Høgskolen i Østfold

SENSORVEILEDNING

Emnekode:	LMUMAT10119
Emnenavn:	Tall, statistikk, kombinatorikk og sannsynlighet 1
Eksamensform:	Individuelt, skriftlig
Dato:	23. mars 2022
Faglærer(e):	Monica Nordbakke (emneansvarlig) Russell Hatami
Eventuelt: Sensorveiledningen består av 24 sider	

Innhold

Denne sensorveiledningen inneholder:

1. Om eksamen i emnebeskrivelsene
2. Andre opplysninger om eksamen
3. Vurderingskriterier for den enkelte karakter
4. Oppgavene med stikkordsmessig løsningsforslag

1. Om eksamen i emnebeskrivelsene

Skriftlig, seks timers individuell eksamen.

Kandidaten prøves både i matematikkfaglige og matematikkdidaktiske oppgaver.
Tillatt hjelpemiddel: godkjent kalkulator.

Karakterregel: A-F

2. Andre opplysninger om eksamen

Antall kandidater: Det er 7 studenter oppmeldt til eksamen.

Sted: Fysisk tilstedeværelse ved campus Remmen i Halden

3. Vurderingskriterier for den enkelte karakter

	A	B	C	D	E	F
Generelle kriterier Kilde: https://www.uio.no/studier/eksamen/karakterskala/fagspesifikk-karakterbeskrivelse/mn-math.html#skriftlig	**Fremragende** prestasjon der kandidaten har løst problemer som krever fantasi og innsikt. Besvarelsen viser at kandidaten fullt ut behersker både de begrepsmessige, regnetekniske og anvendelsesmessige delene av emnet. Fremstillingen er klar og presis med korrekt bruk av notasjon og fagterminologi. Noen få mindre feil eller blanke punkter kan tillates.	**Meget god** prestasjon der kandidaten har løst problemer som går utover det rutinemessige, og som krever god oversikt over emnet. Besvarelsen viser meget god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset. Fremstillingen er klar og med stort sett riktig bruk av terminologi og notasjon.	**God** Gjennomsnittlig prestasjon der kandidaten har løst oppgaver av middels vanskelighetsgrad fra de fleste deler av kurset. Besvarelsen viser god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har ikke i særlig grad klart å anvende sine ferdigheter og kunnskaper på oppgaver som går ut over det rutinemessige. Fremstillingen er grei å forstå, men kan ha en del formelle mangler.	**Nokså god** Prestasjon under gjennomsnittet der kandidaten har løst eller kommet et stykke på vei med oppgaver fra flere sentrale deler av kurset. Besvarelsen viser kjennskap til de viktigste teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har vanskelig for å komme helt i mål selv på rutinepregede oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men kan ha en god del formelle mangler.	**Tilstrekkelig** Prestasjon som tilfredsstiller minimumskravene, men heller ikke mer. Besvarelsen viser at kandidaten har kjennskap til begreper, teknikker og anvendelser fra flere deler av kurset, og at han/hun til en viss grad kan bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men røper klare feil og misforståelser.	**Ikke bestått** Prestasjon som ikke tilfredsstiller minimumskravene. Besvarelsen viser at kandidaten har manglende kjennskap til sentrale teknikker, begreper og anvendelser, eller manglende evne til å bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Besvarelser som bare viser beherskelse av en avgrenset del av emnet, vil normalt havne i denne kategorien.
Prosent av besvarelsen som kan indikere karakter	[92% - 100 %]	[77% - 92 %>	[58% - 77%>	[46 % - 58%>	[40 % - 46%>	[0 % - 40%>

Høgskolen i Østfold

Universitets – og høgskolerådet har utformet disse generelle, kvalitative beskrivelsen av de ulike karakterene:

symbol	betegnelse	generell, ikke fagspesifikk beskrivelse av vurderingskriterier
A	fremragende	Fremragende prestasjon som klart utmerker seg. Kandidaten viser svært god vurderingsevne og stor grad av selvstendighet.
B	meget god	Meget god prestasjon. Kandidaten viser meget god vurderingsevne og selvstendighet.
C	god	Jevnt god prestasjon som er tilfredsstillende på de fleste områder. Kandidaten viser god vurderingsevne og selvstendighet på de viktigste områdene.
D	nokså god	En akseptabel prestasjon med noen vesentlige mangler. Kandidaten viser en viss grad av vurderingsevne og selvstendighet.
E	tilstrekkelig	Prestasjonen tilfredsstiller minimumskravene, men heller ikke mer. Kandidaten viser liten vurderingsevne og selvstendighet.
F	ikke bestått	Prestasjon som ikke tilfredsstiller de faglige minimumskravene. Kandidaten viser både manglende vurderingsevne og selvstendighet.

