Sensorveiledning. Eksamen matematikk 402 – Vår 2022.

MAT402 Ulike perspektiv på tallbegrepet og algebra (1-7) (LMBMAT40217)
MAT402 Ulike perspektiver på tallbegrepet og algebra (5-10) (LMUMAT40217)
Ulike perspektiver på tallbegrepet og algebra (LMDMAT40221)

Eksamen starter kl 09.00 mandag 09. mai med frist for innlevering fredag 13. mai kl 14.00. Omfang på oppgaven er 3000 +/- 10% ord.

NB! Du skal svare på én (1) av oppgavene nedenfor.

Oppgave 1:

Du er matematikklærer for en klasse på mellomtrinnet med stor andel minoritetsspråklige elever. Elevene dine har ulike etnisiteter som nordisk, asiatisk, afrikansk og midt-østlig.

Du skal planlegge en dobbelttime i matematikk. I denne dobbelttimen skal du bruke en eller flere av de seks kulturelle aktivitetene beskrevet av Bishop (1988) (du finner artikkelen her), som du knytter til et tema innen tall eller algebra. Beskriv hvordan du ønsker å gjennomføre denne dobbelttimen.

Videre skal du gjøre rede for opplegget ut i fra følgende punkter:

a) Det faglige innholdet i opplegget du har laget. Begrunn svaret ditt med tanke på kjerneelementer og valg av kompetansemål i LK20.
b) Hvordan ulik kulturell bakgrunn kan påvirke elevenes tankegang, regning og skrivemåte i matematikk. Hvilke kognitive konflikter som kan oppstå og hvordan du kan løse disse kognitive konfliktene.
c) På hvilken måte kan de flerkulturelle elevene være en ressurs for klassen. Beskriv også hvordan flerkulturelle elevers forkunnskaper i matematikk kan brukes som en ressurs for å skape dialog og læring i matematikk.

Pensum som passer inn her:

- Löwing, M. & Kilborn, W. (2013). Kulturmøter i matematikkundervisningen. Matematikk på 41 ulike språk. Cappelen Damm.
- Bishop, A. (1988). Mathematics Education in Its Cultural Context. Educational Studies in Mathematics 19/2, Mathematics Education and Culture. (s. 179-191)
- Burton, D. M. (2007). The history of mathematics: an introduction. Boston: McGraw-Hill. (kap 1. 'Early number systems and symbols')
- Blanton, M. (2008). Algebra and the elementary classroom: Transforming thinking, transforming practice. Portsmouth: NH: Heinemann.
- Mason, J. (2011). Å lære algebraisk tenkning. Caspar. Bergen.

Studentene bør komme inn på de seks kulturelle aktivitetene som Bishop har nevnt i sin artikkel og kan bruke en eller flere av dem til å planlegge en dobbeltime for sine elever. De seks kulturelle aktivitetene med matematikk som Bishop nevner er:

1. å telle – å bruke en systematisk måte for å sammenligne og ordne adskilte fenomena

2. å lokalisere – å utforske ens romslig miljø og danne seg et begrep om det miljøet med modeller og diagrammer osv.
3. å måle – å kvantifisere kvaliteter for å sammenligne, ordne, bruke vekt, måle utstyr osv.
4. å designe – å skape ei form eller design for et objekt.
5. å leke – å oppfinne og bli engasjert i leker og moro-aktiviteter hvor alle spillere skal følge ett sett med regler.
6. å forklare – å finne måter for å forklare eksistens av fenomener.

Oppleggene kan handle om for eksempel:

1) Historie i matematikk – tall og tall historie: tallenes opprinnelse og utvikling av moderne tallsystemet.
2) Tallmønstre
3) Språklige og skriftlige likheter og ulikheter – regnestrategiene, ulike måter å stille opp regnestykker på, huskeregler i ulike kulturer
4) Geometriske figurer, måleenheter, vekt osv. brukt i ulike kulturer for ulike formål
5) Generaliseringer og formlikhet
6) Figurtall
7) Ulike matematiske leker

Del I:

Det faglige innholdet i opplegget du har laget. Begrunn svaret ditt med tanke på kjerneelementer og valg av kompetansemål i LK20.

