Høgskolen i Østfold

MAT402 Sensorveiledning

Emnekode:	**Emne:**
LMBMAT40217 MAT402	MAT402 Ulike perspektiver på tallbegrepet og algebra (1-7)
LMUMAT40217 MAT402	MAT402 Ulikeperspektiver på tallbegrepet og algebra (5-10)
LMDMAT40221	Ulike perspektiver på tallbegrepet og algebra (Masterstudium Heltid og Deltid)
Varighet: 22.05.2023 – 26.05.2023	**Faglærer:** Pål E. O. Jom (emneansvarlig) (intern sensor) Shipra Sachdeva (intern sensor) Johan Bredberg (intern sensor) Ali Ludvigsen Khaled Jemai

Om eksamen:

Oppgavesettet er på fem sider inkludert forside. I oppgavesettet er det to oppgaver, men kandidaten skal kun besvare en av disse to oppgavene.

Retningslinjer ved eksamen:

Dersom det er noe i eksamensteksten som dere trenger avklaring på, er det mulig å stille spørsmål på e-post i Canvas til Pål E.O. Jom, før kl 12.00 mandag 22. mai. Spørsmålene vil bli besvart i løpet av mandagen. Det vil ikke bli svart på faglige spørsmål.

Sensurfrist: 19.06.2023

Karakterene er tilgjengelige for studenter i Studentweb.

Innhold

Opplysninger om eksamen

Dato: Mandag 22. mai – fredag 26. mai 2023.

Eksamensform: Hjemmeeksamen

Antall kandidater: Det er 62 studenter oppmeldt til eksamen. Det er studenter fra grunnskolelærerutdanning 1- 7, grunnskolelærerutdanning 5-10 og masterstudium studenter i matematikk.

Om eksamen i emnebeskrivelsen

Individuell skriftlig hjemmeeksamen.
Varighet: fem virkedager.
Dato: Uke 21, mandag 22.05.23 – fredag 26.05.23

Omfang: 3000 ord +/- 10 %.
Karakterregel: A-F.

Intern og ekstern sensor.

Lenke til emnebeskrivelsene:
Masterstudium i matematikkdidaktikk (heltid):
[LMDMAT40221 Ulike perspektiver på tallbegrepet og algebra (Vår 2023) – Høgskolen i Østfold (hiof.no)]

Masterstudie i matematikkdidaktikk (deltid):
[LMDMAT40221 Ulike perspektiver på tallbegrepet og algebra (Vår 2023) – Høgskolen i Østfold (hiof.no)]

19GLU 1-7:
[LMBMAT40217 MAT402 Ulike perspektiv på tallbegrepet og algebra (1-7) (Vår 2023) – Høgskolen i Østfold (hiof.no)]

19GLU 5-10:
[LMUMAT40217 MAT402 Ulike perspektiver på tallbegrepet og algebra (5-10) (Vår 2023) – Høgskolen i Østfold (hiof.no)]

Vurderingskriterier for eksamen

Kandidaten skal besvare en oppgave, enten oppgave 1 eller oppgave 2.
Oppgaven vurderes som en hel het, derfor kan en bestått besvarelse inneholde ubesvarte delspørsmål.

Symbol	**Betegnelse**	**Generell beskrivelse av vurderingskriteriene**
A	Framragende	Fremragende prestasjon som klart utmerker seg. Kandidaten viser svært god vurderingsevne og stor grad av selvstendighet i refleksjonene. Kandidaten både behersker begrepene, anvendelser og argumenter samt har meget god oversikt over sammenhengene. Teksten er klar og velorganisert med korrekt bruk av terminologi og kilder. Noen mindre unøyaktigheter kan tillates.
B	Meget god	Meget god prestasjon. Kandidaten viser meget god vurderingsevne og selvstendighet i refleksjonene. Kandidaten kan på en meget god måte gjøre rede for sentrale begreper, anvendelser og argumenter, og hun/han kan presentere viktige sammenhenger. Teksten er klar med riktig bruk av terminologi og kilder.
C	God	Jevnt god prestasjon som tilfredsstiller på de fleste områder. Kandidaten viser god vurderingsevne og selvstendighet på de fleste områder i refleksjonene. Kandidaten kan gjøre rede for hovedtrekkene i de fleste sentrale begreper, anvendelser og argumenter men presentasjonen viser tegn på manglende oversikt og/eller selvstendighet. Teksten er grei å forstå, men kan ha en del formelle mangler.
D	Brukbar	En akseptabel prestasjon med noen vesentlige mangler. Kandidaten viser en viss grad av vurderingsevne og selvstendighet i refleksjonene. Hun/han har kjennskap til de sentralene delene, men beskriver ikke begreper, anvendelser og argumenter på en fullverdig måte. Kandidaten viser tydelige tegn på manglende oversikt. Teksten er forståelig, men unøyaktig og med formelle mangler.
E	Tilstrekkelig	Prestasjonen tilfredsstiller minimumskravene, men heller ikke mer. Kandidaten viser liten vurderingsevne og selvstendighet i refleksjonene. Kandidaten har kjennskap til grunnleggende begreper og anvendelser, men har vanskelig for å beskrive argumenter og sammenhenger utover det aller mest grunnleggende. Teksten er stort sett forståelig, men røper klare feil og misforståelser.
F	Ikke bestått	Prestasjon som ikke tilfredsstiller de faglige minimumskravene. Kandidaten viser både manglende vurderingsevne og selvstendighet. Teksten inneholder ikke egne refleksjoner og kandidaten viser manglende kjennskap til sentrale begreper og anvendelser.

