SENSORVEILEDNING

Emnekode:	LMUMAT10119
Emnenavn:	Tall, statistikk, kombinatorikk og sannsynlighet 1
Eksamensform:	Skriftlig
Dato:	20.12.2022
Faglærer(e):	Monica Nordbakke (emneansvarlig) Natalia Bredrup Gregorios Brogstad

Denne sensorveiledningen består av 26 sider.
Det er Gregorius og Monica som kommer til å være interne sensorer.

Innhold

Denne sensorveiledningen inneholder:

1. Om eksamen i emnebeskrivelsene

2. Andre opplysninger om eksamen

3. Vurderingskriterier for den enkelte karakter

4. Generelle, kvalitative beskrivelser av de ulike karakterene

5. Poengfordeling og løsningsforslag på de enkelte oppgavene

1. Om eksamen i emnebeskrivelsene

Skriftlig, seks timers individuell eksamen.

Kandidaten prøves både i matematikkfaglige og matematikkdidaktiske oppgaver.

Tillatt hjelpemiddel: godkjent kalkulator.

Karakterregel: A-F

2. Andre opplysninger om eksamen

Dato og tidspunkt: 20. desember 2022 kl. 9-15.

Antall kandidater: Det er 21 studenter oppmeldt til eksamen.

Sted: På campus

Emnet LMUMAT101 gjennomføres det 1. semesteret på 1. trinn grunnskolelærerutdanning for 5-10.

Studentene kan besvare oppgavene i Inspera og/eller på ark. Disse blir scannet inn i etterkant av eksamen.

3. Vurderingskriterier for den enkelte karakter

	A	B	C	D	E	F
Generelle kriterier Kilde: https://www.uio.no/studier/eksamen/karakterskala/fagspesifikk-karakterbeskrivelse/mn-math.html#skriftlig	**Fremragende** prestasjon der kandidaten har løst problemer som krever fantasi og innsikt. Besvarelsen viser at kandidaten fullt ut behersker både de begrepsmessige, regnetekniske og anvendelsesmessige delene av emnet. Fremstillingen er klar og presis med korrekt bruk av notasjon og fagterminologi. Noen få mindre feil eller blanke punkter kan tillates.	**Meget god** prestasjon der kandidaten har løst problemer som går utover det rutinemessige, og som krever god oversikt over emnet. Besvarelsen viser meget god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset. Fremstillingen er klar og med stort sett riktig bruk av terminologi og notasjon.	**God** Gjennomsnittlig prestasjon der kandidaten har løst oppgaver av middels vanskelighetsgrad fra de fleste deler av kurset. Besvarelsen viser god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har ikke i særlig grad klart å anvende sine ferdigheter og kunnskaper på oppgaver som går ut over det rutinemessige. Fremstillingen er grei å forstå, men kan ha en del formelle mangler.	**Nokså god** Prestasjon under gjennomsnittet der kandidaten har løst eller kommet et stykke på vei med oppgaver fra flere sentrale deler av kurset. Besvarelsen viser kjennskap til de viktigste teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har vanskelig for å komme helt i mål selv på rutinepregede oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men kan ha en god del formelle mangler.	**Tilstrekkelig** Prestasjon som tilfredsstiller minimumskravene, men heller ikke mer. Besvarelsen viser at kandidaten har kjennskap til begreper, teknikker og anvendelser fra flere deler av kurset, og at han/hun til en viss grad kan bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men røper klare feil og misforståelser.	**Ikke bestått** Prestasjon som ikke tilfredsstiller minimumskravene. Besvarelsen viser at kandidaten har manglende kjennskap til sentrale teknikker, begreper og anvendelser, eller manglende evne til å bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Besvarelser som bare viser beherskelse av en avgrenset del av emnet, vil normalt havne i denne kategorien.
Prosent av besvarelsen som kan indikere karakter	[92% - 100 %]	[77% - 92 %>	[58% - 77%>	[46 % - 58%>	[40 % - 46%>	[0 % - 40%>

4. Generelle, kvalitative beskrivelser av de ulike karakterene

Universitets – og høgskolerådet har utformet disse generelle, kvalitative beskrivelsene av de ulike karakterene:

symbol	betegnelse	generell, ikke fagspesifikk beskrivelse av vurderingskriterier
A	fremragende	Fremragende prestasjon som klart utmerker seg. Kandidaten viser svært god vurderingsevne og stor grad av selvstendighet.
B	meget god	Meget god prestasjon. Kandidaten viser meget god vurderingsevne og selvstendighet.
C	god	Jevnt god prestasjon som er tilfredsstillende på de fleste områder. Kandidaten viser god vurderingsevne og selvstendighet på de viktigste områdene.
D	nokså god	En akseptabel prestasjon med noen vesentlige mangler. Kandidaten viser en viss grad av vurderingsevne og selvstendighet.
E	tilstrekkelig	Prestasjonen tilfredsstiller minimumskravene, men heller ikke mer. Kandidaten viser liten vurderingsevne og selvstendighet.
F	ikke bestått	Prestasjon som ikke tilfredsstiller de faglige minimumskravene. Kandidaten viser både manglende vurderingsevne og selvstendighet.