4. Stikkordsmessig løsningsforslag på de enkelte oppgavene med forslag på maksimumspoeng

<u>Viktige elementer for vurderingen:</u>

I tabellen nedenfor er det indikert en maksimumspoengsum for hver av deloppgavene, men kun i noen grad utdypet hvordan poeng skal settes utover dette. Det er imidlertid av stor betydning med en helhetlig vurdering.

Oppgave 1 **20%**		**Oppgave 2** **22%**		**Oppgave 3** **12%**		**Oppgave 4** **16%**		**Oppgave 5** **15%**		**Oppgave 6** **15%**	
a)i)	3	a)i)	4,5	a)	4	a)	3	a)	4	a)	2
a)ii)	3	a)ii)	2,5	b)	4	b)	3	b)	3,5	b)i)	3
a)iii)	4	b)	4	c)	4	c)i)	3	c)	2,5	b)ii)	2
b)i)	3	c)	3			c)ii)	3	d)	2,5	b)iii)	2
b)ii)	3	d)	4			d)	4	e)	2,5	b)iv)	2
c)i)	2	e)	4							b)v)	2
c)ii)	2									b)vi)	2
	20		**22**		**12**		**16**		**15**		**15**

Oppgave 1 (20%)

a) **Et av kompetansemålene etter 5. trinn er formulert slik:**
Mål for opplæringen er at eleven skal kunne utvikle og bruke ulike strategier for regning med positive tall og brøk og forklare tenkemåtene sine.

i) **Forklar hva som menes med dette kompetansemålet og knytt kompetansemålet til innholdet i artikkelen *Hvilken rolle har skriftlige regnemetoder på barnetrinnet?* (Alseth og Røsseland, 2008).**
Fokuset i kompetansemålet er at elevene skal forstå operasjonene innenfor regning ved å selv utvikle flere ulike framgangsmåter. Når elevene også kan både bruke strategiene og beskrive hvordan de henger sammen, gir det mening.
Artikkelen fokuserer på hvor liten suksess det er å lære elevene algoritmer gjennom terping/pugging. Slik pugging gir mangelfull kunnskap. Viktigere er det at elevene bruker hensiktsmessige metoder. De skriftlige metodene er ikke like viktige som de engang var, fordi de er andre metoder som er mer effektive. Og viktigst av alt er at elevene forstår det de gjør gjennom egen utvikling og bruk av strategier og fremgangsmåter, akkurat som kompetansemålet inneholder.

ii) **Beskriv gjennom ett konkret eksempel hvordan det kan legges til rette for at elevene kan nå et slikt kompetansemål.**
Kompetansemålet er omfattende siden det inneholder både utvikle, bruke, forklare fremgangsmåter, strategier, tenkemåter innenfor alle de fire regnearter, både med hele tall og brøk. Derfor gir følgende konkrete eksempel bare et lite innblikk i hvordan det skal legges til rette for å nå dette kompetansemålet. Det holder med at studentene kommer med ett eksempel som får fram poenget med målet.
Finn så mange fremgangsmåter som mulig på følgende multiplikasjonsstykke: $12 \cdot 16$. Dette kan løses ved hjelp av penger, multibasemateriell, med tallinje, geometrisk løsning, oppdeling av tallene, ... Det er sentralt at elevene får dele strategier med

hverandre og snakke om hvordan de kommer fram til de ulike fremgangsmåtene. Dessuten bør de løfte blikket og diskutere seg fram til mest hensiktsmessige metoder.

iii) Følgende regnestykker er skrevet i titallsystemet:

24 · 13 =

438 : 3 =

I tråd med kompetansemålet ovenfor, vis hvordan disse regnestykkene kan løses. Begrunn valg av fremgangsmåte.