Løsningsforslag til eksamen

Løsningsforslaget er bare et forslag på hva en løsning av oppgaven kan inneholde. Det betyr at kandidaten kan komme med andre forslag enn hva som er i løsningsforslaget.

MAT402 Ulike perspektiver på tallbegrepet og algebra
Hjemmeeksamen
Løsningsforslag

Oppgave 1

a) Forklar ut i fra teori hva overgangen fra aritmetikk til algebra går ut på.

Løsningsforslag:

Overgangen fra aritmetikk til algebra:

- Prealgebra
- Tidlig algebra
- Funksjonstenkning

b) Du skal lage en egen matematikkoppgave og begrunne hvorfor den kan få elevene til å øve på det som Mason kaller «Å se det generelle gjennom det spesielle». Beskriv også hvordan dette kan kobles til Masons **MFA** [Manipulere, få-en-Forståelse-for, Artikulere] spiral. I tillegg skal ditt svar redegjøre for hvilke mål fra LK20 som kan dekkes gjennom arbeid med din oppgave.

Løsningsforslag:

Her har kandidaten stor valgfrihet. Punkter som et *mulig eksempelsvar* kan inneholde:

- For ulike positive heltallsverdier på N, skal elever undersøke dersom $N^3 – 1$ er delelig med N – 1? På mellomtrinnet ville fokus da være på å oppdage et mønster gjennom å eksperimentere med ulike positive heltall N, mens på ungdomstrinnet kan man i tillegg skrive ned og drøfte den algebraiske faktoriseringen
$$N^3 - 1 = (N - 1)(N^2 + N + 1).$$
- Gjennom å studere hva som skjer for ulike verdier på N [det spesielle], kan man oppdage et mønster [det generelle].
- Elever kan formulere om spørsmålet hvorvidt $N^3 – 1$ er delelig med N-1 som hvorvidt N^3 – 1 kan skrives som et produkt av N-1 og et annet tall, som kan hjelpe dem å få en forståelse av situasjonen. Deretter kan de uttrykke det de har oppdaget, først med ord og så prøve å formulere det med matematisk notasjon. Denne prosessen er i tråd med Masons MFA-modell.
- For denne oppgaven kan man betrakte kompetansemål slik «bruke sammensatte regneuttrykk til å beskrive og utføre utregninger» fra 7. trinn. Har man blikket mot ungdomsskolenivå kan man betrakte også «beskrive og generalisere mønstre med egne ord og algebraisk» fra 8. trinn og «utforske og

generalisere multiplikasjon av polynomer algebraisk og geometrisk» fra 10. trinn. Videre kan flere av kjerneelementene trekkes inn i svaret.

c) I en matematikkundervisning skal elevene arbeide med å fylle ut tabellen nedenfor.

Nummer i tallfølge	**Blå punkter**	**Røde punkter**	**Grønne punkter**	**Svarte punkter**	**Grå punkter**
1	1	2	4	8	16
2	3	6	12	24	32
3	5	10	20	40	48
4	7			56	
5					
6		22			
7	13		52		
8		30			128

1) Fullfør tabellen. Bruk algebraisk notasjon for å finne uttrykket for et generelt tall i hver av kolonnene, dvs for et generelt tall i hver av de 5 tallfølgene.