5. Poengfordeling og løsningsforslag på de enkelte oppgavene

I tabellen nedenfor er det indikert en maksimumspoengsum for hver av deloppgavene, men kun i noen grad utdypet hvordan poeng skal settes utover dette. Det er imidlertid av stor betydning med en helhetlig vurdering.

Oppgave 1 **25%**		**Oppgave 2** **25%**		**Oppgave 3** **20%**		**Oppgave 4** **15%**		**Oppgave 5** **15%**	
a)	5	a)	5	a)	3	a)	4	a)	2
b)	5	b)	3	b)	6	b)	3	b)	3
c)i)	5	c)	3	c)	3	c)	2	c)	3
c)ii)	4	d)i)	6	d)	4	d)	3	d)	3
d)	6	d)ii)	2	e)	4	e)	3	e)	4
		e)	2						
		f)	4						
	25		**25**		**20**		**15**		**15**

Nedenfor finnes forslag på løsninger. Det vil selvsagt være mange andre fremgangsmåter som kan gi full uttelling så her må det vurderes i hvert enkelt tilfelle.

Oppgave 1 (25 %)

a) Vis på to ulike måter hvordan denne multiplikasjonen kan løses slik at det innebærer forståelse (dvs. ikke standardalgoritmen):

28 · 16 =

Her er det mange muligheter for hvordan denne multiplikasjonen kan innebære forståelse. Her vises to eksempler:

<u>Arealmodellen/geometrisk løsning:</u>

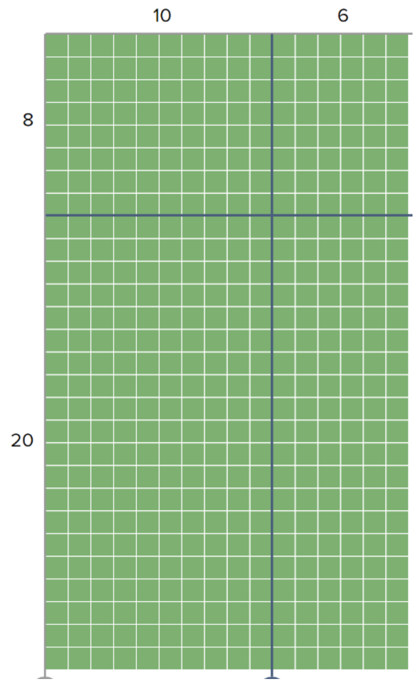
$28 \cdot 16$

$= 8 \cdot 10 + 8 \cdot 6 + 20 \cdot 10 + 20 \cdot 6$

$= 80 + 48 + 200 + 120$

$= 128 + 320$

$= 448$



Multiplikasjon av tiere og enerne ved hjelp av distributiv lov:

$28 \cdot 16$

$= 28 \cdot 10 + 28 \cdot 6$

$= \ 280 + 20 \cdot 6 + 8 \cdot 6$

$= 280 + 120 + 48$

$= 448$

b) Vis på to ulike måter hvordan du ved hjelp av (skriftlig) hoderegning kan løse følgende multiplikasjon:

3,5 · 18 =

Her er det også rom for mange av muligheter, og noen av dem er:

Dobling og halvering ved multiplikasjon: $3{,}5 \cdot 18 = 7 \cdot 9 = 63$

Del opp i faktorer som kan effektivisere regningen: $3{,}5 \cdot 18 = 3{,}5 \cdot 2 \cdot 9 = 7 \cdot 9 = 63$

Splitt det ene tallet: $3{,}5 \cdot 18 = 3{,}5 \cdot (10 + 4 + 4) = 35 + 14 + 14 = 63$

c) Dette er del av en mattelist-oppgave hentet fra 4.-7. trinn:

(Kilde: https://www.mattelist.no)

I skyene på bildet står følgende tall: 45, 48, 56, 98, 102, 108, 171, 174, 182, 216, 222, 224, 318, 322, 324

i) Hvordan kan du, uten å måtte telle, finne ut hvilke av disse tallene som er delelig med 6 og hvilke som er delelig med 9?

Delelig med 6:

- Siden 2 og 3 er faktorer i 6, må alle tallene ovenfor være delelige med både 2 og 3 for at hele tallet skal være delelig med 6.
  - Hvis et tall er en multippel av 2 (delelig med 2), er det et partall og vil ende med 0, 2, 4, 6 og 8. Dette gjelder 48, 56, 98, 102, 108, 174, 182, 216, 222, 224, 318, 322 og 324
  - Hvis et tall er en multippel av 3 (delelig med 3), vil tverrsummen av tallet være delelig med 3. Av disse tallene som er delelig med 2, vil dette gjelde: 48, 102, 108, 174, 216, 222, 318 og 324.