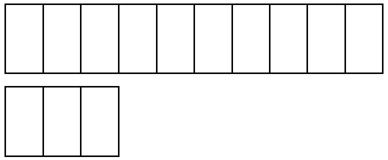
Her er en noen eksempler på de framgangsmåtene studentene kan benytte:

<u>Multibasemateriell:</u>

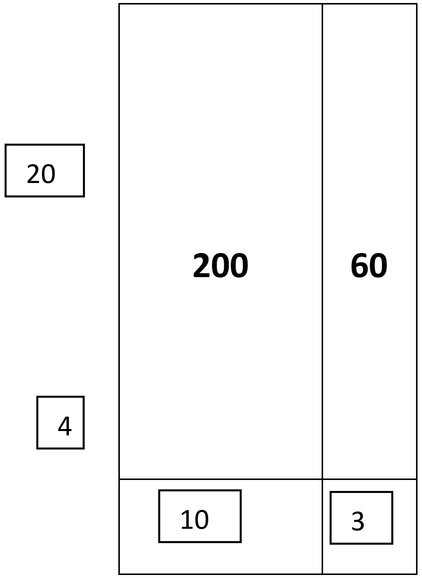
En konkretisering av regnestykket gir 24 ganger av multibasemateriellet nedenfor:

24 tiere:

24 treere:



<u>Arealbetraktning:</u>



Distributive lov: Å splitte opp de enkelte faktorene i et multiplikasjonsstykke.

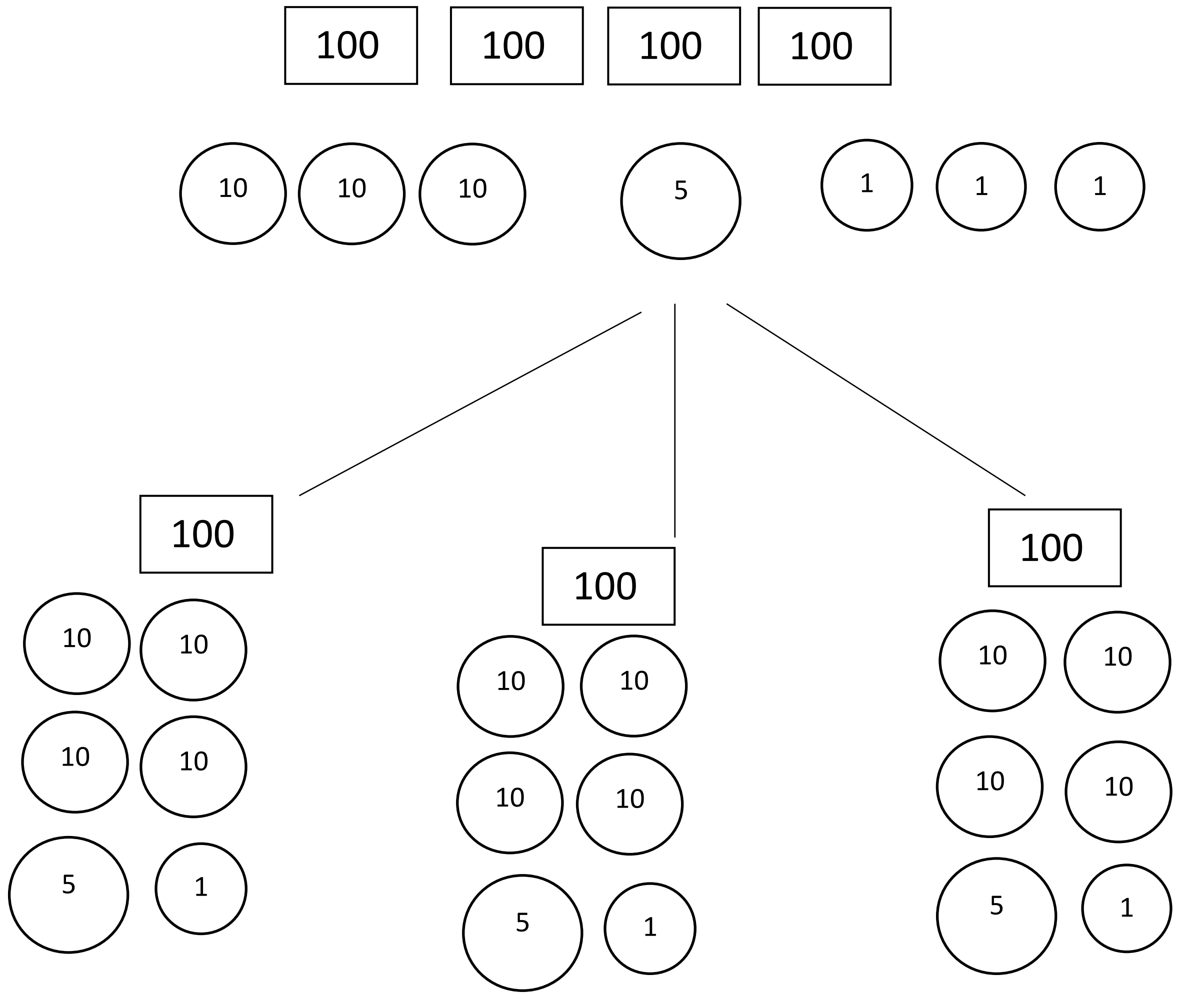
$$
\begin{array}{cccccccccc}
 & & & & & & & \underline{1} & & \\
 & 2 & 4 & \cdot & 1 & 0 & = & 2 & 4 & 0 \\
+ & 2 & 4 & \cdot & & 3 & = & & 7 & 2 \\
\hline
 & & & & & & = & 3 & 1 & 2 \\
\hline
\end{array}
$$

