MAT103

Algebra, funksjoner og geometri II

1-7

SENSORVEILEDNING

Vurderingskriterer side 2 og 3

Den inneholder fasit og forslag eller kommentarer til ulike fremgangsmåter.

Generelt skal studentene begrunne alle sine svar og vise utregning.

Fagspesifikke karakterbeskrivelser:

Beskrivelsen under er veiledende i forhold til å sette karakter, derfor må besvarelsen også vurderes i sin helhet.

Symbol	Betegnelse	Beskrivelse
A	Fremragende	Generelt: Fremragende prestasjon der kandidaten har løst problemer som krever fantasi og innsikt. Besvarelsen viser at kandidaten fullt ut behersker både de begrepsmessige, regnetekniske og anvendelsesmessige delene av emnet. Fremstillingen er klar og presis med korrekt bruk av notasjon og fagterminologi. Noen få mindre feil eller blanke punkter kan tillates. Klart ca 95% av besvarelsen
B	Meget god	Generelt: Meget god prestasjon der kandidaten har løst problemer som går utover det rutinemessige, og som krever god oversikt over emnet. Besvarelsen viser meget god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset. Fremstillingen er klar og med stort sett riktig bruk av terminologi og notasjon.

		Klart ca 80% av besvarelsen
C	God	Generelt: Gjennomsnittlig prestasjon der kandidaten har løst oppgaver av middels vanskelighetsgrad fra de fleste deler av kurset. Besvarelsen viser god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har ikke i særlig grad klart å anvende sine ferdigheter og kunnskaper på oppgaver som går ut over det rutinemessige. Fremstillingen er grei å forstå, men kan ha en del formelle mangler. Klart ca 60% av besvarelsen
D	Nokså god	Generelt: Prestasjon under gjennomsnittet der kandidaten har løst eller kommet et stykke på vei med oppgaver fra flere sentrale deler av kurset. Besvarelsen viser kjennskap til de viktigste teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har vanskelig for å komme helt i mål selv på rutinepregede oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men kan ha en god del formelle mangler. Klart ca 47% av besvarelsen
E	Tilstrekkelig	Generelt: Prestasjon som tilfredsstiller minimumskravene, men heller ikke mer. Besvarelsen viser at kandidaten har kjennskap til begreper, teknikker og anvendelser fra flere deler av kurset, og at han/hun til en viss grad kan bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men røper klare feil og misforståelser. Klart ca 40% av besvarelsen
F	Ikke bestått	Generelt: Prestasjon som ikke tilfredsstiller minimumskravene. Besvarelsen viser at kandidaten har manglende kjennskap til sentrale teknikker,

		begreper og anvendelser, eller manglende evne til å bruke sine kunnskapene til å løse oppgaver. Besvarelser som bare viser beherskelse av en avgrenset del av emnet, vil normalt havne i denne kategorien.

Emnekode:	**Emnenavn:**
LMBMAT10320-1 22V	**MAT103 Algebra, funksjoner og geometri II (1-7)**
Dato: 27. okt 2022	**Eksamenstid:** 09:00 – 15:00
Hjelpemidler: Numerisk kalkulator	**Faglærere:** Ali Ludvigsen Audun Rojahn Olafsen

Om eksamensoppgaven og poengberegning:

Oppgavesettet består av **5** sider inklusiv denne forsiden.

Kontroller at oppgaven er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

7 oppgaver skal besvares og teller som angitt ved sensurering.

Dere må vise utregninger eller begrunne svarene.