Løsningsforslag:

Nummer i tallfølge	**Blå punkter**	**Røde punkter**	**Grønne punkter**	**Svarte punkter**	**Grå punkter**
1	1	2	4	8	16
2	3	6	12	24	32
3	5	10	20	40	48
4	7	**14**	**28**	56	**64**
5	**9**	**18**	**36**	**72**	**80**
6	**11**	22	**44**	**88**	**96**
7	13	**26**	52	**104**	**112**
8	**15**	30	**60**	**120**	128

Generelle uttrykk for tallfølgene:
Blå punkter: Dette er oddetallene fra 1 og oppover.
Generelt uttrykk: $B_n = 2n - 1$
Røde punkter: Tallfølgen øker med 4. Generelt uttrykk: $R_n = 4n - 2$
Grønne punkter: Tallfølgen øker med 8.. Generelt uttrykk: $Gr_n = 8n - 4$
Svarte punkter: Tallfølgen øker med 16. Generelt uttrykk: $S_n = 16n - 8$
Grå punkter: Tallfølgen øker med 16. Generelt uttrykk: $G_n = 16n$

2) Hvorfor skal elevene arbeide med en slik oppgave? Argumenter ut fra teorien.

Løsningsforslag:
Relevante punkter:

- Oppgaven kan være med på å se på algebra som generalisert aritmetikk, se f.eks. deloppgave (a). Oppgaven kan ses på som et eksempel på tidlig algebra, der arbeid med aritmetikk kan betraktes som en del av algebra. Relevant pensumlitteratur kan være Berggren & Jom, Carraher & Schliemann.
- Oppgaven kan være med på å utvikle elevers funksjonstenkning. Arbeid med tabeller kan et brobyggende verktøy fra aritmetikk til algebra. Relevant pensumlitteratur kan være Kieran.
- Elever utvikler regneferdigheter samtidig som de utvikler algebraisk tenkning. Relevant pensumlitteratur kan være Blanton.

3) Diskuter din rolle som lærer når elevene arbeider med denne oppgaven og hvordan du forventer at elevene kommer til å arbeide med denne oppgaven.

Løsningsforslag:

- Elever kommer troligvis å først fylle ut tabellen som dekker de første 8 tallene i hver tallfølge. Mange kommer til å gjøre dette ved å arbeide kolonne-vis. Her kan du som lærer også få elever til å tenke radvis for å belyse funksjonstenkning. Relevant pensumlitteratur kan være Carraher & Schliemann.
- Elever kan arbeide med oppgaven selv eller i små grupper. Dette kan man som lærer variere for å få til variert undervisning. Som lærer kan du etterpå ha en diskusjon rundt oppgaven i plenum der studenter får dele sine tanker med hverandre.
- Elever kommer troligvis å arbeide i ulikt tempo. Og noen elever kommer automatisk å begynne å tenke på om man kan finne et generelt uttrykk for tallene i kolonnene, spesielt dersom klassen har arbeidet med lignende oppgaver tidligere. Om dette ikke skjer automatisk, kan du som lærer forsøke få elevene til å utforske om de kan finne et uttrykk for f.eks. det røde punktet i posisjon 50 og så i posisjon n. Relevant pensumlitteratur kan være Blanton.
- Svakere elever kan trenge hjelp med beregning av de manglende tallene i tabellen.
- Når tabellen er fullført, kan du som lærer sammen med elevene utforske dersom tallene i en gitt kolonne har noe felles? Det er nemlig viktig å stimulere elevers søk etter mønster (se f.eks. kjerneelementet «Utforsking

og problemløsing»). Man kan oppdage at tallene i første kolonnen er oddetall, mens tallene i neste kolonne er de som kan deles på 2 akkurat én gang, i neste kan tallene deles på 2 akkurat to ganger, i neste kan tallene deles med 2 akkurat tre ganger mens i siste kolonnen kan tallene deles med 2 (minst) fire ganger.

- Sterkere elever kommer troligvis å spørre seg hvorvidt det er sant at alle tallene i de fem kolonnene sammen danner mengden av alle positive heltall, og i sånn fall hvorfor. Igjen, som lærer er det viktig å være åpen for å se og drøfte mønster. Dersom du tegner ut punktene på tallinjen (se f.eks. Kjerneelementet «Representasjon og kommunikasjon» i LK20 samt Mason som skriver om bruk av ulike representasjoner), kommer også andre elever å bli nysgjerrige på dette. Dette spørsmålet kan man konkludere på ulike måter, for eksempel ved å benytte beskrivelsen av tallene i punktet ovenfor, eller ved å se at tallene 1-16 finnes med i akkurat én kolonne i kombinasjon med at samtlige kolonner åpenbart er periodiske med periode 16 (altså om for eksempel 30 finnes i en kolonne så inneholder denne kolonnen også 46 og 62 og 14 etc).