Gjennom slike tilnærminger kan de prøve å komme fram til en algoritme på egenhånd. Noen vil sette det opp slik vi ser ovenfor. Da kan man veilede videre til en mer standardisert algoritme.

Her er noen av de visualiseringene og konkretiseringene man kan gjøre i forbindelse med divisjonsstykket 438 : 3:

Med penger:

Man tenker seg at 438 kr skal deles på tre og fordeler pengene i tre hauger. Dette tegnes opp. Her veksler man inn den ene hundrelappen i tiere.



Skjema:

Deling i stadig mindre porsjoner der disse trekkes fra etter hvert.

	Del 1	Del 2	Del 3
438 : 3	100	100	100
- 300			
138	30	30	30
- 90			
48	15	15	15
- 45			
3	1	1	1
- 3			
0	=146	=146	=146

Fra fordeling av penger til algoritmen:

	4 3 8 : 3 =	
Deling av hundrere	3 0 0	1 0 0
	1 3 8	

Deling av tiere	1 2 0	4 0
	1 8	
Deling av enere	1 8	6
	0	1 4 6

b) Bruk skriftlig hoderegning og løs begge disse oppgavene på to måter. Husk å ta med mellomregning, slik at vi kan forstå hvordan du tenker.

i) **76 + 98 =**

To eksempler på skriftlig hoderegning:

- Trekker fra 2 i første ledd og legger til 2 i andre ledd: $(76 - 2) + (98 + 2) = 74 + 100 = 174$
- Deler opp i tiere og enere: $(70 + 90) + (6 + 8) = 160 + 14 = 174$.

ii) **101 · 99 =**

To eksempler på skriftlig hoderegning:

- Distributiv lov: $(100 + 1) \cdot 99 = 100 \cdot 99 + 1 \cdot 99 = 9900 + 99 = 9999$
- Konjugatsetning: $(100 + 1) \cdot (100 - 1) = 100^2 - 3^2 = 10000 - 1 = 9999$.

c) Bruk passende matematiske lover for å utføre disse to oppgavene innenfor hoderegning. Skriv tydelig hvilke lover du bruker.

i) $\mathbf{4 \cdot 17 \cdot 25 =}$

Kommutativ lov: $17 \cdot 4 \cdot 25 = 17 \cdot 100 = 1700$

ii) $\mathbf{32 \cdot 15 =}$

Assosiativ lov: $= 8 \cdot 4 \cdot 15 = 8 \cdot 60 = 480$

Oppgave 2 (22%)

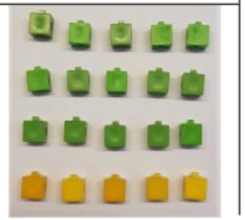
a) Et av kompetansemålene etter 5. trinn er formulert slik:

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne representere brøker på ulike måter og oversette mellom de ulike representasjonene

i) Vis tre eksempler på representasjoner innenfor brøk.