Delelig med 9

- For å finne ut om et tall er delelig med 9, vil tverrsummen være delelig med 9.
  - Dette gjelder tallene: 45, 108, 171, 216 og 324.

ii) Hvorfor kalles «Regnemester» en mattelist-oppgave? Hva kjennetegner en slik oppgavetype?

En mattelist-oppgave er en oppgave med «lav inngangsterskel», dvs. lett å forstå, alle skal kunne komme i gang og ha muligheter til å jobbe med den, og «høy takhøyde», dvs. oppleves som en utfordring, kreve anstrengelse og lede til flere utfordringer. Disse to kriteriene må uansett ivaretas for å få uttelling. Oppgavetypen kalles også rik så det vil også være relevant å komme inn på disse kriteriene, men må ikke få fram alle disse kjennetegnene:

- kunne løses på flere ulike måter, med ulike strategier og representasjoner
- kunne initiere en matematisk diskusjon som viser ulike strategier, representasjoner og matematiske ideer
- kunne fungere som brobygger mellom ulike matematiske områder
- introdusere viktige matematiske ideer eller løsningsstrategier

d) Ta utgangspunkt i minst tre av Dales sju differensieringsprinsipper. Beskriv hvordan innholdet i disse prinsippene kan ivareta tilpasset opplæring i matematikkundervisningen

Det aller viktigste å få fram her er hvordan tilpasset opplæring i matematikk kan ivaretas gjennom varierte arbeidsmåter. Da er det avgjørende med åpne og rike oppgaver og aktiviteter, etterfulgt av refleksjon og samtale. En inkluderende undervisning kan bidra til bedre kommunikasjon og samhandling i matematikk, og derved også bedre matematikkunnskaper for alle. For eksempel kan det innebære at matematikkundervisningen starter med felles opplevelser og undringer som elevene kan arbeide videre med på ulike måter. Slik inkludering vil omfatte både elever som strever med faget, de som har et vanskelig forhold til faget og de som trenger spesielle utfordringer i faget.

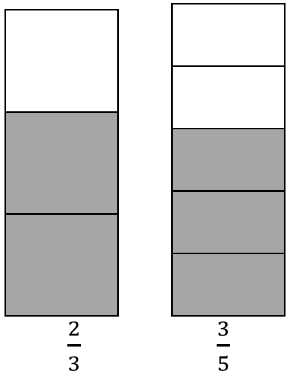
Studentene bør også være innom noen av de andre differensieringsprinsippene enn nr.6:

Differensieringsprinsipp 1: Elevenes evner og forutsetninger
Differensieringsprinsipp 2: Læreplanmål og arbeidsplan
Differensieringsprinsipp 3: Nivå og tempo
Differensieringsprinsipp 4: Organisering av skoledagen
Differensieringsprinsipp 5: Læringsarena og læremidler
Differensieringsprinsipp 6: Arbeidsmåter og metoder
Differensieringsprinsipp 7: Vurdering

Oppgave 2 (25 %)

a) Vis på to måter hvordan du kan sammenligne de to brøkene $\frac{2}{3}$ og $\frac{3}{5}$. En av måtene skal være ved visualisering (tegning).

Her er det flere muligheter, eksempelvis:



I denne visualiseringen ser man to rektangler som er like store. Den ene er delt i tredeler og den andre i femdeler. Da framkommer det at $\frac{2}{3}$ er størst.

En annen måte er å vise det på en tallinje som deles i tredeler og femdeler.

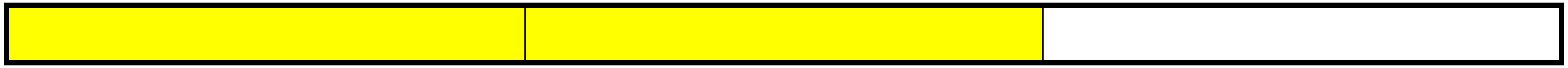
En tredje måte er å finne fellesnevner:

$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}$

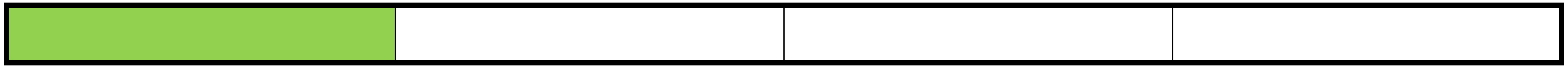
$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9}{15}$ Her ser man at $\frac{2}{3}$ er størst.

b) Løs denne addisjonen på en måte som innebærer forståelse for brøk: $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$

$\frac{2}{3}$ skal adderes med $\frac{1}{4}$:

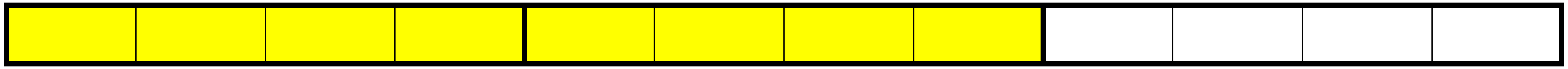


$\frac{2}{3}$

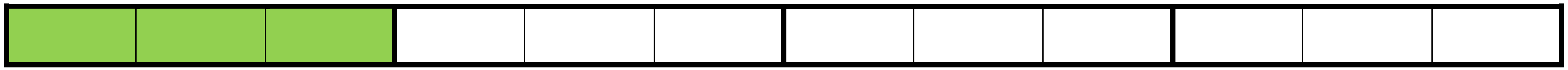


$\frac{1}{4}$

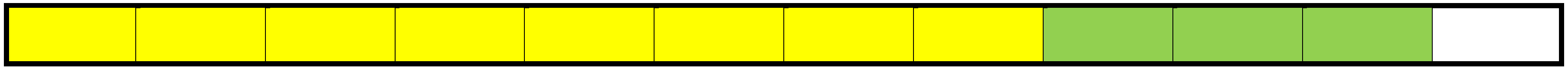
Nedenfor vises hvordan man får fram fellesnevner før de to brøkene kan legges sammen:



$\frac{2}{3}=\frac{2\cdot 4}{3\cdot 4}=\frac{8}{12}$



$\frac{1}{4}=\frac{1\cdot 3}{4\cdot 3}=\frac{3}{12}$

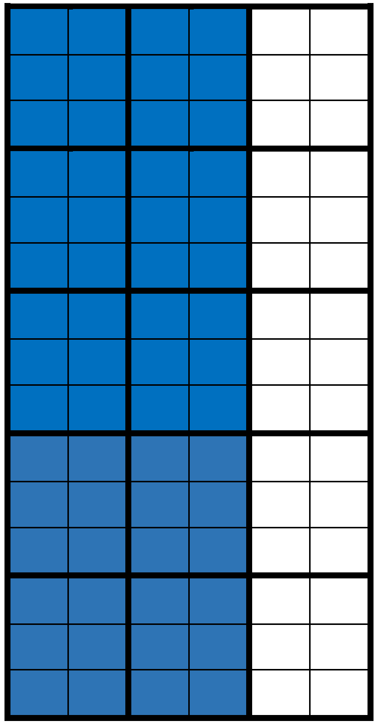


$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{2\cdot 4}{3\cdot 4}+\frac{1\cdot 3}{4\cdot 3}=\frac{8}{12}+\frac{3}{12}=\frac{11}{12}$$

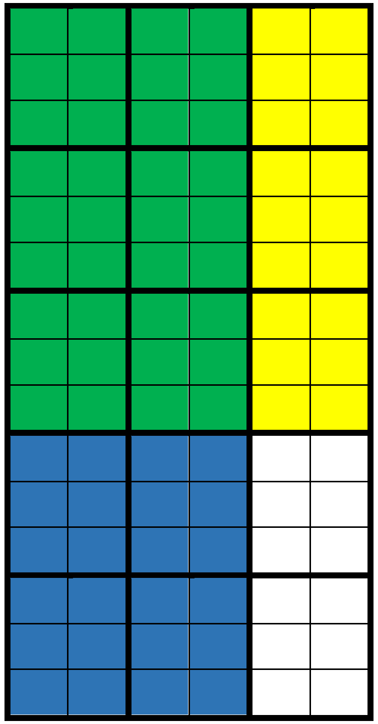
c) Regn ut og formuler en virkelighetsnær kontekst knyttet til denne multiplikasjonen: $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}$

Utregning: $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{6}{15} = \frac{6:3}{15:3} = \frac{2}{5}$

Oppgaven ber om utregning, men for å finne en virkelighetsnær kontekst, er det greit å vite hvordan utregningen ovenfor gir forståelse. Denne multiplikasjonen kan ses som 3/5 av 2/3 (å finne 3 femdeler av to tredeler). Først står vi med 2/3 (blått felt)



Av disse 2/3 tar vi 3/5 som da vil utgjøre det grønne feltet:



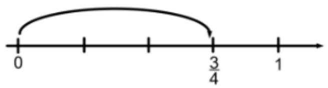
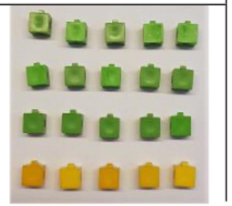
Et eksempel på en virkelighetsnær kontekst: I en klasse spiller $\frac{2}{3}$ av elevene i den lokale fotballklubben. Av disse er $\frac{3}{5}$ tatt ut til å spille for kretslaget. Spørsmålet blir da hvor stor andel av klassen som spiller på kretslaget.
(En videre problemstilling kan også være hvor mange elever det går i denne klassen.)

d) Gjennom kjerneelementet *Representasjon og kommunikasjon* skal elevene blant annet få mulighet til å bruke matematiske representasjoner, oversette og veksle mellom dem.

i) Vis eksempler på minst tre representasjoner innenfor brøk.

