

EKSAMEN

Emnekode: LMUMAT10420 LMAT10420	Emnenavn: Algebra, funksjoner, geometri og måling II (5-10)
Dato: 19/01/2022	Eksamenstid: Kl. 9.00 – 15.00
Hjelpemidler: Godkjent kalkulator uten graftegner	Faglærere: Natalia Bredrup (emneansvarlig) Johan Bredberg
Om eksamensoppgaven og poengberegning: Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene. Oppgavesettet består av sju sider inklusiv denne forsiden og vedlegget med formler. Oppgavesettet består av 8 oppgaver, og alle oppgavene skal besvares. Oppgavene er ulikt vektet (se antall prosent i parentes). Begrunn og forklar tydelig på hver av oppgavene. Lykke til!	
Sensurfrist: 09.02.2022	

Oppgave 1 (3 + 3 + 3 + 3 = 12 %)

- a) Lag en tekstoppgave for ungdomsskolen om en realistisk situasjon som kan løses ved hjelp av en lineær ulikhet. Din oppgavetekst skal ikke inneholde noen ukjente eller variabler, kun tekst og tall.
- b) Vis hvordan ulikheten fra del a) kan settes opp som et uttrykk, og løs den algebraisk.
- c) Du ble spurt av en ivrig elev hva omvendt proporsjonalitet er. Formuler svaret til eleven ved å bruke et konkret praktisk eksempel/situasjon.
- d) Du skulle lage en oppgave om rasjonale funksjoner, men klarte å tørke bort deler av eksemplet:
Heldigvis fant du en grafskisse med tilhørende graf:

$$f(x) = \frac{x + 5}{x - 6}$$



Bruk skissen for å gjenopprette funksjons-uttrykket.

Oppgave 2 (3 + 2 + 4 + 4 = 13 %)

Det er gitt følgende ligningssystem:
$$\begin{cases} 3x + 2y = 25 & (1) \\ x + y = 11 & (2) \end{cases}$$

- Lag en tekstoppgave som passer inn med det gitte systemet.
- Begrunn hvorfor systemet har akkurat én løsning (1-2 setninger).
- Løs systemet algebraisk.
- Vis hvordan man kan løse tekstoppgaven i del a) uten å sette opp systemet eller bruke algebra.

Oppgave 3 (4 + 3 + 4 = 11 %)

- Begrunn konjugatsetningen ved å bruke geometrisk tilnærming
- Faktoriser 391 ved å bruke konjugatsetningen
- En lærer viser mattetriks hvordan man kan opphøye i annen alle tall på formen «n,5» på en enkel måte, dvs. alle tall som har siffer 5 etter komma. F.eks. hvis man skal «kvadrere» tallet 8,5, så bør man multiplisere det hele tallet 8 med etterfølgende hele tallet 9, og så skrive 25 etter komma, altså: $8,5^2 = (8 \cdot 9),25 = 72,25$. Bruk dine kunnskaper om kvadratsetningene for å forklare dette «trikset».

Oppgave 4 (2 + 2 + 4 = 8 %)

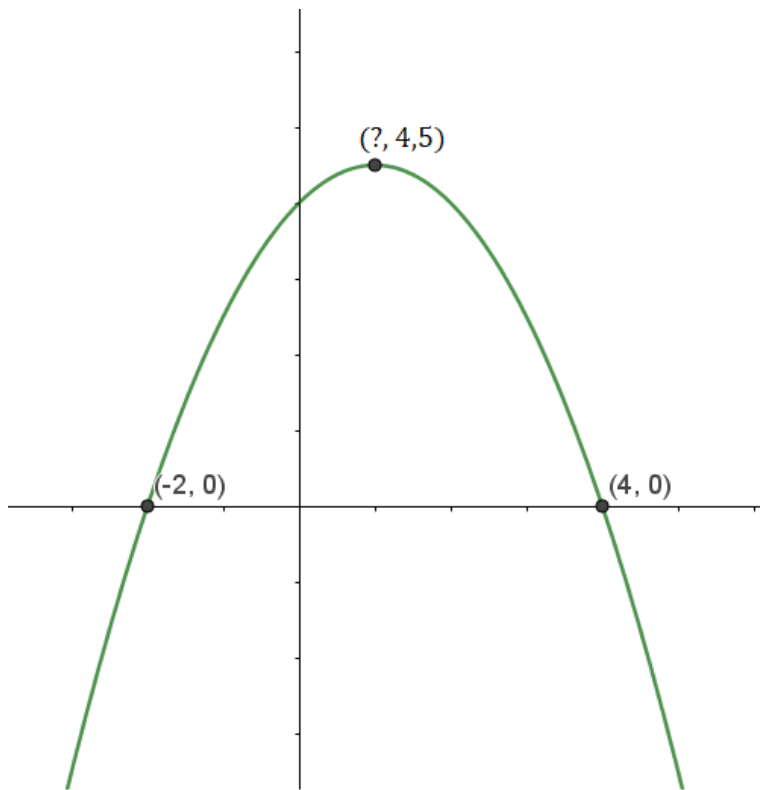
- En antikvitert er i dag verd 5000 kr. Hvert år øker verdien med 4%. Skriv et funksjonsuttrykk som viser verdien etter t år. Hva heter den type funksjoner?
- Ta utgangspunktet i dette eksemplet for å forklare begrepet «dablingstid».
- Klas fra ungdomsskolen tror at dablingstiden er 25 år. Hvordan kan han ha tenkt? Hvilken tilbakemelding skal du gi til Klas?