Studentene kan eksempelvis vise 3 av disse representasjonene:

Eksempel: Brøk

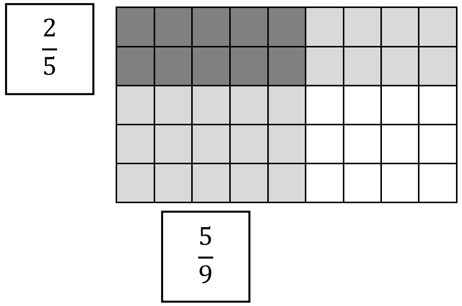
Symbolsk	**Visuelt**	**Verbalt**	**I en kontekst**	**Med konkreter**
$\frac{3}{4}$		*Tre firedeler*	*Fire barn deler tre sjokolader likt*	

Hentet fra: https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/Elever%20som%20presterer%20lavt/P4_M1Representasjoner-i-matematikk_fagtekst.pdf

ii) Forklar gjennom disse eksemplene hva det vil si å oversette mellom disse representasjonene.

Når elevene forstår sammenhengen mellom de ulike representasjonene, at de forstår at det er uttrykk for det samme og at de kan veksle mellom de ulike uttrykksmåtene ut fra passende situasjon.

b) **Bruk en selvvalgt figur, med kommentarer, til å demonstrere og forklare hvordan man regner ut $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{9}$.**



- Regnestykket $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{9}$ representerer en arealutregning etter formelen *lengde multiplisert med bredde*.
- Det mørkeste arealet representerer arealet vi ønsker å regne ut.
- $2 \cdot 5 = 10$ gir antall ruter i "vårt areal" mens
  $5 \cdot 9 = 45$ gir totalt areal i figuren.
- Da er det fornuftig at brøken $\frac{10}{45}$ er andelen av ruter i "vårt" areal i forholdet til alle rutene i figuren.
- Regnestykket føres opp slik: $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{9} = \frac{2 \cdot 5}{5 \cdot 9} = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}$

c) Elevene i 7. klasse får følgende to oppgaver:

i) Sett tallene i stigende rekkefølge: 0,67 0,43 0,68

ii) Sett tallene i stigende rekkefølge: 0,6 0,125 0,48

En av oppgavene er en diagnostisk oppgave, men hvilken? Og hvorfor er denne diagnostisk?

Oppgave ii) er en diagnostisk oppgave fordi denne oppgaven vil avdekke misoppfatningen om at det lengste tallet alltid har størst verdi.

Oppgave i) kan elevene svare riktig på selv om de har denne misoppfatningen.

d) Regn ut:

$$\mathbf{12 - 5 \cdot 2 + \frac{8 \cdot 87 + 13 \cdot 8}{32} + \frac{\frac{54}{5}}{\frac{27}{25}}}$$

$$= 12 - 10 + \frac{87 \cdot 8 + 13 \cdot 8}{32} + \frac{54 \cdot 25}{5 \cdot 27}$$

$$= 2 + \frac{(87 + 13) \cdot \cancel{8}}{4 \cdot \cancel{8}} + \frac{2 \cdot 5}{1 \cdot 1}$$

$$= 2 + \frac{100}{4} + 10$$

$$= 2 + 25 + 10 = 37.$$

e) Denne reklameplakaten stod utenfor en butikk. Elevene skal finne ut hva jakka opprinnelig kostet. Hvilken fremgangsmåte ville du valgt for elevene dine? Vis utregning og begrunn valget av fremgangsmåte.

Kul jakke til

15 % rabatt

NÅ 1003 kr

Veien om 1 er et lurt valg:

85 % = 1003 kr

1 % = 1003/85   kr = 11, 8 kr

100 % = 11, 8 kr · 100 = 1180 kr

eller

%	kr
85	1003
85/85=1	1103/85≈11,8
100·1=1	11,8·100=1180

Oppgave 3 (12%)

Følgende oppgave er hentet fra konkurransen UngeAbel for elever på 9. trinn:

> ***Hvilket er det største, tosifrede, naturlige tall som er sju ganger så stort som summen av sine to sifre?***

a) Forklar hvorfor denne oppgaven kan være en problemløsingsoppgave for noen elever.

Oppgaven kan fungere som en problemløsingsoppgave dersom elevene ser på oppgaven som et problem. Et matematisk problem defineres som en oppgave der eleven ikke umiddelbart ser hvordan han kan komme videre i løsningsprosessen, og ingen kjent løsningsmetode kan brukes. Dette betyr at det som er et problem for en elev ikke trenger å være det for en annen elev. Det betyr også at det som er et problem for en elev på et tidspunkt, ikke trenger være det på et senere tidspunkt.

b) Løs oppgaven med en relevant problemløsingsstrategi.