Representasjoner kan være konkrete, kontekstuelle, visuelle, verbale og symbolske. Studentene må vise tre ulike representasjoner, og her er eksempler på slike representasjoner innenfor brøk:

Eksempel: Brøk

Symbolsk	***Visuelt***	***Verbalt***	***I en kontekst***	***Med konkreter***
$\frac{3}{4}$		*Tre firedeler*	*Fire barn deler tre sjokolader likt*	

Kilde:
https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/Elever%20som%20presterer%20lavt/P4_M1Representasjoner-i-

Studentene trenger ikke vise disse representasjonene som en tabell.

ii) Hva betyr det å oversette og veksle mellom disse representasjonene?

Det å oversette og veksle mellom representasjoner er hentet fra kjerneelementet Representasjon og kommunikasjon. Å veksle mellom ulike representasjonsformer betyr at man både har ferdigheter til å uttrykke et matematisk objekt på flere måter og ser de nære sammenhengene mellom dem. Det er i overgangen mellom de ulike uttrykkene/representasjonene at elevene trenger øvelser for at de skal kunne henge sammen som et nettverk.

e) Vurder om følgende påstand er riktig. Begrunn svaret ditt.

> **«Hvis man til et tall legger til en viss prosent og deretter trekker fra den samme prosenten, så ender man opp med det samme tallet.»**

Påstanden stemmer ikke.

Begrunnelse: Generelt vil Tall*(1+p/100)*(1-p/100) ikke ende med starttallet fordi grunnlaget har endret seg når den andre endringen skjer. Vi kommer altså ikke tilbake til utgangspunktet (det samme tallet/prisen).

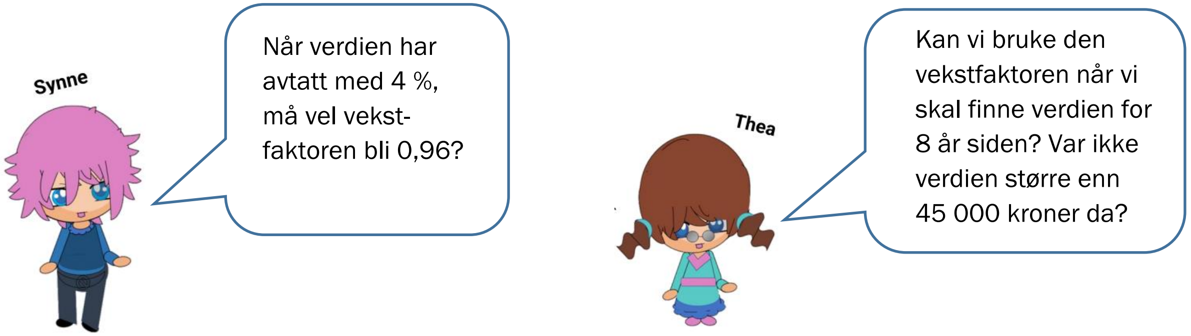
Eksempel: En pris er 100 kroner. Prisen stiger med 10 %. Deretter synker prisen med 10 %. Den nye prisen blir da:

$$100 \times \underbrace{1.10}_{\textit{Stiger med } 10\%} \times \underbrace{0.90}_{\textit{Synker med } 10\%} = 99$$ kroner.

Studentene får uttelling for generell forklaring, men noe uttelling ved kun et eksempel som får fram poenget.

Synne og Thea prøver å løse oppgaven nedenfor.

> **Verdien av en båt har avtatt med 4 % hvert år de siste 8 årene.**
> **I dag er båtens verdi 45 000 kroner. Hva var båtens verdi for 8 år siden?**



f) Kommenter det Synne og Thea sier, og forklar dem hvordan de kan løse oppgaven.

Synne har rett. Vekstfaktor blir $(100\,\% - 4\,\%) = 96\,\% = 0{,}96$. Thea har også rett i at verdien var høyere enn 45 000 kroner (altså for 8 år siden). Men vi må bruke vekst-faktoren 0,96 siden verdien hvert år har sunket med 4 %.

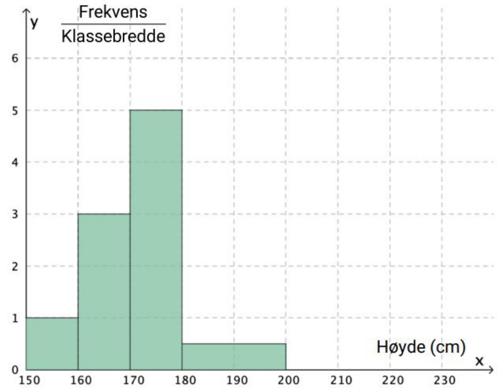
$$G \cdot V^8 = N$$

Verdi G for 8 år siden:

$$G \cdot 0{,}96^8 = 45000$$

$$G = \frac{45000}{0{,}96^8} \approx 62380 \ (kroner)$$

Oppgave 3 (20 %)



Histogrammet viser hvordan høydene til elevene ved en skole fordeler seg.

a) Hvor mange elever er høyere enn 170 cm? Forklar hvordan du tenker for å komme fram til svaret.

