

# EKSAMEN

<b>Emnekode:</b>  LMUMAT10420	<b>Emnenavn:</b>  Algebra, funksjoner, geometri og måling II (5-10)
<b>Dato:</b>  25/05/2022	<b>Eksamenstid:</b>  Kl. 9.00 – 15.00
<b>Hjelpemidler:</b>  Godkjent kalkulator uten graftegner	<b>Faglærere:</b>  Natalia Bredrup (emneansvarlig) Johan Bredberg
<b>Om eksamensoppgaven og poengberegning:</b>  Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene. Oppgavesettet består av seks sider inklusiv denne forsiden. Oppgavesettet består av 9 oppgaver, og alle oppgavene skal besvares. Oppgavene er ulikt vektet (se antall prosent i parentes). Begrunn og forklar tydelig på hver av oppgavene. Lykke til!	
<b>Sensurfrist:</b> 20/06/2022  Karakterene er tilgjengelige for studenter på Studentweb	

**Oppgave 1    14%    (2 + 2 + 4 + 4 + 2)**

- a) Skriv de 4 stegene i Polya's problemløsningsmodell.  
b) Hvilken av følgende oppgaver kan beskrives som en problemløsningsoppgave?  
Argumenter i 1-2 setninger.

6 stein leggere bruker 4 arbeidsdager for å legge stein på en gate som er 60 m lang og 16 m bred. Forutsett at 8 like dyktige arbeidere jobber i 9 dager og legger stein på en annen gate som er 24 m bred – hvor lang skal den være?

Løs systemet:

$$\begin{cases} x^2 + y = 0 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

- c) Løs den oppgaven du mener er problemløsningsoppgave.  
d) Løs ulikhet:

$$\frac{4x + 11}{2x - 3} \leq 3$$

- e) En elev løste ulikheten slik:

$$4x + 11 \leq 3(2x - 3)$$

$$4x + 11 \leq 6x - 9$$

$$20 \leq 2x$$

$$x \geq 10$$

Gi tilbakemelding til eleven.

**Oppgave 2    9%    (3 + 3 + 3)**

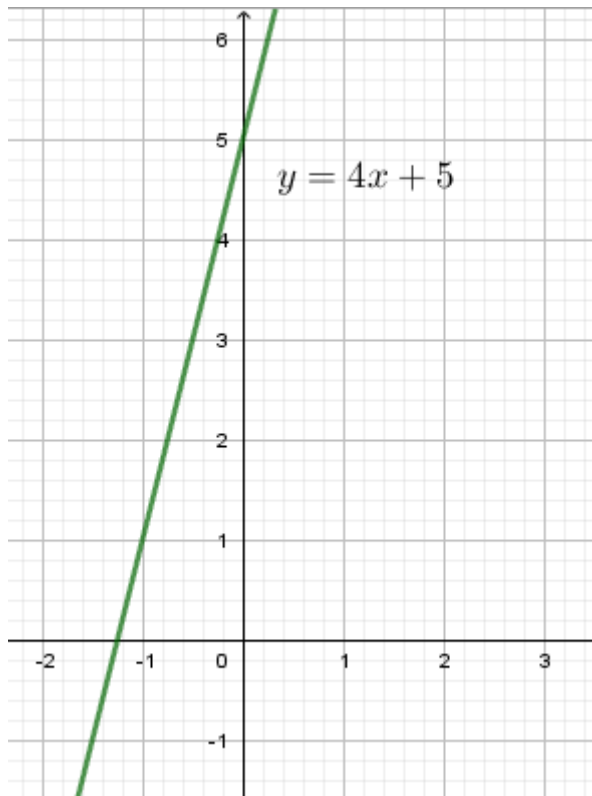
Ola får 150 kr/time, og Rita får 180 kr/time. En dag jobbet de til sammen i 18 timer og tjente totalt 3030 kr. Hvor mange timer jobbet hver av dem? Du skal løse oppgaven på ulike nivåer som kan passe for ulike skoletrinn:

- a) Ord resonnement der du viser til enkle begrunnelser og beregninger. Du kan bruke tegninger om du vil.  
b) Ved hjelp av en systematisk tabell.  
c) Ved å sette opp et ligningssystem og løse det.