Diskusjonene kan kobles til kjerneelementer:

1) Utforskning og problemløsning
2) Resonnering og argumentasjon
3) Representasjon og kommunikasjon
4) Abstraksjon og generalisering
5) Matematiske kunnskapsområde: tall og tallforståelse, geometri, algebra

Og med kompetansemålene:

trinn 5:

- representere brøker på ulike måter og oversette mellom de ulike representasjonene
- utvikle og bruke ulike strategier for regning med positive tall og brøk og forklare tenkemåtene sine

trinn 6:

- utforske strategier for regning med desimaltall og sammenligne med regnestrategier for hele tall
- måle radius, diameter og omkrets i sirkler og utforske og argumentere for sammenhengen
- utforske mål for areal og volum i praktiske situasjoner og representere dem på ulike måter

- bruke ulike strategier for å regne ut areal og omkrets og utforske sammenhenger mellom disse

trinn 7:

- utvikle og bruke hensiktsmessige strategier i regning med brøk, desimaltall og prosent og forklare tenkemåtene sine
- representere og bruke brøk, desimaltall og prosent på ulike måter og utforske de matematiske sammenhengene mellom disse representasjonsformene

samt ***grunnleggende muntlige ferdigheter*** i matematikk.

Del II:

Hvordan ulik kulturell bakgrunn kan påvirke elevenes tankegang, regning og skrivemåte i matematikk. Hvilke kognitive konflikter som kan oppstå og hvordan du kan løse disse kognitive konfliktene.

Her kan studentene knytte det opp mot boka til Löwing og Kilborn. Da kan de for eksempel komme inn på:

1. Språklige konflikter, skriftlige konflikter, matematisk versus hverdagslig språk, begrepsdanning på ulike språk – disse kan være grunn til at det skapes kognitive konflikter hos flerkulturelle elever.
2. Hvordan en annerledes skriveretning (fra høyre til venstre) kan påvirke måten man regner ut oppgaver og skriver ned svaret på? Feiltolking av oppgaver og svar i slike tilfeller, og å avgjøre om elevenes resonnement er rett selv om svaret er feilskrevet.
3. Når det gjelder hvordan læreren kan hjelpe til med å løse opp disse konfliktene: her kan de for eks. nevne samarbeid med morsmålslærer, trene opp elevene i å bruke språk for å forklare matematiske begrepe, unngå å gå i den nedgående spiralen, la elvene jobbe med hverandre (kapittel 2 i Löwing og Kilborn).
4. Jeg tenker at her kan studentene diskutere de ulike oppstillingene (algoritmer) for de 4 regneartene (kapittel 6 i boka nevnt over) som er ulik i ulike land. Videre ligger det muligheter for å diskutere hvordan regning ved å bruke ulike algoritmer vender opp med samme svar.

Del III:

På hvilken måte kan de flerkulturelle elevene være en ressurs for klassen. Beskriv også hvordan flerkulturelle elevers forkunnskaper i matematikk kan brukes som en ressurs for å skape dialog og læring i matematikk.

Her kan studentene for eksempel komme inn på å:

1. Bruke flerspråklighet som ressurs – la elevene som kommer fra de ulike landene til å forklare og dele sine tenkemåter, regnemetoder og strategier med medelevene slik at de kan lære fra hverandre.
2. Å gi sjansen og oppmuntre flerkulturelle elever til å vise sin kompetanse og kunnskap i matematikk.
3. Å skape en delingskultur i klasserommet – ta opp historisk utvikling av matematiske ideer som utgangspunkt for å skape interessante diskusjoner og dialog blant elevene.
4. Bruke flere aktivitetene og lek fra ulike kulturer til å vise at matematikk er et produkt av innblanding fra flere ulike kulturer – få flerkulturelle elever og deres foreldre til å ta med deres matematikk inn i klasserommet.