Klassen (170,180): Antall elever = y · klassebredde = 5 · (180 - 170) = 5 · 10 = 50

Klassen (200,180): Antall elever = y · klassebredde = 0,5 · (200 - 180) = 0,5 · 20 = 10

Antall elever som er høyere enn 170 cm

= Klassen (170,180) + Klassen (200,180) = 50 + 10 = 60 elever

Kari og Ola kommer ofte for sent til matematikktimene. Nedenfor ser du hvor mange minutter Kari kom for sent hver av de siste 24 matematikktimene.

6 6 4 7 7 5 8 4 9 9 5 9 5 7 8 8 8 6 9 6 6 7 7 8

b) Bestem medianen, gjennomsnittet og standardavviket for datamaterialet.

Median: 4 4 5 5 5 6 6 6 6 6 7 **7** **7** 7 7 8 8 8 8 8 9 9 9 9

Median er $\frac{7+7}{2} = 7$ (minutter)

Gjennomsnitt: $\frac{\textit{Antall minutter for sent}}{\textit{Antall matematikktimer}} = \frac{164}{24} \approx 6{,}8$ (minutter)

Varians:

$$\frac{(4-6{,}8)^2 \cdot 2 + (5-6{,}8)^2 \cdot 3 + (6-6{,}8)^2 \cdot 5 + (7-6{,}8)^2 \cdot 5 + (8-6{,}8)^2 \cdot 5 + (9-6{,}8)^2 \cdot 4}{24} \approx 2{,}3$$

Standardavvik: $\sqrt{2{,}3} \approx 1{,}5$ (minutter)

Ola har regnet ut medianen, gjennomsnittet og standardavviket for sine forsentkomminger de siste 24 matematikktimene. Han får en lavere median enn Kari, men et høyere gjennomsnitt og et høyere standardavvik.

c) Hva kan du si om forsentkommingene til Ola sammenliknet med forsentkommingene til Kari ut fra disse opplysningene om median, gjennomsnitt og standardavvik?

Ola kan ha flere forsentkomminger som ikke er så mange minutter, men flere andre dager kan han ha forsentkomminger som er mange minutter i forhold til Kari. Ola har også større spredning i forsentkommingene (standardavviket) i forhold til Kari.

Et eksempel på dette er:

Kari: 4 4 5 5 5 6 6 6 6 6 7 7 7 7 7 8 8 8 8 8 9 9 9 9

Ola: 4 4 4 4 4 5 5 5 5 6 6 6 6 7 8 8 8 8 9 9 10 11 11 15

d) Nevn to vanlige misoppfatninger som vi kan forvente at elever har innenfor statistikk.

Noen vanlige misoppfatninger i statistikk kan for eksempel være:

1) Bestemme vektet gjennomsnitt

   (Gjennomsnittshøyde for 5 jenter er 150 cm. Gjennomsnittshøyde for 10 gutter er 165 cm. Hva er gjennomsnittshøyde for alle 15?)

2) Bestemme median når antallet observasjonsverdier er et partall

   (Bestem medianen for disse tallene: 2, 4, 8, 16, 32, 64)

3) Bestemme nytt gjennomsnitt når vi må legge til en ny observasjonsverdi

   (Gjennomsnittshøyde på 4 gutter er 150 cm. En ny gutt på 170 cm legges til. Hva er ny gjennomsnittshøyde for de 5 guttene)

e) Ta utgangspunkt i en av disse misoppfatningene innenfor statistikk. Forklar hvordan du som framtidig lærer kan tilrettelegge for en diagnostisk undervisning som oppklarer denne misoppfatningen.

Gjennomsnittshøyde for 5 jenter er 150 cm. Gjennomsnittshøyde for 10 gutter er 165 cm. Hva er gjennomsnittshøyde for alle 15?

Alternativ 1:
Her kan man i undervisningen vise at den totale høyden for de 5 jentene er 750 cm, og den totale høyden for de 10 guttene er 1650 cm. Til sammen er dette 2400 cm for alle 15. Gjennomsnittshøyden for alle 15 er da 160 cm.

Alternativ 2:

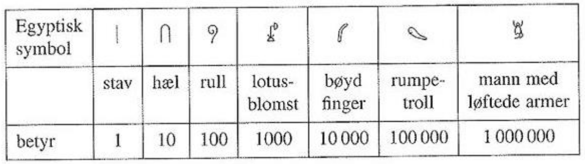
Man kan også tenke at jentene utgjør $\frac{1}{3}$ av de 15 personene, mens guttene utgjør $\frac{2}{3}$ av de 15 personene. Gjennomsnittet for de 15 blir da:

$$\bar{x}_{15\ personer} = 150 \times \frac{1}{3} + 165 \times \frac{2}{3} = 50 + 110 = 160 \text{ (cm)}$$

Oppgave 4 (15 %)

a) Foreta en sammenligning av vårt titallsystem og egypternes tallsystem.

