SENSORVEILEDNING

NASJONAL DELEKSAMEN I MATEMATIKK FOR GRUNNSKOLELÆRER - UTDANNINGEN

GLU 1 – 7

BOKMÅL

Dato: 30.11.20

Eksamenstid: **kl. 09.00 – 13.30**

(inklusiv 30 min. til å laste opp evt. bilder og kontrollere innsendelsen av besvarelsen)

Hjelpemiddel: **Alle**

Det er kandidatens eget ansvar å sørge for at det av besvarelsen går tydelig frem hvordan hver enkelt oppgave er løst.

Oppgavesettet inneholder **8 oppgaver**, totalt **21 deloppgaver**.
Maksimalt antall poeng er 30.

Maksimalt poeng pr oppgave:

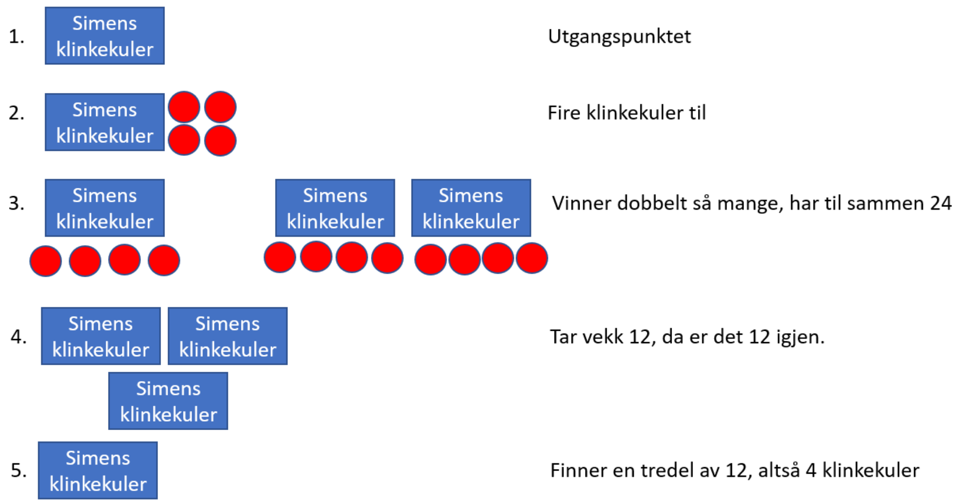
1			2		3			4		5				6			7		8	
a)	b)	c)	a)	b)	a)	b)	c)	a)	b)	a)	b)	c)	d)	a)	b)	c)	a)	b)	a)	b)
1	2	1	2	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	1	1

Oppgave 1

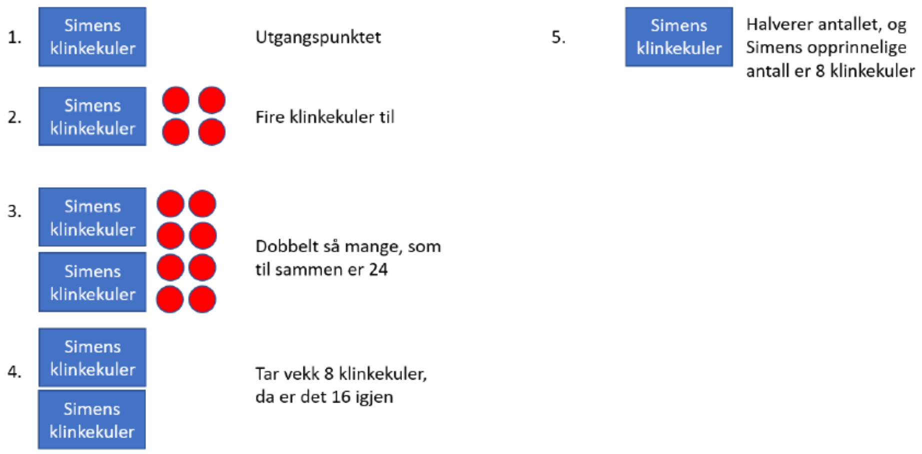
Simen spiller med noen klinkekuler. Han vinner fire til. Deretter vinner han dobbelt så mange som han nå har. Etter spillet er ferdig har han 24 klinkekuler. Hvor mange klinkekuler hadde Simen før han startet å spille?

a) Bruk en illustrasjon til å løse oppgaven.