Sensurfrist:

Karakterene er tilgjengelige for studenter på Studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. www.hiof.no/studentweb

Høgskolen i Østfold

Oppgave 1)

a) Oppgave 1) 15 %

Regn ut (vis utregning)

i) $2\cdot(3-4)+3\cdot(5-2)-(-3) = -2+9+3 = 10$

ii) $10\cdot(11-10)-(5-7)+(-1)^2 = 10+2+1 = 13$

b) Bruk potensreglene og regn ut (vis utregning)

i) $(2ab)^3 = 2^3\cdot a^3\cdot b^3 = \underline{\underline{8a^3b^3}}$

ii) $y^{-3}\cdot(y^3)^4\cdot y^0 = y^{-3}\cdot y^{3\cdot 4}\cdot 1 = y^{-3+12} = \underline{\underline{y^9}}$

c) (Kvadratsetningene) Hvilke uttrykk er lik $(x+3)^2$

a)	$x^2 + 3x + 3x + 9$	Riktig
b)	$(x + 3)(x + 3)$	Riktig
c)	$x^2 + 3^2 + 3x$	Galt
d)	$x\cdot(x + 3) + 3\cdot 3$	Galt
e)	$x^2 + 6x + 9$	Riktig

Oppgave 2) 6%

Løs likningene

a)

$2x^2 - 4x = 0$

$x\cdot(2x-4) = 0$

$x = 0 \;\; eller \;\; 2x-4 = 0$

$\underline{\underline{x = 0 \;\; eller \;\; x = 2}}$

b)

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$A = 1,\ B = 1,\ C = -6$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$x = \frac{-1+5}{2} \quad eller \quad x = \frac{-1-5}{2}$$

$$\underline{\underline{x = 2 \quad eller \quad x = -3}}$$

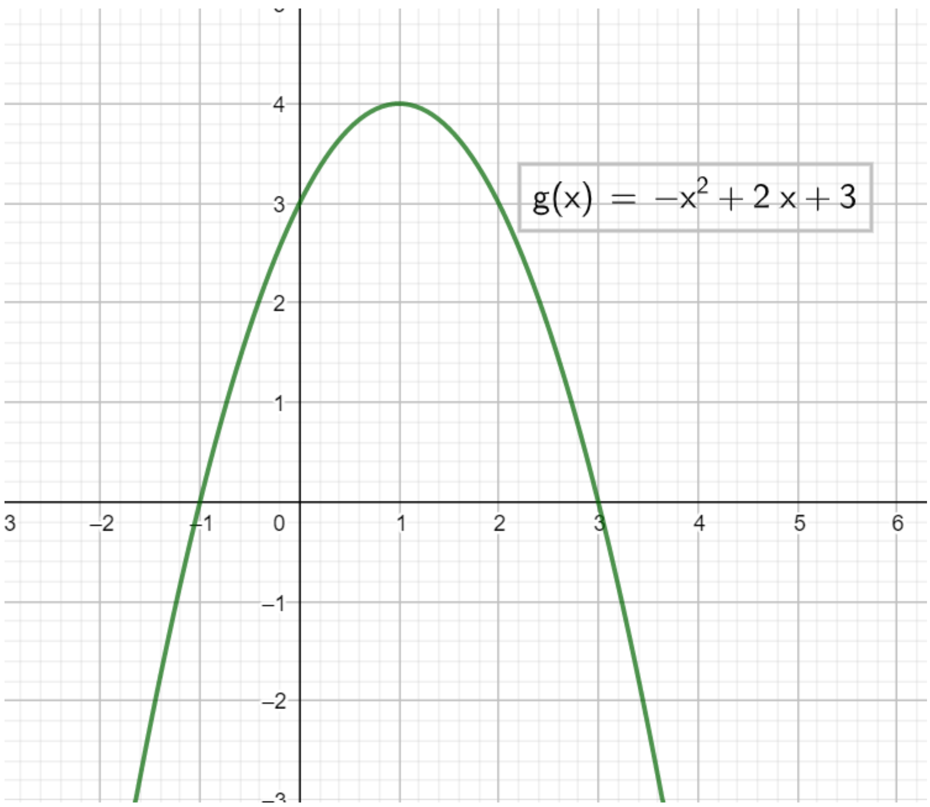
Oppgave 3) 16%

Funksjonen $g(x) = -x^2 + 2x + 3$ er gitt.