<table>
<tr><th>Vårt tallsystem</th><th>Egypternes tallsystem</th></tr>
<tr><td>Posisjonssystem som betyr at tallverdien er avhengig av både symbolenes verdi og dets plassering eller rekkefølge.</td><td>Additivt system som betyr at hvert enkelt symbol har sin verdi så plassering har ingen betydning. Symbolverdiene legges sammen, og summen utgjør tallet.</td></tr>
<tr><td>Grunntall/base/basis 10 (likt)</td><td>Grunntall/base/basis 10 (likt)</td></tr>
<tr><td>Titallsystemet har disse symbolene:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9</td><td>
<table>
<tr><td>Egyptisk symbol</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>stav</td><td>hæl</td><td>rull</td><td>lotus-blomst</td><td>bøyd finger</td><td>rumpe-troll</td><td>mann med løftede armer</td></tr>
<tr><td>betyr</td><td>1</td><td>10</td><td>100</td><td>1000</td><td>10 000</td><td>100 000</td><td>1 000 000</td></tr>
</table>
Studentene må ikke kunne disse symbolene, men vite at det er et symbol for hver tierpotens. Det finnes ikke et symbol for null i et additivt system.</td></tr>
</table>

b) Tallet 213 er skrevet i et ukjent tallsystem. Vi vet at tallet i det ukjente tallsystemet tilsvarer 81 i titallsystemet. Finn fram til det ukjente tallsystemet.

Siden tallet i det ukjente tallsystemet består av flere sifre kan man forstå at det må være i et lavere tallsystem enn titallsystemet. Det betyr at man kan prøve seg fram med både ni-, åtte- og sjutallsystemet, men finner ut at dette må være sekstallsystemet:

$81_{ti} = 2 \cdot 6^2 + 1 \cdot 6^1 + 3 \cdot 6^0 = 213_{seks}$

81 i titallsystemet tilsvarer derfor 213 i sekstallsystemet.

c) Løs følgende addisjonsoppgave i angitt tallsystem: $95A7_{seksten}$ + $B84_{seksten}$

	1	1			
	9	5	A	7	seksten
+		B	8	4	seksten
=	A	1	2	B	seksten

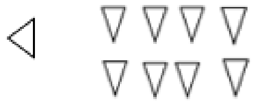
d) De to 7. trinnselevene Petra og Adam er interessert i det babylonske systemet, spesielt siden de vet systemet fortsatt brukes. Nevn to områder der vi finner igjen dette systemet i vår kultur.

Det babylonske systemet er basert på sekstitallsystemet, og dette finner vi igjen i tid (en time er delt i 60 minutter og et minutt er delt inn i 60 sekunder), måling av vinkler og geografisk posisjonering. De to første områdene bør studentene ha med seg for full uttelling.

I det babylonske systemet gjelder følgende:

▽ = 1 ◁ = 10

e) Ta utgangspunkt i følgende babylonske tall der alle tegnene er plassert på samme posisjon:



Petra og Adam diskuterer hva dette babylonske tallet står for i vårt titallsystem. Petra mener at tallet betyr 1080, mens Adam mener det tilsvarer 18. Hvordan kan du ved hjelp av prinsippene i det babylonske systemet hjelpe Petra og Adam til å finne en løsning på diskusjonen deres?

Dette svaret kan ha flere betydninger, avhengig av hvilken posisjon svaret står i. Her må vi gå ut ifra at svaret står i samme posisjon, og da kan det eksempelvis være:

Som 60^0-posisjon: $(10+8) \cdot 60^0 = 18 \cdot 60^0 = 18_{ti}$

Som 60^1-posisjon: $(10+8) \cdot 60^1 = 18 \cdot 60^1 = 1080_{ti}$

Som 60^2-posisjon: $(10+8) \cdot 60^2 = 18 \cdot 60^2 = 64\,800_{ti}$

Oppgave 5 (15 %)

Janne har en bøtte med 8 gule og 10 oransje blomster. Hun tar tilfeldig fire blomster fra bøtten og setter dem i hver sin lille vase på en rekke i vinduskarmen.

a) Bestem sannsynligheten for at hun tar fire oransje blomster.

Vi forutsetter uten tilbakelegging for de blomstene vi trekker ut.

Sannsynlighet for fire oransje (OOOO) blomster: $\frac{10}{18}\times\frac{9}{17}\times\frac{8}{16}\times\frac{7}{15}$ » $0{,}07$

b) Bestem sannsynligheten for at rekken blir som bildet nedenfor viser, først én gul, så to oransje og til slutt én gul.