**Oppgave 3    18%    (2 + 4 + 3 + 3 + 6)**

- a) Forklar med egne ord begrepet «funksjons definisjonsmengde».
- b) Bestem definisjonsmengde for følgende funksjoner:
- $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$
  - $g(x) = \frac{x^2 + 5}{3 - \pi}$
- c) Finn nullpunkter for  $f(x) = x^2 - 8x + 15$ . Løs likningen ved å fullføre kvadrat.
- d) Du skal vise en 3.gradsfunksjon til elevene dine, og den skal ha nullpunkter -1, 2 og 4. Vis hvordan kan du lage funksjonsuttrykket, og skriv det i *utvidet* form.
- e) Finn minimumsverdien til funksjonen  $f(x) = x^2 - 8x + 15$ :
- Ved å bruke nullpunkter og enkel forklaring / resonnement.
  - Ved å bruke den deriverte til funksjonen.

**Oppgave 4    9%    (2 + 2 + 2 + 3)**



- a) Simon påstår at stigningstallet for den gitte linja er  $4x$ . Gi tilbakemelding til Simon.
- b) Simon har lært at det finnes en regel som bestemmer når linjer står vinkelrett. Hva er denne regelen?
- c) Hvilken av følgende linjer står vinkelrett mot den gitte linja? Argumenter.

$$y = -4x - \frac{1}{5}$$

$$y = -\frac{x}{4} + 3$$

$$y = \frac{x}{4} + 5$$

- d) Punkter som ligger på samme linje, heter kolineære. Følgende punkter er gitt: (-2, -3), (-1, 1) og (1, 9). Begrunn for at disse punktene er kolineære ved hjelp av vektorlære.

**Oppgave 5    6%    (2 + 4)**

Stian har etter  $x$  timer reist  $y = (3x + 7)(4x + 5)$  km. Vi skal finne Stian sin hastighet etter 2 timer.

- a) Stian prøver å beregne hastigheten på følgende måte:

$$y' = 3 \cdot 4$$
$$y'(2) = 3 \cdot 4 = 12$$

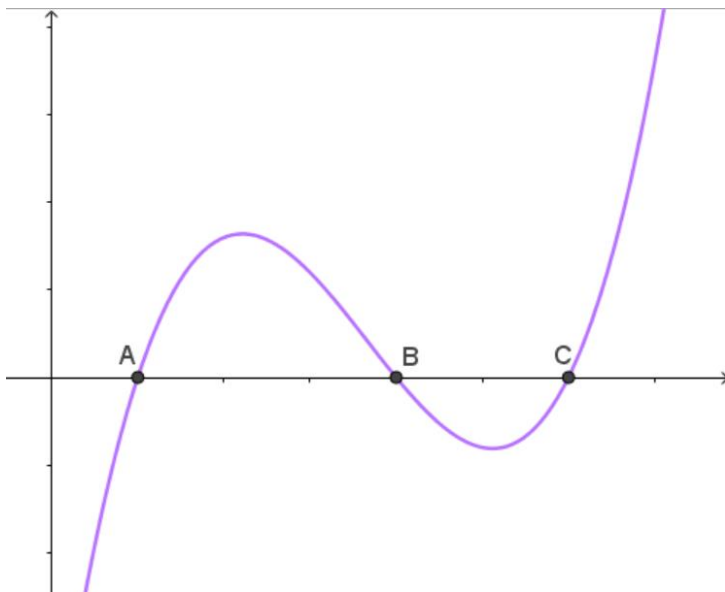
Kommenter to feil i Stian sin løsning.

- b) Finn Stian sin hastighet etter 2 timer ved regning.