Eller

Oppgave 2

En lærer gir følgende oppgave til elevene:

> Eva drar på hyttetur i påsken sammen med begge sine foreldre og en lillebror på 3 år. Familien går på skitur en dag og tar med seg 6 kvikklunsj sjokolader og 10 klementiner. De tar en pause og setter seg for å spise sjokolader og klementiner som de fordeler likt mellom seg. Hvor mye kvikklunsj og hvor mange klementiner får Eva?

Det er en utenlandsk elev som nylig har flyttet til Norge og kommet i klassen. Læreren tilpasser oppgaven over til denne eleven på følgende måte:

Løs følgende:

1) $6 : 4 = ?$
2) $10 : 4 = ?$

Svar på følgende oppgaver og henvis til teori for å støtte resonnementet ditt.

a) Analyser oppgaven og undervisningssituasjonen over med tanke på den utenlandske eleven, og identifiser hvilke forandringer i oppgaven læreren bruker for å tilpasse oppgaven for denne eleven.

Løsningsforslag:

Litteratur: Löwing og Kilborn (2013).

Forventninger til svar: I denne oppgaven eliminerer læreren hele konteksten og informasjon rundt tallene for å tilpasse oppgaven for eleven. Denne forandringen blir bemerkes av Löwing og Kilborn (2013) som *reduksjon av tekst* for å eliminere at språket blir til hinder for å lære matematikk for eleven. Samtidig merkes det at læreren har brukt symbol « : » for *deling* mellom to tall. Det er usikkert om eleven er kjent med dette symbol eller ikke.

b) Hva er fordeler og ulemper med å tilpasse oppgaven på denne måten for den utenlandske eleven? Hvordan kan disse tilpassingene påvirke utvikling av matematiske ferdigheter hos denne eleven?

Løsningsforslag:

Litteratur: Löwing og Kilborn (2013).

Forventninger til svar:
Fordeler – Eleven får oppgaven med rene tall og det kan gjøre at eleven kan skjønne oppgaven bedre og kan løse oppgaven uten å gjøre feil, forutsatt at eleven er kjent med at symbol « : » står for *deling*. Fordelen med en slik tilpasning kan være at eleven får utviklet sine matematiske ferdigheter uavhengig av språk kunnskapene sine. Dette kan styrke elevenes selvtillit og mestringsfølelse innen matematikk og kan motivere eleven til å lære mer matematikk dersom vedkommende føler at det lykkes en med uavhengig av språket.

Ulemper – Læreren bruker en strategi for å undervise en utenlandsk elev som Löwing og Kilborn (2013) kategoriserer som «den nedgående spiralen». Gjennom en slik tilpasning mister oppgaven sin kontekst og språk som kan være viktig for eleven for å kunne komme i kontakt med den norske kulturen og sine medelever. Samtidig kan eleven lære å trekke viktig informasjon i form av tall og regneoperasjoner ut fra teksten for å kunne løse matematiske problemer. Denne evnen er viktig å ha for å forstå matematikk som en problemløsningsaktivitet, og for å kunne løse virkelige problemer ved å bruke matematikk. Eleven kan også miste muligheten for å lære seg språk og matematiske symboler ved å løse matematiske oppgaver som er tatt ut av konteksten.

c) Hvordan ville du som lærer ha tilpasset oppgaven og hjulpet den utenlandske eleven til å utvikle sine matematiske ferdigheter? Hvilke hjelpemidler ville du ha brukt og hvorfor?

Løsningsforslag:

Litteratur: Löwing og Kilborn (2013).

Forventninger til svar: Löwing og Kilborn (2013) foreslår at en lærer skal unngå å falle i «den nedgående spiralen» og skal gjerne jobbe på en språkutviklende måte. Læreren anbefales å koordinere med morsmålslærer for å designe og formulere oppgaven for elevene som sliter med språket. Videre foreslår de at utviklingen av elevenes matematiske ferdigheter skal ikke stå i fare for å stagnere på grunn av språket og at oppgaver bør gjerne formuleres på elevenes morsmål også inntil eleven lærer norsk. Det er også anbefalt at læreren tar utgangspunkt i begreper som kan utvikle kunnskaper til eleven både innenfor språk og matematikk som for eks. er høyere enn, er mindre enn osv. Et tett samarbeid mellom morsmålslærer, matematikklærer og elevenes foreldre foreslås.

d) Lag en oppgave for den utenlandske eleven hvor målet er å utvikle elevenes forståelse av divisjon (med og uten rest) samt ulike måter å representere divisjon og ulike divisjonsstrategier.