Sannsynlighet for rekkefølgen GOOG: $\frac{8}{18}\times\frac{10}{17}\times\frac{9}{16}\times\frac{7}{15}$ » $0{,}07$

c) Bestem sannsynligheten for at hun tar én gul og tre oransje blomster.

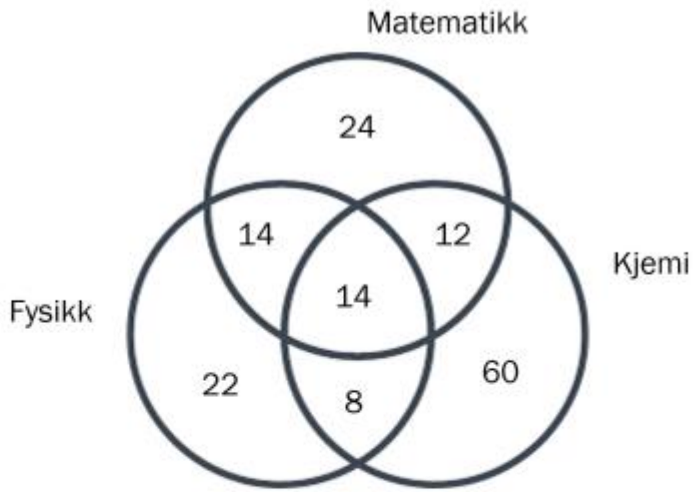
Sannsynlighet for GOOO eller OGOO eller OOGO eller OOOG:

$$\frac{8}{18}\times\frac{10}{17}\times\frac{9}{16}\times\frac{8}{15}+\frac{10}{18}\times\frac{8}{17}\times\frac{9}{16}\times\frac{8}{15}+\frac{10}{18}\times\frac{9}{17}\times\frac{8}{16}\times\frac{8}{15}+\frac{10}{18}\times\frac{9}{17}\times\frac{8}{16}\times\frac{8}{15} \text{ » } 0{,}3$$

d) I en undersøkelse om studentenes fagvalg på et universitet kom det frem følgende: 64 hadde valgt matematikk, 94 hadde valgt kjemi og 58 hadde valgt fysikk. 28 hadde valgt både matematikk og fysikk. 26 hadde valgt matematikk og kjemi. 22 hadde valgt kjemi og fysikk. 14 hadde valgt alle tre fagene.

Hvor mange studenter hadde valgt bare ett fag? Forklar fremgangsmåten din.

64 hadde valgt matematikk, 94 hadde valgt kjemi og 58 hadde valgt fysikk. 28 hadde valgt både matematikk og fysikk. 26 hadde valgt matematikk og kjemi. 22 hadde valgt kjemi og fysikk. 14 hadde valgt alle tre fagene.



Antall studenter med bare ett fag: 24 (matematikk) + 22 (fysikk) + 60 (kjemi) = 106

e) Ni stoler på en rekke skal brukes av seks studenter og tre professorer. De tre professorene kommer før alle studentene og setter seg på hver sin stol slik at hver professor blir sittende mellom to studenter.

På hvor mange måter kan de tre professorene velge sine stoler? Forklar fremgangsmåten din ved å ta utgangspunkt i Polyas fire punkter for problemløsning.

<table>
<tr><td>1. Forstå problemet</td><td>9 stoler. 6 studenter. 3 professorer. Professorene setter seg først. Men ingen professor kan sitte ved siden av en annen professor. Hver professor må sitte mellom 2 studenter. Det betyr at ingen professor kan sitte på de to endestolene. På hvor mange måter kan de tre professorene velge sine stoler?</td></tr>
<tr><td>2. Lag en plan</td><td>Lager en tegning over én mulig løsning.
<table>
<tr><td>S</td><td>P</td><td>S</td><td>S</td><td>S</td><td>P</td><td>S</td><td>P</td><td>S</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>3. Utfør planen</td><td>Finnes det flere løsninger? Eventuelt hvor mange?

Professorene har 7 midtstoler å velge blant. Men de kan ikke sitte ved siden av hverandre, Dermed kan professorene bruke følgende 3 nummererte stoler:

(2, 4, 6), (2, 4, 7), (2, 4, 8), (2, 5, 7), (2, 5, 8), (2, 6, 8), (3, 5, 7), (3, 5, 8), (3, 6, 8), (4, 6, 8).

For hvert trippel kan professorene rokkere på 3! = 6 måter.

Totalt 10 · 6 = 60 måter for professorene å sette seg på.</td></tr>
<tr><td>4. Se tilbake, sjekke, reflektere</td><td>Kontrollerer at vi har fått med alle kombinasjoner.

Vi kan også tenke oss en alternativ løsning:

Vi ser for oss de 6 studentene som står på en rekke med mellomrom mellom seg der en professor kan ta plass.</td></tr>
</table>

	$S_1\ W S_2\ W S_3\ W S_4\ W S_5\ W S_6$ Professorene kan da ta plass på P (5,3) = 5 · 4 · 3 = 60 mulige måter