**Oppgave 6    11%    (2 + 4 + 5)**

Følgende funksjon uttrykker hastigheten gitt i km/t til en bil som kjører retning mot øst:

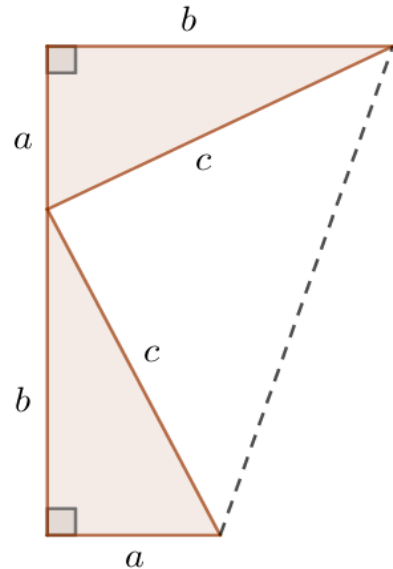
$$h(x) = x^3 - 11x^2 + 34x - 24$$



- a) Begrunn ved regning at punkt A skjærer  $x$ -aksen der  $x = 1$ .
- b) Finn koordinater til B og C ved å bruke langdivisjon.
- c) Finn arealet til området avgrenset av grafen til  $h(x)$  og  $x$ -aksen mellom punktene A og B, og gi praktisk tolkning til situasjonen.

**Oppgave 7    8%    (6 + 2)**

- a) To kongruente rettvinklede trekanter er satt sammen som det vises på bildet. Ta utgangspunkt i dette bildet for å bevise Pytagoras læresetning.



- b) Forklar hvorfor midtnormal på et linjestykke er et geometrisk sted. Hvilke krav stiller den?

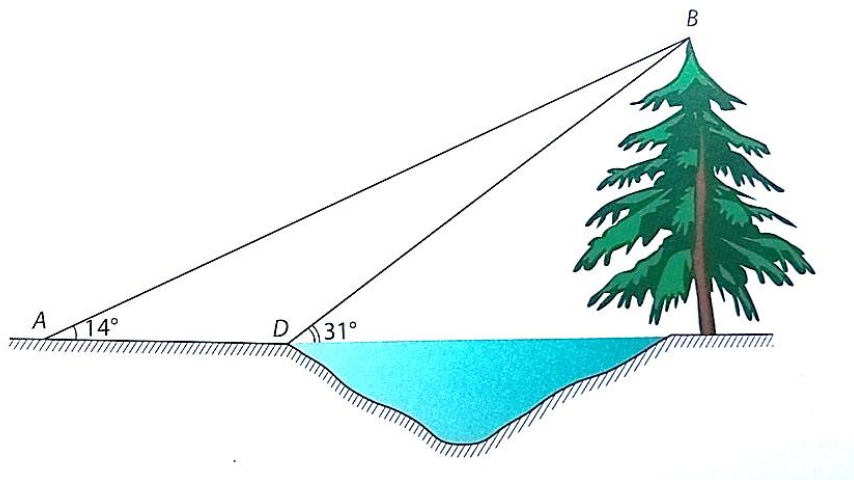
**Oppgave 8    10%    (3 + 4 + 3)**

- a) Forklar med egne ord begrepene «sin, cos, tan».  
b) Bevis følgende:

i.  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

ii.  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

- c) Når du ser på toppen til grantreet fra elvekanten i punkt D, dannes en vinkel på  $31^\circ$ . Når du flytter deg 14 m lenger bort til punkt A, så blir vinkelen på  $14^\circ$ . Finn elvas bredde og treets høyde ved regning.



**Oppgave 9    15%    (2 + 2 + 3 + 3 + 3 + 2)**

To trekanter er gitt, den ene har sidelengder 7 cm, 12 cm og 9 cm, og den andre har sidelengder 36 cm, 21 cm og 27 cm.

- a) Forklar med egne ord, hva betyr «formlike figurer» og «kongruente figurer».
- b) Begrunn at gitte trekanter er formlike.
- c) Bevis at vinkelen som ligger mot den lengste sida i en av trekantene er stump. La denne vinkelen hete  $\alpha$ .
- d) Vis at  $\sin \alpha = \frac{4\sqrt{5}}{9}$ .
- e) Finn arealet til den minste av trekantene, vis eksakt svar.
- f) Bruk resultat du fikk i del e) for å beregne arealet til den største av trekantene.