 0,4 = (10 + 6) \cdot 0,4 = 10 \cdot 0,4 + 6 \cdot 0,4 = 4 + 2,4 = 6,4$$

Alt 3: Oppstilt

b) Hva gjør elevene feil og hvordan få elevene til å forstå hvordan det regnes ut?

1) De fleste elevene mener at 3 er en løsning på likningen:

$$6 + 2 \cdot \underline{\quad} = 24$$

2) Mange elever mener at «-y» er en forkorting på brøken  $\frac{2y}{3y}$ .

**Løsningsforslag:** Vanlig feil er å regne slik  $(6 + 2) \cdot \underline{\quad} = 24$  og da mangler faktoren 3.

Elevene kan kommutativ lov, dermed er  $6 + 2 \cdot \underline{\quad} = 2 \cdot \underline{\quad} + 6$

Dermed kan elevene overbevises om at de må multiplisere før de adderer.

Noen elever tenker  $2y - 3y = -y$

Men dette er en brøk der man kan forkorte brøken.

c) Mariola har fått følgende oppgave:

Hva er 36% av 50?

Hun regner den slik:

$$36\% \cdot 50 = 50\% \cdot 36 = 0,5 \cdot 36 = 12$$

Forklar hvorfor denne metoden er rett!

**Løsningsforslag:**  $36\% \cdot 50 = 36 \cdot \frac{1}{100} \cdot 50 = 50 \cdot \frac{1}{100} \cdot 36 = 50\% \cdot 36$

d) Ali selger kakebokser med usannsynlige gode kaker.

1 boks kosta 75 kr. Ali ville at flere skulle få nyte kakene og satte ned prisen til 60 kr.

1) Hvor mange prosent satte han ned prisen?

2) Etter hvert satte han opp prisen med den samme prosenten som i 1). Hva ble prisen da?

3) Hvis du får forskjellige svar, begrunn hvorfor.

**Løsningsforslag:**

1) Prisen ble satt ned med 15 kr. 15 kr av 75 kr er

$$\frac{15}{75} \cdot 100\% = 20\%$$

2)  $60 \text{ kr} \cdot 1/5 = 12$

Prisen øker til 72 kr.

3) 20% av 75 er mer enn 20% av 60. Grunnlaget er forskjellig.

### Oppgave 3) Tallforståelse.

- a) Skriv et tall større enn 150 som er:
- Delelig med 2.
  - Delelig med 3.
  - Partall og er delelig med 5.
  - Delelig med 12.

#### Løsningsforslag:

Delelig med 2: Eks 152, siste siffer må være delelig med 2.

Delelig med 3: Eks 153, tverrsummen må være delelig med 3.

Partall delelig med 5: Eks 160, sifferet på enerplassen må være 0.

Delelig med 12: Eks 180, tverrsummen må være delelig med 3 og de to siste sifrene må være delelig med 4.

- b) Vurder om dette er mulig. Begrunn svaret.
- Ett tall er oddetall og er delelig med 6.
  - Ett tall er primtall og er delelig med 7.
  - Alle partall er delelig med 4.
  - Alle tall som ender på 3, 6 og 9 er delelig med 3.

#### Løsningsforslag:

$6 = 2 \cdot 3$ , derfor må tallet være delelig med 2. IKKE mulig.

Ja, 7 er delelig med 1 og 7. Det går fint.

Nei, eks tallet 22 er partall, men ikke delelig med 4.

Nei, eks 13, 16 og 19 er ikke delelig med 3.

- c) Skriv som brøk.

1,3            ii) 0,125            iii) 0,121212..

#### Løsningsforslag:

- i) Flere løsninger kan godtas:

$$1,3 = \frac{13}{10}$$

ii) Flere løsninger kan godtas:  
 $0,125 = \frac{125}{1000} \quad 0,125 = \frac{1}{8}$

iii)  $0,121212 = 0, \overline{12}$   
 $x = 0, \overline{45}$  og  $100x = 12, \overline{12}$   
 $100x - x = 12, \overline{12} - 0, \overline{12}$   
 $99x = 12$   
 $x = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$

d) Jan og Egil jubler etter en knallgod matematikk time, fordi de har lært å telle til  $1000_{\text{tre}}$  i tre-tall systemet. Hvordan?