Oppgave 5 (3 + 2 + 3 + 4 + 4 + 3 + 3 = 22 %)

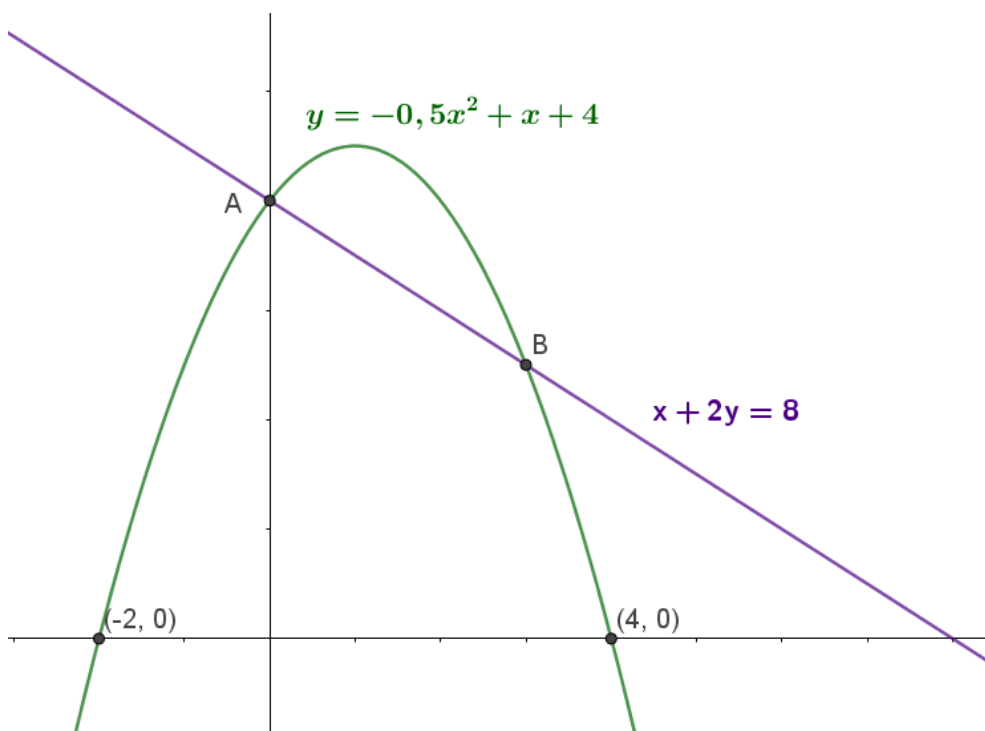
- Du ønsker å gi flere andregradslikninger til dine elever, men finner ikke i boka. Du er nødt til å lage egne likninger. Vis hvordan du kan lage en andregradslikning som har to ulike løsninger, og de to løsningene er 7 og -4 .

b) Grafen til en funksjon $y = ax^2 + bx + c$ er vist på bildet.

- i. Finn førstekoordinat til toppunktet
- ii. Begrunn ved regning at grafen hører til funksjonen $y = -0,5x^2 + x + 4$

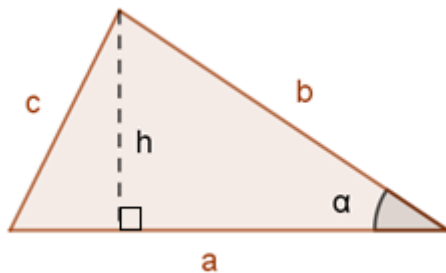


c) Ved å konstruere en graf for likningen $x + 2y = 8$ i samme grafområde som i del b), får vi skjæringspunkter A og B. Finn koordinater til skjæringspunktene ved å sette opp et ligningssystem.