1. Kommenter hvordan du har tatt hensyn til at eleven ikke er kjent med det matematiske språket, notasjoner eller symboler som brukes i Norge for å lage oppgaven.
2. Beskriv hvordan du hadde gått fram for å jobbe med denne oppgaven sammen med eleven for å utvikle elevens forståelse og selvtillit.

Løsningsforslag:

Litteratur: Löwing og Kilborn (2013).

Forventninger til svar:

1. Her har kandidaten stor frihet når det gjelder å lage egen oppgave. Kandidaten kan bruke tegninger, konkreter, elevenes morsmål, andre symboler for divisjon, lage kunstige klasseromssituasjoner, m.m. for å lage oppgaven. Kandidaten kan undersøke den vanlige måten å dividere på i elevenes hjemland/kultur og både morsmålslærer og elevenesforeldre kan brukes som ressurser til å skrive tekst notasjoner og symboler slik at eleven kan forstå oppgave.

2. Löwing og Kilborn (2013) viser til ulike måter å representere divisjon på og ulike divisjonsstrategier i kapittel 6 og kandidaten kan ta utgangspunkt i disse strategiene og representasjoner. Kandidaten kan begynne med å undersøke elvenes forkunnskaper om divisjon og gi noen oppgaver til eleven for å finne ut hvilken representasjon og strategi eleven selv er kjent med. Deretter kan det arbeides videre med å vise ulike divisjonsstrategier for eleven en etter en. Disse strategiene kan vises ved å bruke representasjon og notasjon som eleven er kjent med. Samtidig bør eleven få løse noen oppgaver ved å bruke ulike strategier, men på den representasjon som eleven er kjent med.
   Når eleven blir komfortabel med ulike divisjonsstrategiene og kan løse divisjonsoppgaver ved å bruke disse, kan eleven introduseres for ulike representasjoner for divisjon. I neste steg kan eleven få konkrete oppgaver hvor eleven får friheten til å løse oppgaven ved å bruke den strategien eleven selv er komfortabel med først og *en til* slik at eleven kan øke både forståelsen og selvtillit i matematikk.

Kvalitative beskrivelser av karakterer

Universitets – og høgskolerådet har utformet disse generelle, kvalitative beskrivelsen av de ulike karakterene:

symbol	betegnelse	generell, ikke fagspesifikk beskrivelse av vurderingskriterier
A	fremragende	Fremragende prestasjon som klart utmerker seg. Kandidaten viser svært god vurderingsevne og stor grad av selvstendighet.
B	meget god	Meget god prestasjon. Kandidaten viser meget god vurderingsevne og selvstendighet.
C	god	Jevnt god prestasjon som er tilfredsstillende på de fleste områder. Kandidaten viser god vurderingsevne og selvstendighet på de viktigste områdene.
D	nokså god	En akseptabel prestasjon med noen vesentlige mangler. Kandidaten viser en viss grad av vurderingsevne og selvstendighet.
E	tilstrekkelig	Prestasjonen tilfredsstiller minimumskravene, men heller ikke mer. Kandidaten viser liten vurderingsevne og selvstendighet.
F	ikke bestått	Prestasjon som ikke tilfredsstiller de faglige minimumskravene. Kandidaten viser både manglende vurderingsevne og selvstendighet.

Læringsutbyttebeskrivelsene for kurset

Kunnskap

Studenten

har inngående kunnskap om den historiske utviklingen av ulike aspekter knyttet til tallbegrepet	K1
har inngående kunnskap om elevers forståelse for de fire regneartene, brøk desimaltall og prosent, negative tall og utvikling av tallforståelse	K2
har inngående kunnskap om prealgebra og elevers forståelse av algebra	K3
har kunnskap om matematiske begreper og algoritmer i ulike kulturer	K4
har inngående kunnskap om ulike grunnleggende tema innen tallteori som er relevante for arbeid i skolen	K5
har inngående kunnskap om betydningen av semiotiske representasjoner for begrepslæring i matematikk	K6