**Løsning:**

1, 2, 10, 11, 12, 20, 21, 22, 100, 101, 102, 110, 111, 112, 120, 121, 122, 1000

e) Eli og Henriette krangler. Læreren har satt en ekkel  $x$ , i stedet for tallet til basen, i dette regnestykket:  $2344_x + 4534_x =$   
 Eli mener at svaret på regnestykket  $6878$ .  
 Henriette mener svaret er  $11322_6$   
 Hvem har rett?

**Løsningsforslag:**

Eli har rett fordi:

$$2344_{10} + 4534_{10} = 7878_{10} = 7878$$

Henriette har rett fordi:

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \quad 1 \\
 2 \quad 3 \quad 4 \quad 4 \quad 6 \\
 \hline
 4 \quad 5 \quad 3 \quad 4 \quad 6 \\
 \hline
 1 \quad 1 \quad 3 \quad 2 \quad 2 \quad 6
 \end{array}$$

**Oppgave 4) Problemløsning**

Forklar hvordan du kan gå frem for å løse dette problemet. Bruk gjerne Polyas fire strategier.

**Jeg er et tall. Jeg pluss det dobbelte av meg pluss halvparten av meg er 42. Hvilket tall er jeg?**



**Løsningsforslag:**

Jeg er et tall. Jeg pluss det dobbelte av meg pluss halvparten av meg er 42. Hvilket tall er jeg?

$$x + 2x + \frac{1}{2}x = 42$$

$$3,5x = 42$$

$$x = 12$$

**Oppgave 5) Statistikk**

- 1) Birger kjøpte en ny bil for kr 50000 i 2010. Han har notert prisen til en brukt bil som vist i tabellen under.

2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
50000	37000	33000	26000	20000	17000	14000	10000	8000	7000

Hvilken type diagram bør han velge for å illustrere pris utviklingen? (begrunn svare ditt)

**Løsningsforslag:**

Det er to ulike diagrammer som peker seg ut.

Søylediagram og linjediagram. Dersom de går for linjediagram bør de argumentere med at verdien synker etter hvert som tiden går, antall timer brukt. Søylediagram viser tydelig hvordan utviklingen er fra år til år.

2)

Kurtine kastet en terning 13 ganger. Hun fikk disse antall øyne på terningene:

1, 1, 3, 6, 4, 2, 5, 5, 1, 3, 4, 6, 3, 3

a) Sett opp en tabell som viser frekvens og relativ frekvens.

b) Finn typetall, medianen og gjennomsnitt til datamaterialet over.

**Løsningsforslag:**

a) Sett opp en tabell som viser frekvens og relativ frekvens.

x	f	rf	r %	Totalt antall
1	3	0,21	21	3
2	1	0,07	7	2
3	4	0,29	29	12
4	2	0,14	14	8
5	2	0,14	14	10
6	2	0,14	14	12
	14	1	100	47

b) Finn typetall, median og gjennomsnitt.

Typetall = 3

Median: 3

0

Gjennomsnitt:  $47/14 \approx 3,4$

**Oppgave 6) Kombinatorikk og sannsynlighet.**

a) I kombinatorikken snakker vi om multiplikasjonsprinsippet. Forklar hva dette prinsippet går ut på.

**Løsningsforslag:**

Noe sånt: Et statistisk forsøk har  $r$  trinn og  $n_1$  muligheter i første trinn,  $n_2$  muligheter i andre trinn, ... og  $n_r$  muligheter i  $r$ 'te trinn, vil vi totalt ha  $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_r$  muligheter

b) Gjør rede for disse begrepene i sannsynlighetslæren:  
Utfallsrom, hendelse, uniform sannsynlighetsmodell.

**Løsningsforslag:**

Utfallsrom

Den mengden som inneholder alle utfall et forsøk kan ha.

Det er fint om studentene gir eksempler. Som terningkast som har utfallsrommet (1, 2, 3, 4, 5, 6)

Hendelse

En eller flere utfall fra utfallsrommet. Eks å få partall på et terningkast (2, 4, 6).

Uniform sannsynlighetsmodell.

Alle utfall har like stor sannsynlighet.

Ståle kan velge mellom 2 forretter, 4 hovedretter og 3 desserter. Hva blir antall kombinasjoner? Vis hvordan du tenker.

**Løsning:**

$$2 \cdot 4 \cdot 3 = 24 \text{ kombinasjoner}$$

Siri har 5 barnebarn og de stiller seg i kø for å få gi henne en klem. På hvor mange måter kan de stille seg i kø?

