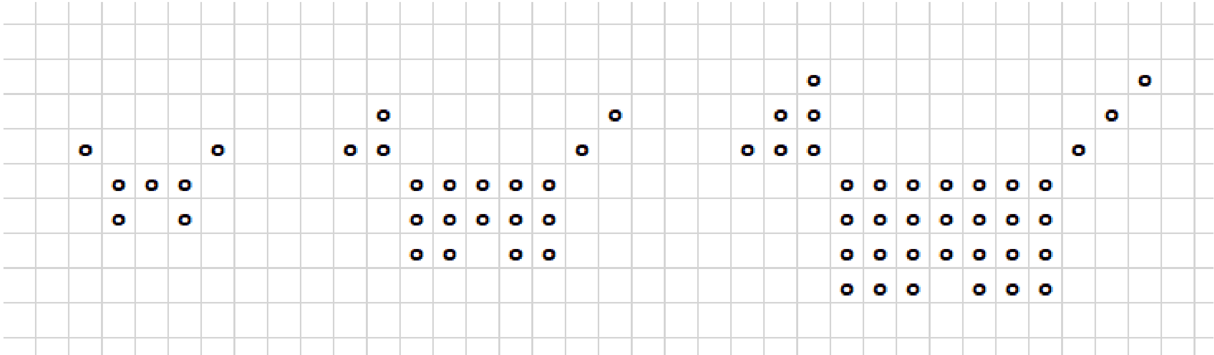
# EKSAMEN

| **Emnekode:**<br><br>LMUMAT10420 | **Emnenavn:**<br><br>Algebra, funksjoner, geometri og måling II (5-10) |
|---|---|
| **Dato:**<br><br>3/10/2022 | **Eksamenstid:**<br><br>Kl. 9.00 – 15.00 |
| **Hjelpemidler:**<br><br>Godkjent kalkulator uten graftegner | **Faglærere:**<br><br>Natalia Bredrup (emneansvarlig)<br>Johan Bredberg |
| **Om eksamensoppgaven og poengberegning:**<br><br>Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.<br>Oppgavesettet består av fem sider inklusiv denne forsiden.<br>Oppgavesettet består av 7 oppgaver, og alle oppgavene skal besvares.<br>Oppgavene er ulikt vektet (se antall prosent i parentes).<br>Begrunn og forklar tydelig på hver av oppgavene.<br>Lykke til! | |
| **Sensurfrist:** 24/10/2022<br><br>Karakterene er tilgjengelige for studenter på Studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. www.hiof.no/studentweb | |

**Oppgave 1 12% (3 + 3 + 3 + 3)**

Se på følgende figurtall.



a) Finn antall prikker i tallene $F_4$ og $F_5$. Forklar tankegangen.
b) Beskriv med ord, hvordan mønsteret dannes.
c) Finn den eksplisitte formelen for $F_n$.
d) Fortell hva du vet om prealgebra, og hvordan slike oppgaver kan bidra i prealgebra læring (max en halvside).

**Oppgave 2 10% (3 + 4 + 3)**

Geometrisk visualisering kan være en bra tilnærming (verktøy) for å begrunne for algebraiske uttrykk og likninger.

a) Jens lurer på om det er noe forskjell på uttrykkene $4b^2$ og $(4b)^2$. Bruk geometrisk visualisering for å forklare.
b) Petter har hørt at man kan bruke geometriske figurer for å løse andregradslikninger. Vis han hvordan man løser en slik likning ved å løse den gitte likningen, metode er også kjent som «å fullføre kvadrat»: $x^2 + 8x = 20$.

Utenom geometriske figurer, bør en lærer beherske algebraiske og grafiske metoder for å løse likninger, og se kobling mellom dem.