a) **Finn skjæringspunktene mellom grafen og koordinataksene.**
   Skjæring med y-aksen:
   $g(0) = 3$
   Skjæring med x-aksen:
   $g(x) = 0$
   $-x^2 + 2x + 3 = 0$
   (-1, 0) og (3, 0)

b) Regn ut ekstremalpunktet
   To måter; enten bruke symmetrilinje direkte eller derivere først.
   Symmetrilinja: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(2)}{2\cdot(-1)} = 1$
   Alternativ løsning: middelverdien av nulpunkter: (-1+3)/2=1
   Toppunkt: $g(1) = 4$ dvs (1, 4)

c) **Tegn grafen**



d) Hva er den lineære funksjonen som går igjennom punktene (1,-1) og (4,2)?

y = x -2

Studenten kan finne det uttrykket ved å:.
1) finne det grafisk ved å tegne punktene i grafen over, eller
2) bruke topunktsformelen.

Oppgave 4) 20%

a) Deriver funksjonene

$$f(x) = 3x + 2$$
$$f'(x) = 3$$

$$h(x) = 2x^3 - 3x^2$$
$$h'(x) = 6x^2 - 6x$$

b) Hva kan du bruke den deriverte til?

Forslagene kan være:

- å finne stigningstall til grafen i et gitt punkt.
- å benytte at stigningstallet er null i ekstremalpunktet for å finne de.
- mm

Gitt funksjonen $h(x) = 2x^3 - 3x^2$

c) Regn ut h(1) og h(0).

$h(1) = 2(1)^3 - 3(1)^2 = 2 - 3 = -1$

$h(0) = 2(0)^3 - 3(0)^2 = 0 + 0 = 0$

d) Regn ut nullpunktene.

Nullpunkter:

$h(x) = 0$

$2x^3 - 3x^2 = 0$

$x^2\left(2x - 3\right) = 0$

Dette gir

$$\begin{cases} x^2 = 0 & \rightarrow x = 0 \\ 2x - 3 = 0 & \rightarrow x = \dfrac{3}{2} = 1,5 \end{cases}$$

Nullpunktene:

(0, 0) og (1,5 , 0)

e) **Regn ut ekstremalpunktene.**

$h(x) = 2x^3 - 3x^2$

$h'(x) = 6x^2 - 6x$

x verdiene i ekstremalpunktene:

$h'(x) = 0$

$$6x^2 - 6x = 0 \quad \Leftrightarrow 6x(x-1) = 0 \quad \begin{cases} 6x = 0 & \rightarrow x = 0 \\ x - 1 = 0 & \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

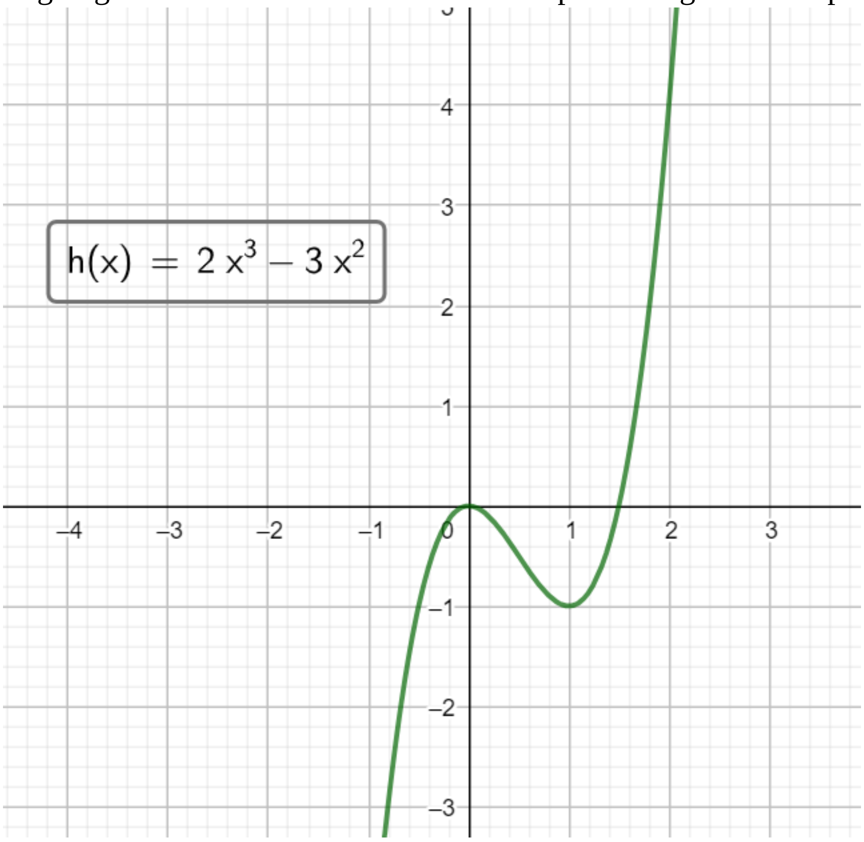
Ekstremalpunktene:

$$h(0) = 0$$
$$h(1) = -1$$

Toppunkt: (0, 0)
Bunnpunkt: (1, -1)

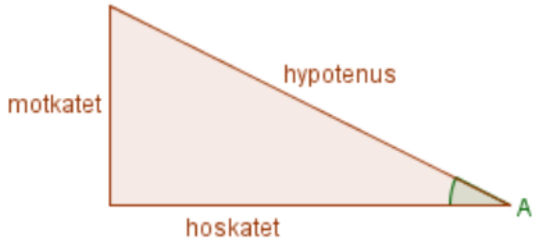
f) Lag skisse av grafen.

Tegningen bør ikke inneholde mer enn nullpunkter og ekstremalpunktene.



Oppgave 5) 12%

a) Ta utgangspunkt i en rettvinklet trekant og definer begrepene sinus, cosinus og tangens til en vinkel.



Sinus, cosinus og tangens er definert slik:

- $\sin(A) = \dfrac{\text{motstående katet}}{\text{hypotenusen}}$
- $\cos(A) = \dfrac{\text{hosliggend e katet}}{\text{hypotenusen}}$
- $\tan(A) = \dfrac{\text{motstående katet}}{\text{hosliggend e katet}}$

b)

. Vi kjenner motstående kateten og den hosliggende kateten til vinkelen mellom solstrålene og parkeringsplassen som kaller vi den for ”α ”.

$$\tan\alpha = \frac{motstående\ katet}{hosliggende\ katet} = \frac{12m}{20m} = \frac{3\cdot 4\cdot m}{5\cdot 4\cdot m} = \frac{3}{5}\ ,$$

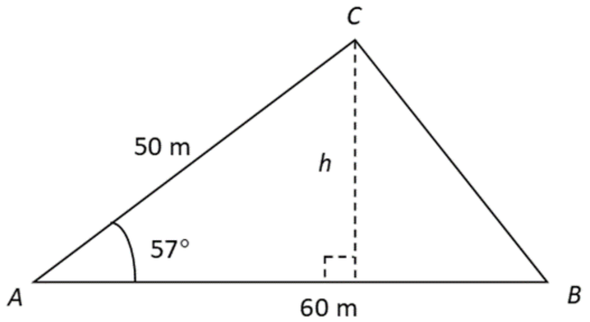
Dermed $\tan\alpha = \frac{3}{5}$. Vinkelen α finner vi ved å bruke invers trigonometri tasten på kalkulatoren $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) \approx 31°$.

c)

Vi kjenner arealformelen for en trekant

$$T = \frac{g \cdot h}{2}$$

Siden høyden står normalt på grunnlinjen, kan vi sette opp



$$\sin \angle A = \frac{h}{AC}$$

$$\sin 57^\circ = \frac{h}{50}$$

$$h = 50 \cdot \sin 57^\circ$$

Setter vi dette inn i arealformelen for trekanten, får vi

$$T = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{60 \cdot 50 \cdot \sin 57^\circ}{2} = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 50 \cdot \sin 57^\circ \approx 1258$$