Oppgave 2:

a) Gjør rede for hvordan funksjonstenking kan være viktig for algebraisk tenking?
b) Gi et eksempel på en oppgave som kan klassifiseres innen funksjonstenking.
    i) Gjør rede for hvordan du som lærer kan arbeide med denne oppgaven i en klasse. Du velger selv trinn. Argumenter for valg av oppgave ut i fra kjerneelementene og kompetansemål i LK20 samt teori om algebraisk tenkning.
    ii) Gjør rede for hvordan elevene kan arbeide med denne oppgaven med vekt på ulike representasjonsformer.

c) Løs oppgaven nedenfor:

    i) Hvis du maler kuben. Hvor mange terninger i kuben er malt på 0, 1, 2 eller 3 sideflater?
    ii) Hva om du har en kube som er satt sammen av 64 mindre kuber, eller 125 mindre kuber. Hvor mange sideflater i kuben er malt på 0, 1, 2 eller 3 sider da?
    iii) Hva blir den generelle formelen for en N x N kube når det gjelder hvor mange sideflater som er malt på 0, 1, 2 eller 3 sider.

d) Hvordan kan du bruke denne oppgaven slik at elevene skal få mulighet til å utvikle en algebraisk forståelse? Argumenter ut i fra teori.
e) Hvilke muligheter ser du ved arbeid med denne oppgaven når det gjelder kjerneelementene og kompetansemål i algebra og aritmetikk ifølge læreplan i matematikk LK20?

Pensum som passer inn her:

- Blanton, M. (2008). Algebra and the elementary classroom: Transforming thinking, transforming practice.
- Carraher, D. W. & A. Schliemann (2007). Early Algebra.
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels.

- Mason, J. (2011). Å lære algebraisk tenkning.
- NB: Det kan være at studentene referere til annen aktuell teori i denne besvarelsen. Vi har oppfordret dem til å søke støtte i annen litteratur, for eksempel gjennom følgende arbeidskrav: «Individuell fagtekst (3000-4000 ord) innenfor tallbegrepet eller algebra basert på en undersøkelse i praksis. 100 sider valgfritt pensum knyttes opp mot denne oppgaven.» Det viktigste er ikke at de refererer til pensumlitteraturen angitt her, men at de kan argumentere ut i fra relevant litteratur.

a) I denne oppgaven bør studentene forklare hva funksjonstenkning er. For eksempel kan funksjonstenkning være å utforske figurmønster innebærer å lete etter mønster og strukturer, og se det generelle i hvordan mengdene i mønsteret varierer i forhold til hverandre. Dette er en form for algebraisk tenkning som dreier seg om å utvikle en bevissthet for hva generalitetene i det algebraiske språket faktisk uttrykker (Mason, 2011).

b) Studentene kan enten lage en oppgave selv, eller vise til en oppgave de har funnet og begrunne hvorfor denne oppgaven kan klassifiseres innen funksjonstenkning. Oppgaven er laget åpen med tanke på valg av trinn siden det er studenter fra 1-7 og 5-10 som tar eksamen.

c)

	3malte flater	2 malte flater	1 malt flate	0 malte flater
2x2x2 terning	8	0	0	0
3x3x3 terning	8	12 (12x1)	6 (6x1x1)	1 (1x1x1)
4x4x4 terning	8	24 (12x2)	24 (6x2x2)	8 (2x2x2)
5x5x5 terning	8	36 (12x3)	54 (6x3x3)	27 (3x3x3)
nxnxn terning	8	12 x (n-2)	6 $(n-2)^2$	$(n-2)^3$

3 malte flater: Konstant. De 8 hjørnene i terningen.
2 malte flater: Det er 12 kanter på terningen. På en 3x3x3 terning er det 1 terning på hver av de 12 kantene. På en 4x4x4 terninger er det 2 terninger på hver av de 12 kantene osv.
1 malt flate: 6 flater på terningen multiplisert med antall «flater i midten av terningen.» For en 4x4x4 terning er det 2x2 terninger på en flate (som da multipliseres med 6 flater), for en 5x5x5 terning er det 3x3 terninger i en flate osv.
0 malte flater: Terningene «inne i kuben.» Altså en kube i kuben… Derfor blir det 8 (2x2x2) i en 4x4x4 terning, 27 (3x3x3) i en 5x5x5 terning osv.