Her er det nok mange elever som forsøker med en problemløsingsstrategi som «gjett og sjekk»

Det kan ofte være greit å sette opp dette i en tabell (se til høyre) som viser de ulike sifrene og tallene i oppgaven. Da får man også en god oversikt over hva oppgavene egentlig dreier seg om. Først de tosifrede, naturlige tallene, deretter summen av de to sifrene (tverrsummen) og så produktet som er sju ganger så stort som tverrsummen. Og da fremkommer det at det er 4 tall som fyller kriteriene, men 84 er det største av dem.

Tosifret, naturlig tall	Tverrsummen av tallet	7* Tverrsummen av tallet
11	2	14
12	3	21
13	4	28
14	5	35
15	6	42
16	7	49
17	8	56
18	9	63
19	10	70
20	2	14
21	3	21
22	4	28
23	5	35
24	6	42
25	7	49
26	8	56
27	9	63
28	10	70
29	11	77
30	3	21
31	4	28
32	5	35
33	6	42
34	7	49
35	8	56
36	9	63
37	10	70
38	11	77
39	12	84
40	4	28
41	5	35
42	6	42
43	7	49
44	8	56
45	9	63
46	10	70
47	11	77
48	12	84
49	13	91
50	5	35
51	6	42
52	7	49
53	8	56
54	9	63
55	10	70

Tosifret, naturlig tall	Tverrsummen av tallet	7* Tverrsummen av tallet
56	11	77
57	12	84
58	13	91
59	14	98
60	6	42
61	7	49
62	8	56
63	9	63
64	10	70
65	11	77
66	12	84
67	13	91
68	14	98
69	15	105
70	7	49
71	8	56
72	9	63
73	10	70
74	11	77
75	12	84
76	13	91
77	14	98
78	15	105
79	16	112
80	8	56
81	9	63
82	10	70
83	11	77
84	12	84
85	13	91
86	14	98
87	15	105
88	16	112
89	17	119
90	9	63
91	10	70
92	11	77
93	12	84
94	13	91
95	14	98
96	15	105
97	16	112
98	17	119
99	18	126

c) **Beskriv forskjellen mellom lærerrollen i en tradisjonell undervisning og i en utforskende/problemløsende undervisning.**

En tradisjonell undervisning inneholder gjerne gitte fremgangsmåter som læreren legger fram for elevene. I en utforskende/problemløsende undervisning må læreren etablere et miljø for problemløsing der elevene utforsker og løser problemer som bygger på og utvider sin egen forståelse. Læreren velger problem som er kognitivt krevende, i motsetning til rutineoppgaver. Slike matematiske problem legger opp til at flere strategier, verktøy og strategier kan benyttes, og det oppfordres også til dette. Læreren støtter elevene i utforskingen, gjerne ved å stille gode spørsmål, istedenfor å ta over elevenes tenkning. Det betyr at lærerrollen endres fra å være en formidler til en veileder, og dette siste er et sentralt poeng som i hvert fall bør framkomme tydelig.

Oppgave 4 (16%)

a) Andre tallsystemer blir ikke nevnt i et eget kompetansemål i Kunnskapsløftet. Hvorfor kan det allikevel være hensiktsmessig å arbeide med andre tallsystemer i løpet av grunnskolen?

Arbeid med andre tallsystemer er en av flere tilnærminger til økt tallforståelse. Dermed vil også forståelsen for eget posisjonssystem styrkes og også være et bidrag til bedre forståelse for hvordan algoritmene bygges opp siden de samme prinsippene benyttes som for titallsystemet. For mange elever vil arbeid med tallsystemer gi en ekstra utfordring og vil dermed kunne være en del av en differensiert undervisning. Det vil også være en del av den historiske delen av matematikkfaget.

b) Tell tre tall videre i tolvtallsystemet fra B9.

I tolvtallsystemet er A = 10 og B = 11.