Arealet av lekeområdet er ca. 1258 m^2

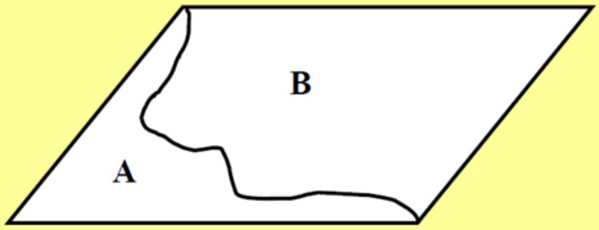
Oppgave 6) 16 %

Diagnostisk undervisning.

Et parallellogram er delt i to deler A og B slik figuren viser.

Hvilket av utsagnene nedenfor er riktig?

A) B har større omkrets enn A
B) B har mindre omkrets enn A
C) B har mindre areal enn A
D) A og B har samme areal
E) A og B har samme omkrets



a) Hvilke av svare alternativene er riktig? E)

b) Hvilke av svare alternativene er galt? Med unntatt alternativt E) resten er feil.

Ta for deg alternativ D) og forklar kort om hvordan du kan som lærer hindre slik misoppfatninger? Denne oppgaven avdekke misoppfatning om at elever tror at hvis to figurer har samme omkrets har de samme areal også. Det er viktig at lærere jobbe med figurer som har samme areal med ikke nødvendigvis samme omkrets. En annet mulig årsak kan være at elever blander begrepene omkrets og areal! Elver vet ikke forskjellen på disse begrepene. Derfor det er viktig å arbeide med konkret og praksis relaterte oppgaver. Som for eksempel lage gjerde på en flate stykke eller legge flis på en gitt gulv.

Problemløsing

a) Løs oppgaven under ved og vis hvordan du kan bruke Polyas strategier
1 Forstå problemet, 2) Lag en plan, 3) Utfør planen og 4) Kontroller og reflekterer.

En far var 62 år da datteren var 36 år. Hvor mange år er det siden hun var nøyaktig 1/3 av hans alder?
Oppgaven

I: En kan tolke oppgaven på to måter:
Hvor mange år er det siden hun var nøyaktig 1/3 av hans alder?
eller
Hvor mange år er det siden faren var nøyaktig 3 gang av datterens alder?

II: Prøve og feile, lage tabell eller sette opp likning

Løsningen:

Her vil jeg ta med strategien å løse oppgaven som likning.

$$\frac{62-x}{36-x}=3$$
$$62-x=3(36-x)$$
$$62-x=108-3x$$
$$3x-x=108-62$$
$$2x=46$$
$$x=\frac{46}{2}=23$$

Kontroller og reflekterer:

fars alder 62-23=39

Datteren alder 36-23=13

Altså $\frac{39}{13}=3$ som stemmer.

Oppgave 7) 15%

a) Gitt punktene A(1,1), B(4,3) og C(5 , -1) .Bestem vektorene $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{AC}$.

$$\begin{cases}\overrightarrow{AB}=[4-1\,,3-1]=[3\,,2]\\ \overrightarrow{AC}=[5-1,-1-1]=[4,-2]\end{cases}$$

b) Regn ut skalarprodukt av $\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AC}$

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=[3\,,2]\cdot[4,-2]=3\cdot 2+2\cdot(-2)=2$$

c) Gitt punkt D(2, y) . Bestem tallet y slik at vektoren $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{AD}$ står normal på hverandre.

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = [4-1\,, 3-1] = [3\,, 2] \\ \overrightarrow{AD} = [2-1,\, y-1] = [1,\, y-1] \end{cases}$$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \quad \Rightarrow$ vektoren står normal på hverandre, alttså $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AD}$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = [3\,, 2] \cdot [1,\, y-1] = 0$$

$$3 \cdot 1 + 2(y-1) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 3 + 2y - 2 = 0 \quad \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}$$

Punktet blir da D(1, -0,5)