**Løsning:**

$$5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$$

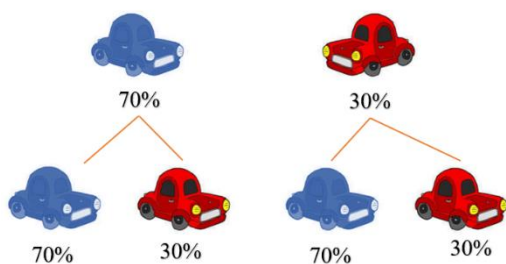
På Svinesund antar tollerne at det er en sannsynlighet på 70% for at en tilfeldig bil smugler noe.

Tollerne stopper to tilfeldige biler.

Sette opp et valgtre (treddiagram) og svar på følgende spørsmål:

- Hva er sannsynligheten for at begge biler smugler?
- Hva er sannsynligheten for at kun en av bilene smugler?
- Vurder om sannsynligheten for at ingen smugler er:

$$P(\text{ingen smugler}) = 1 - P(\text{begge smugler}) - P(\text{en smugler})$$



$$P(\text{begge smugler}) = 0,7 \cdot 0,7 = 0,49$$

$$P(\text{en bil smugler}) = 0,7 \cdot 0,3 + 0,7 \cdot 0,3 = 0,42$$

$$P(\text{ingen smugler}) = 1 - 0,49 - 0,42 = 0,09$$

$$\text{Som er det samme som } 0,3 \cdot 0,3 = 0,09$$

**Fagspesifikke karakterbeskrivelser:**

Beskrivelsen under er veiledende i forhold til å sette karakter, derfor må besvarelsen også vurderes i sin helhet.

<b>Symbol</b>	<b>Betegnelse</b>	<b>Beskrivelse</b>
A	Fremragende	<p>Generelt: Fremragende prestasjon der kandidaten har løst problemer som krever fantasi og innsikt. Besvarelsen viser at kandidaten fullt ut behersker både de begrepsmessige, regnetekniske og anvendelsesmessige delene av emnet. Fremstillingen er klar og presis med korrekt bruk av notasjon og fagterminologi. Noen få mindre feil eller blanke punkter kan tillates.</p> <p>Klart ca 95% av besvarelsen</p>
B	Meget god	<p>Generelt: Meget god prestasjon der kandidaten har løst problemer som går utover det rutinemessige, og som krever god oversikt over emnet. Besvarelsen viser meget god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset. Fremstillingen er klar og med stort sett riktig bruk av terminologi og notasjon.</p> <p>Klart ca 80% av besvarelsen</p>
C	God	<p>Generelt: Gjennomsnittlig prestasjon der kandidaten har løst oppgaver av middels vanskelighetsgrad fra de fleste deler av kurset. Besvarelsen viser god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har ikke i særlig grad klart å anvende sine ferdigheter og kunnskaper på oppgaver som går ut over det rutinemessige. Fremstillingen er grei å forstå, men kan ha en del formelle mangler.</p> <p>Klart ca 60% av besvarelsen</p>
D	Nokså god	<p>Generelt: Prestasjon under gjennomsnittet der kandidaten har løst eller kommet et stykke på vei med oppgaver fra flere sentrale deler av kurset. Besvarelsen viser kjennskap til de viktigste teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har vanskelig for å komme helt i mål selv på rutinepregede oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men kan ha en god del formelle mangler.</p> <p>Klart ca 47% av besvarelsen</p>
E	Tilstrekkelig	<p>Generelt: Prestasjon som tilfredsstillir minimumskravene, men heller ikke mer. Besvarelsen viser at kandidaten har kjennskap til begreper, teknikker og anvendelser fra flere deler av kurset, og</p>

		<p>at han/hun til en viss grad kan bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men røper klare feil og misforståelser.</p> <p><b>Klart ca 40% av besvarelsen</b></p>
F	Ikke bestått	<p>Generelt:  Prestasjon som ikke tilfredsstillende minimumskravene.  Besvarelsen viser at kandidaten har manglende kjennskap til sentrale teknikker, begreper og anvendelser, eller manglende evne til å bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver.  Besvarelser som bare viser beherskelse av en avgrenset del av emnet, vil normalt havne i denne kategorien.</p>