BA – BB – 100

c) Regn ut i oppgitte tallsystemer:

i) $1011_{to} + 1101_{to}$ =

	1	1	1	1		
		1	0	1	1	to
+		1	1	0	1	to
=	1	1	0	0	0	to

ii) $24_{seks} \cdot 53_{seks}$ =

~~23~~						
2	4	seks	·	5	3	seks
			1	2	0	
+		2	1	2		
=		2	2	4	0	seks

d) Gjør om 57_{ni} til et tall i tretallsystemet.

Studentene kan enten velge å gjøre om via titallsystemet eller direkte fra nitallsystemet til tretallsystemet:

<u>Gjøre om til titallsystemet og deretter til tretallsystemet</u>
$57_{ni} = 5 \cdot 9^1 + 7 \cdot 9^0 = 45 + 7 = 52_{ti}$
$52_{ti} = 1 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 = 1221_{tre}$

<u>Gå direkte fra nitallsystemet til tretallsystemet siden tre er potens i ni; $9 = 3^2$</u>
I nitallsystemet har vi symboler opp til og med 8. Dvs. at for hvert siffer i nitallsystemet, har vi potensene $3^0 (= 1) og\ 3^1\ (= 3)$. Dette betyr at ett siffer i nitallsystemet er 2 sifre i tretallsystemet. Kan fremstilles i en tabell:

Nitallsystem	**5**		**7**	
Treerpotenser	3^1	3^0	3^1	3^0
Antall treerpotenser som gir sifferet i nitallsystemet	**1**	**2**	**2**	**1**

Ut fra tabellen ser vi at: $57_{ni} = 1221_{tre}$

Oppgave 5 (15 %)

Tallmaterialet under viser alderen i år på skolebarna som kjører med en bestemt skolebuss.

$$\mathbf{6, 14, 14, 8, 8, 11, 13, 9, 13, 13, 12}$$

a) Mandag var alle elevene med bussen. Bestem gjennomsnittsalder, median, typetall og variasjonsbredde.

- Gjennomsnittsalder $= \left(\frac{6+14+14+8+8+11+13+9+13+13+12}{11}\right) år = \frac{121}{11}\ år = \mathbf{11}\ å\boldsymbol{r}$
- Median: Vi ordner elevene etter alder og finner den midterste (**12 år**):

$$6, 8, 8, 9, 11, \mathbf{12}, 13, 13, 13, 14, 14.$$

- Typetall: Vi finner at det tallet som forekommer flest ganger er **13 år**.
- Variasjonsbredden er 8 år: $14 - 6 = 8$.

b) Tirsdag var ikke Petter med skolebussen. Alle de andre barna var med. Gjennomsnittsalderen på bussen var likevel den samme som på mandag, men etter tre minutter stoppet bussen, og Petters mor satte seg på bussen. Da økte gjennomsnittsalderen på bussen med tre år. Hvor gammel er Petter og moren hans?

Petters alder må være lik gjennomsnittsalderen siden gjennomsnittsalderen var den samme da han var med. <u>Petter er derfor 11 år.</u>

Det er nok å velge en metode, for eksempel en av disse:

Morens alder økte gjennomsnittsalderen til 14.
<u>Metode 1:</u> Nå er summen av alderen $11 \cdot 14 = 140 + 14 = 154$
Men uten Peter ble summen av elevernas alder $121 - 11 = 110$. Dette betyr at morens alder må være $(154 - 110)\ år = 44\ år$

Metode 2: Velg *m* som symbolisk representasjonsforma for morens alder. Altså har vi nå

$$\frac{110 + m}{11} = 14 \leftrightarrow 110 + m = 11 \cdot 14\,.\ Da\ får\ vi\ m = 44$$

c) Onsdag var ikke Kristin med skolebussen. Alle de andre barna var med. Medianen var likevel den samme som på mandag. Hvor gammel er Kristin?

$$6, 8, 8, 9, \mathbf{11}, \mathbf{12}, \mathbf{13}, 13, 13, 14, 14.$$

Kristin er 12 år. Den nye medianen blir gjennomsnittet av 11 og 13.

d) Torsdag var ikke Eva med skolebussen. Alle de andre barna var med. Typetallet ble endret i forhold til mandag. Hvor gammel er Eva?

Eva er 13 år. Da blir det tre ulike typetall.

e) Fredag var ikke Mikael med skolebussen. Alle de andre barna var med. Variasjonsbredden ble endret i forhold til mandag. Hvor gammel er Mikael?