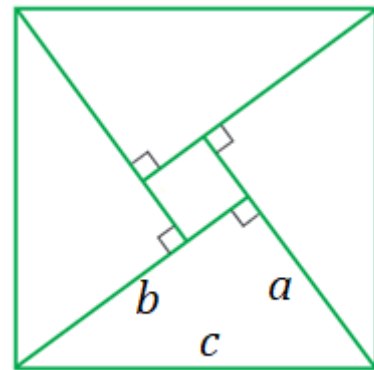
- d) Finn arealet til området i koordinatplanet som blir avgrenset med ovennevnte grafene.
- e) Vis hvordan du kan bruke den deriverte for å skrive likningen til tangenten som går gjennom punktet B
- f) Beregn vinkelen linja gitt i del c) danner med x -aksen, avrund svaret til en desimal.

Oppgave 6 (4 + 4 = 8 %)



- a) Ta utgangspunkt i dette bilde for å vise utledning av arealsetningen.

- b) Fire kongruente rettvinklede trekanter er satt sammen som det vises på bildet. Vis Pytagoras setning ved å ta utgangspunkt i dette bildet.



Oppgave 7 3 + 3 + 4 + 4 = 14 %

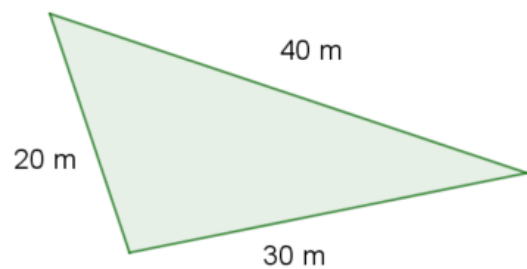
Det er gitt følgende punkter i koordinatplanet:

$$A = (-1, 0), \quad B = (4, -1), \quad C = (3, 4), \quad D = (-2, 5)$$

- a) Hva slags figur danner punktene A, B, C, D ? Begrunn svaret ved å referere til figurdefinisjon og utregninger som underbygger den.
- b) Konstruer diagonalene i din figur og marker skjæringspunktet mellom dem. Begrunn ved regning at skjæringspunktet deler hver av diagonalene i to like store deler.
- c) Hvilken vinkel dannes det mellom diagonalene? Begrunn din antakelse ved regning.
- d) Finn arealet til din figur.

Oppgave 8 2 + 3 + 4 + 3 = 12 %

Erik har kjøpt en tomte som har trekant form. Han tok målinger langs tomtegrenser og noterte på en skisse. Erik vil finne ut hva arealet på den tomta er. Hans sønn Lars som går på 9. trinn mener at arealet skal være 300 m^2 . Erik vil være sikker på det og ber Lars å ta med oppgaven på skolen i mattetimen for diskusjon.



- Kunne du si at dette er en problemløsningsoppgave eller ikke? Argumenter (det holder med 1-2 setninger).
- Du er læreren til Lars. Forklar hvordan han kan ha kommet frem til svaret. Hvilken tilbakemelding skulle du gi til Lars?
- Du har blitt ivrig til å finne presis verdi til arealet, og vil prøve å løse den etter timene. Du husker at du hadde trigonometri en gang, og vil benytte dine kunnskaper. Finn den presise verdien av arealet.
- Sammenlikn svaret du fikk i del c) med Lars sitt svar. Er det stor forskjell mellom svarene? Kommenter (det holder med 1-2 setninger).

Vedlegg med utvalgte formler og verdier

Abc-formelen for likningen $ax^2 + bx + c = 0$ $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Derivasjon:

Definisjon av den deriverte: $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

Derivasjonsregel: $(x^n)' = nx^{n-1}$

Tangentformel: $y - f(a) = f'(a)(x - a)$

Integrasjon:

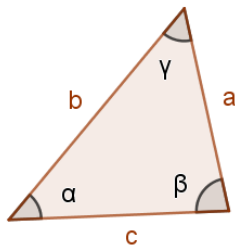
Ubestemte integraler: $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ der $n \neq 0$

Bestemte integraler: $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

Trigonometriske verdier for spisse vinkler:

$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$	$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$
$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\tan 45^\circ = 1$
$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$	$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

Trigonometriske setninger:



Arealsetningen $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$

Sinus setningen $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

Cosinus setningen $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Formler i trigonometri: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$