Ferdigheter

Studenten

kan gjøre greie for betydning av tallbegrepets historiske utvikling og dets grunnlag for matematikkundervisning i skolen	F1
kan bruke forskningsbasert kunnskap innen tallteori og algebra til å planlegge og vurdere undervisning og bruke dette til å analysere episoder fra praksis	F2

kan kritisk anvende forskningsbasert kunnskap om tallbegrep og algebra til utforsking av nye problemområder	F3

Generell kompetanse

Studenten

har kunnskap om matematikk som et fag i utvikling	G1
kan anvende avansert faglig kunnskap til å styrke internasjonale og flerkulturelle perspektiver	G2

Oversikt over pensumlitteraturen (i alfabetisk orden fra semesterplanen)

Anghileri, J. (2006). Teaching Number Sense, 2nd edn. London: Continuum.

Berggren & Jom (2022). Algebra i overgangen fra barnetrinnet til ungdomstrinnet.

Bishop, Alan J, «Mathematics Education in Its Cultural Context», *Educational studies in mathematics*, 19.2 (1988), 179–91

Blanton, Maria L., *Algebra and the elementary classroom: transforming thinking, transforming practice* (Portsmouth, N.H.: Heinemann, 2008)

Burton, David M, *The history of mathematics : an introduction*, 7th ed. (New York: McGraw-Hill, 2011)

Carraher, D.W, og Schliemann, A., «Powerful ideas in elementary school mathematics», i *Handbook of international research in mathematics education*, av Lyn D English (redaktør/forfatter av forord/forfatter), red. Lyn D English, David Kirshner, og Hugh Burkhardt, 3rd ed. (New York: Routledge, 2016), s. 662–86

Carraher, D. W., og A. Schliemann, «Early Algebra», i *Second handbook of research on mathematics teaching and learning Vol. 2*, red. Frank K. Lester (Charlotte, N.C.: Information Age, 2007), VOL. 2, 669–706

Ernest, P., «The culture of the mathematics classroom and the relations between personal and public knowledge: An epistemological perspective», i *The Culture of the mathematics classroom*, red. Falk Seeger, Jörg Voigt, og Ute Waschescio (Cambridge: Cambridge university press, 1998), s. 245–68

Faulkner (2009). The Components of Number Sense – An Instructional Model for Teachers.

Fosnot, C.T. & Dolk, M., *Young mathematicians at work : constructing number sense, addition, and subtraction*, red. Maarten Dolk (Portsmouth, N.H.: Heinemann, 2001)

Fosnot, C. T. & Dolk, M., *Young mathematicians at work : constructing multiplication and division*, red. Maarten Dolk

Kaufmann, O. T. (2010). Elevenes første møte med multiplikasjon på skolen (s. 65-90).

Kieran, C., «Learning and teaching algebra at the middle school through college levels», I *Second handbook of research on mathematics teaching and learning Vol. 2*, red. Frank K. Lester (Charlotte, N.C.: Information Age, 2007), VOL. 2, 707–62

Kilhamn (2011). Making sense of negative numbers (s 18 – 54).

Löwing, Madeleine, *Kulturmøter i matematikkundervisningen: eksempler fra 41 språk*, red. Hilde Strømsnes og Wiggo Kilborn (Oslo: Cappelen Damm akademisk, 2013)

Mason, John, *Å lære algebraisk tenkning*, red. Johan Lie, Alan Graham, og Sue Johnston-Wilder ([Bergen]: Caspar forl, 2011)

Naalsund, M. (2012). Why is algebra so difficult? A study of Norwegian lower secondary students' algebraic proficiency. PhD. UiO.

Rowland, T., «Between the lines: The language of Mathematics», i *Children's Mathematical Thinking in Primary Years: Perspectives on Children's Learning*, av Julia Anghileri (London: Bloomsbury Publishing Plc, 2005), s. 54–73

Rønning (2008). Hvordan tall blir til variable i arbeid med generalisering. Workshop i Stockholm

Sfard, Anna, «On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on Processes and Objects as Different Sides of the Same Coin», *Educational studies in mathematics*, 22.1 (1991), 1–36

Sherin, Bruce, og Karen Fuson, «Multiplication Strategies and the Appropriation of Computational Resources», *Journal for research in mathematics education*, 36.4 (2005), 347–95

Sletten (2015). Argumentasjon i algebra. Masteroppgave der vi fokuserer på hvordan elevene argumenterer for mønster og generalisering.