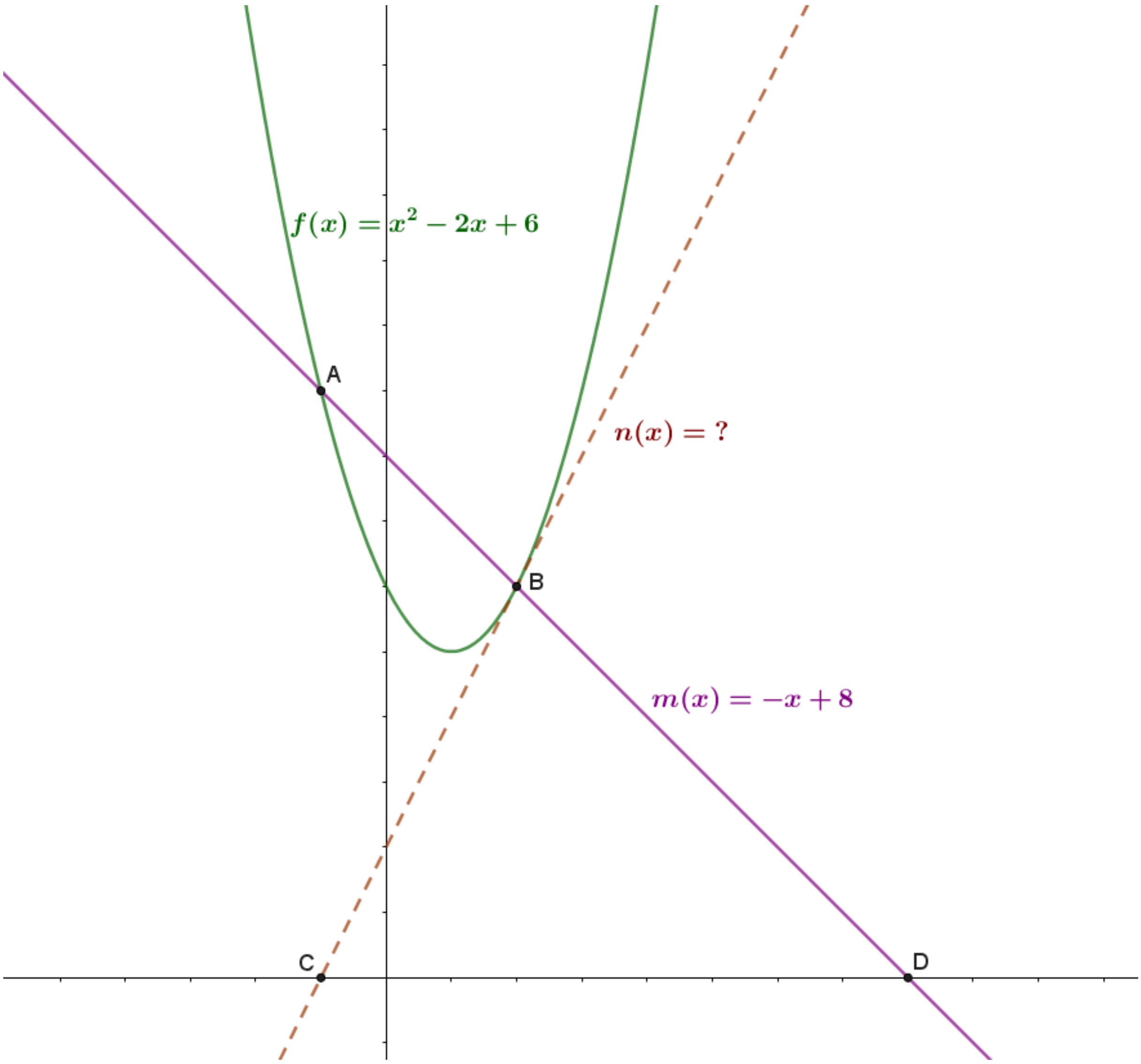
c) Du har laget en kvadratlikning og notert løsningen, men var så uheldig å søle kaffe på den, og det eneste du kan se er at likningen starter med $2x^2$, og at løsningene er $x_1 = -1$ og $x_2 = 4{,}5$. Finn den opprinnelige likningen (på utvidet form).

**Oppgave 3 9% (3 + 3 + 3)**

Rita kjøper boller i kiosken for hele familien. En rosinbolle koster 6 kr, og en sjokoladebolle koster 10 kr. Hun kjøper til sammen 12 boller og betaler for dem 100 kr. Hvor mange boller av hver type kjøper hun? Løs oppgaven på ulike nivåer som kan passe for ulike skoletrinn:

a) Ord resonnement der du viser til enkle begrunnelser og beregninger. Du kan bruke tegninger om du vil.
b) Ved hjelp av en systematisk tabell.
c) Ved å sette opp et ligningssystem og løse det.

**Oppgave 4 38% (4 + 3 + 2 + 2 + 3 + 6 + 6 + 4 + 4 + 4)**



Studer følgende graftegning: rett linje gitt med *m(x)* skjærer parabelen gitt med *f(x)* i punktene A og B. Linja gitt med *n(x)* er tangenten til parabelen som går gjennom punktet B.

a) Finn koordinater til punktene A og B ved å sette opp en likning og løse den.
b) Skriv funksjonsuttrykket *n(x)*.
c) Eirik sier at man kan finne symmetriakse til parabelen ved å beregne gjennomsnittet for *x*-koordinatene til A og B, dvs. hvis $A(x_1, y_1)$ og $B(x_2, y_2)$, så finner man symmetriaksen slik:
$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$
Gi tilbakemelding til Eirik (1-2 setninger).
d) Finn symmetriaksen til *f(x)*.
e) Finn definisjonsmengde og verdimengde til *f(x)*.
f) Bruk dine kunnskaper i trigonometri for å beregne vinklene i trekanten *BCD*, rund av til hele °.
g) Bruk dine kunnskaper i vektorregning for å beregne sidelengder i trekanten *BCD*, vis eksakt svar.
h) Finn arealet til *BCD* ved å bruke geometri som passer på ungdomstrinnet.
i) Finn arealet til *BCD* ved å bruke integrasjon.
j) Finn arealet til *BCD* ved å bruke arealsetningen.