Mikael er 6 år. Den nye variasjonsbredden blir $(14 - 6)$ år $= 6$ år.

Oppgave 6 (15 %)

a) **En forening har 20 medlemmer og skal velge et styre bestående av tre personer i følgende verv: Leder, sekretær og kasserer. På hvor mange ulike måter kan dette styret velges?**

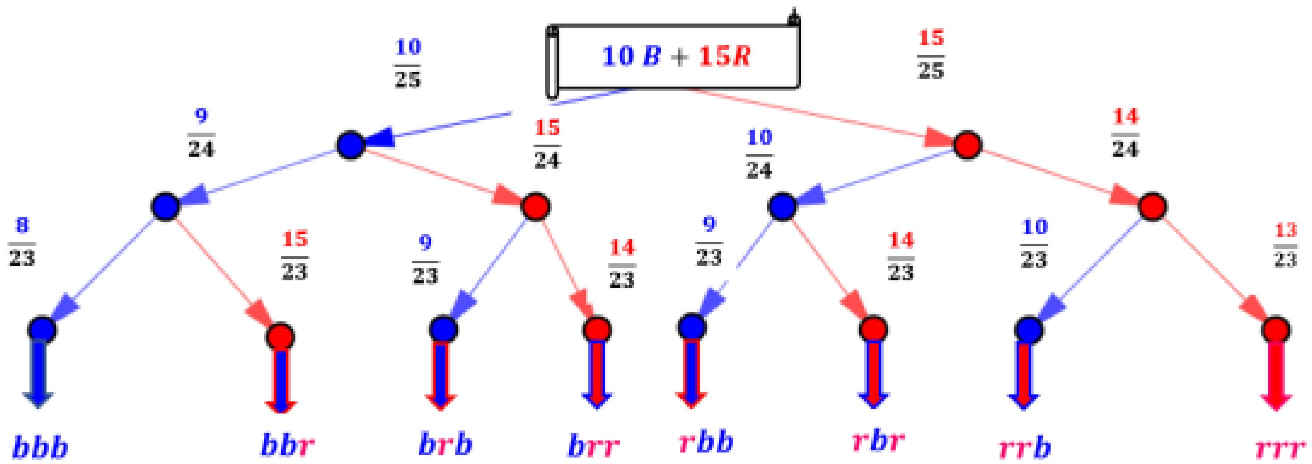
$$P(20,3) = 20 \times 19 \times 18 = 6840.$$

Eller

$$P(20,3) = \frac{20!}{(20-3)!} = \frac{20!}{17!} = 20 \times 19 \times 18 = 6840.$$

b) **Det er 25 kuler i en pose; 10 blå og 15 røde. Vi velger tilfeldig ut tre kuler.**

i) Lag et trediagram som tydelig viser sannsynligheten for hver hendelse.



ii) Hva er sannsynligheten for at alle tre er røde? Svar i prosent med en desimal.

$$P(3r) = \frac{15}{25} \times \frac{14}{24} \times \frac{13}{23} \approx 19{,}8\%.$$

iii) Hva er sannsynligheten for at nøyaktig to er røde? Svar i prosent med en desimal.

$$P(2r) = P(2r, 1b) = P(brr) + P(rbr) + P(rrb) = 3 \times \frac{15}{25} \times \frac{14}{24} \times \frac{10}{23} \approx 45{,}6\%.$$

iv) Hva er sannsynligheten for at nøyaktig en er rød? Svar i prosent med en desimal.

$$P(1r) = P(2b, 1r) = P(bbr) + P(brb) + P(rbb) = 3 \times \frac{15}{25} \times \frac{10}{24} \times \frac{9}{23} \approx 29{,}3\%.$$

v) Hva er sannsynligheten for at minst en er blå? Svar i prosent med en desimal.

$$P(minst\ 1blå) = 1 - P(rrr) = 1 - \frac{15}{25} \times \frac{14}{24} \times \frac{13}{23} \approx 80{,}2\%$$

vi) Hva er sannsynligheten for at maksimalt en er blå? Svar i prosent med en desimal.

$$P(\max 1\ blå) = P(1b, 2r) + P(\ 0b, 3r) = 3 \times \frac{15}{25} \times \frac{14}{24} \times \frac{10}{23} + \frac{15}{25} \times \frac{14}{24} \times \frac{13}{23} \approx 65{,}4\%.$$