Dette er bare et forslag. Det er mulig studentene velger andre måter å komme fram til en generell formel på. Uansett bør det komme tydelig fram hvordan de har kommet fram til den generelle formelen.

d) Det sentrale er å kunne generalisere fra et tallmønster. Det er flere f eks Blanton (2008) og Mason (2011) som skriver om denne type generalisering.

e) Studentene argumenterer ut i fra en eller flere valgte kjerneelementer og kompetansemål. Når det gjelder kompetansemål forventes det at de trekker fram både kompetansemål som går på algebra, men også på aritmetikk.
For eksempel har vi på 8.trinn (dette er bare veiledende eksempel) kompetansemål som passer for oppgave som handler om aritmetikk og algebra:

    - brukepotenser og kvadratrøtter i utforsking og problemløsing og argumentere for framgangsmåter og resultater
    - utvikle og kommunisere strategier for hoderegning i utregninger
    - utforske algebraiske regneregler
    - beskrive og generalisere mønstre med egne ord og algebraisk

Læringsutbyttebeskrivelser for Mat 402

Kunnskap
Kandidaten

- har inngående kunnskap om den historiske utviklingen av ulike aspekter knyttet til tallbegrepet
- har inngående kunnskap om elevers forståelse for de fire regneartene, brøk desimaltall og prosent
- har inngående kunnskap om prealgebra og elevers tallforståelse
- har kunnskap om elevers forståelse for algebra
- har kunnskap om matematiske begreper og algoritmer i ulike kulturer
- har inngående kunnskap om ulike grunnleggende tema innen tallteori som er relevante for arbeid på barnetrinnet
- har inngående kunnskap om betydningen av semiotiske representasjoner for begrepslæring i matematikk

Ferdigheter
Kandidaten

- kan gjøre greie for betydning av tallbegrepets historiske utvikling og dets grunnlag for matematikkundervisning på barnetrinnet
- kan bruke kunnskap innen tallteori og prealgebra til å planlegge og analysere undervisning
- kan utvikle, gjennomføre og evaluere forskning om begrepslæring i matematikk, og bruke dette til å analysere episoder fra praksis
- kan kritisk anvende forskningsbasert kunnskap om tallbegrep og prealgebra til utforsking av nye problemområder

Generell kompetanse
Kandidaten

- har kunnskap om matematikk som et fag i utvikling
- kan anvende avansert faglig kunnskap til å styrke internasjonale og flerkulturelle perspektiver

Vurderingskriterier

	Betegnelse	Generell og fagspesifikk beskrivelse av vurderingskriteriene
A	**Fremragende**	Fremragende prestasjon som klart utmerker seg. Kandidaten viser svært god vurderingsevne og stor grad av selvstendighet. Fagteksten er klar og presis med korrekt bruk av notasjon og fagterminologi. Kandidaten viser stor faglig oversikt over tema. Formelle krav er oppfylt.
B	**Meget god**	Meget god prestasjon. Kandidaten viser meget god vurderingsevne og selvstendighet. Fagteksten er klar og med stort sett riktig bruk av notasjon og fagterminologi. Kandidaten viser god faglig oversikt over tema. Formelle krav er oppfylt.
C	**God**	Jevnt god prestasjon som er tilfredsstillende på de fleste områder. Kandidaten viser god vurderingsevne og selvstendighet på de viktigste områdene. Fagteksten er grei å forstå, men har noen mangler i for eksempel bruk av notasjon og fagterminologi. Kandidaten viser en faglig oversikt over tema. Formelle krav er oppfylt.
D	**Nokså god**	En akseptabel prestasjon med noen vesentlige mangler. Kandidaten viser en viss grad av vurderingsevne og selvstendighet. Fagteksten er stort sett forståelig, men kan ha en god del mangler i bruk av notasjon og fagterminologi. Kandidaten viser en tilfredsstillende oversikt over tema. Formelle krev er oppfylt.
E	**Tilstrekkelig**	Prestasjonen tilfredsstiller minimumskravene, men heller ikke mer. Kandidaten viser liten vurderingsevne og selvstendighet. Fagteksten er stort sett forståelig, men røper klare feil og misforståelser. Kandidaten har noe oversikt over tema. Formelle krav er oppfylt.
F	**Ikke bestått**	Prestasjon som ikke tilfredsstiller de faglige minimumskravene. Kandidaten viser både manglende vurderingsevne og selvstendighet. Fagtekster som bare viser forståelse av en avgrenset del av temaet, vil normalt havne i denne kategorien. Formelle krav er ikke oppfylt.