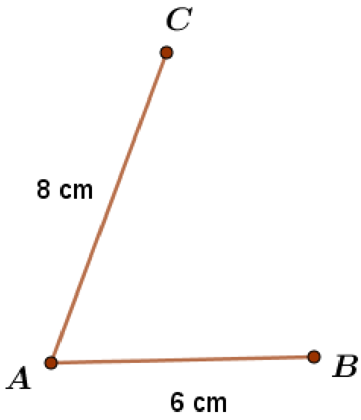
**Oppgave 5 11% (2 + 3 + 3 + 3)**

Rune går opp i et tårn, og slipper ned en ball når han har kommet til toppen. Hvis vi ser bort fra luftmotstanden, så kan høyden ballen befinner seg over bakken beskrives med funksjonen $h(t) = 78{,}4 - 4{,}9t^2$ der $h$ er høyde i meter over bakken, og $t$ er tiden i sekunder som har gått etter ballen ble sluppet ut.

a) Hvor høyt er tårnet?
b) Hvor lang tid går det før ballen treffer bakken?
c) Hva er ballens fart like før den treffer bakken?
d) Hva er ballens akselerasjon like før den treffer bakken?

**Oppgave 6 8% (3*2 + 2)**

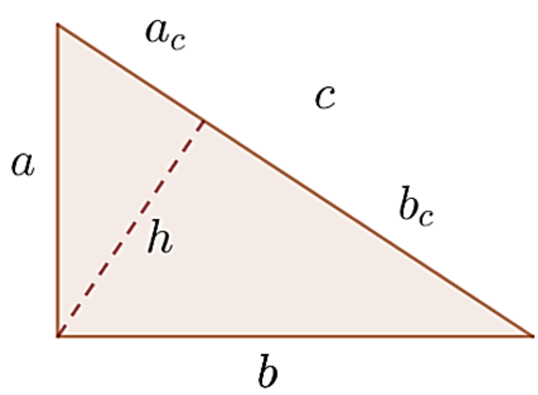
a) To linjestykker AB og AC er koblet sammen i punktet A (se bildet). Finn avstanden mellom punktene B og C når du vet at vinkelen mellom linjestykkene er:
   i. $90°$
   ii. $60°$
   iii. $120°$




b) Man sier at cosinus setningen er også kalt for utvidelse av Pytagoras setningen. Forklar i 1-2 setninger, hva mener man med det.

**Oppgave 7 12% (3*3 + 3)**

Det er gitt en rettvinklet trekant med kateter *a* og *b*, og hypotenusen *c*. Høyden som går mot hypotenusen er *h*, og den deler hypotenusen i $a_c$ og $b_c$.




a) Bruk trekant formlikhet for å bevise følgende:
   i. $a^2 = c \cdot a_c$
   ii. $b^2 = c \cdot b_c$
   iii. $h^2 = a_c \cdot b_c$

b) Bruk formlene du beviste i del a) for å bevise Pytagoras setningen.

# Vedlegg med utvalgte formler og verdier

Abc-formelen for likningen $ax^2 + bx + c = 0$ $\quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Derivasjon:

Definisjon av den deriverte: $\quad f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

Derivasjonsregel: $\quad (x^n)' = nx^{n-1}$

Tangentformel: $\quad y - f(a) = f'(a)(x - a)$

Integrasjon:

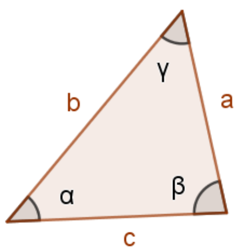
Ubestemte integraler: $\quad \int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \qquad der\ n \neq 0$

Bestemte integraler: $\quad \int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$

Trigonometriske verdier for spisse vinkler (presise):

| | | |
|---|---|---|
| $\sin 30° = \frac{1}{2}$ | $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$ |
| $\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\tan 45° = 1$ |
| $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\cos 60° = \frac{1}{2}$ | $\tan 60° = \sqrt{3}$ |

Trigonometriske setninger:




Arealsetningen $\quad A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$

Sinus setningen $\quad \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

Cosinus setningen $\quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Formler i trigonometri: $\quad \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$