1 poeng. Kandidaten setter opp en illustrasjon hvor det riktige svaret på oppgaven tydelig fremgår. Ett eksempel på en illustrasjon kan være:



Det tillates også 1 poeng for en løsning med denne tolkningen av oppgaveteksten etter interne diskusjoner i ressursgruppa.



0 poeng. Kandidaten setter opp en illustrasjon hvor det ikke går klart frem hva det riktige svaret på oppgaven er, eller annet mangelfullt svar som ikke tilfredsstiller 1 poeng.

En elev har kommet med denne løsningen:

10 + 4 + 10 + 4 = 28
9 + 4 + 9 + 4 = 26
8 + 4 + 8 + 4 = 24
Simen har 8 klinkekuler.

b) Hvilken løsningsstrategi bruker eleven til å løse oppgaven? Når egner en slik strategi seg?

2 poeng. Kandidaten svarer at eleven løser oppgaven ved hjelp av å systematisk gjette og sjekke om antagelsen stemmer overens med resultatet. Kandidaten svarer også at strategien egner seg når likningene f.eks. inneholder koeffisienter eller røtter som ikke gjør det unødvendig komplisert å sammenligne høyre og venstre sider. Strategien egner seg spesielt når svaret er et heltall, som ikke har for stor absoluttverdi. Kandidaten behøver ikke benytte disse fagbegrepene for å få full uttelling.

1 poeng. Kandidaten svarer at eleven løser oppgaven ved hjelp av å systematisk gjette og sjekke om antagelsen stemmer overens med resultatet.

Det gis likefult poeng for at kandidaten har tolket elevbesvarelsen dithen at den er korrekt og løst oppgaven deretter (altså i tråd med tolkning nr. 2 fra a)

c) Beskriv hvordan du kan veilede eleven til å løse oppgaven algebraisk. Ta utgangspunkt i elevens besvarelse.

1 poeng. Kandidaten skriver noe om å erstatte gjetningen til eleven med gradvis innføring av symbolsk algebra. En mulig besvarelse kan være å vise et eksempel på at man kan gå via synkopert algebra (noe tekst, noe symboler).

Det gis likefult poeng for at kandidaten har tolket elevbesvarelsen dithen at den er korrekt og løst oppgaven deretter (altså i tråd med tolkning nr. 2 fra a)

Oppgave 2

Under ser du tre oppgaver som omhandler algebraiske uttrykk:

Legg sammen 2 og $a + 3$

Legg sammen $5a$ og $3a$

Legg sammen $5a$ og $3b$

a) Vis hvordan du kan knytte løsningene til hver av de tre oppgavene til en passende kontekst.

2 poeng. Kandidaten behersker å knytte alle tre løsninger til en passende kontekst, dvs. kandidaten erstatter ikke variablene med et objekt.

1 poeng. Kandidaten behersker å knytte to av uttrykkene til en passende kontekst, dvs. kandidaten erstatter ikke variablene med et objekt.

b) Den tredje oppgaven i a) er eksempel på en diagnostisk oppgave. Forklar hvorfor i henhold til variabelbegrepet.

1 poeng. Kandidaten forklarer at oppgaven er diagnostisk fordi elever kan tolke variablene som navn på et objekt. For eksempel 5 appelsiner pluss 3 bananer.

Oppgave 3

Eksemplene under viser en hoderegningsstrategi for subtraksjon:

$$16 - 9 = 16 + 1 - (9 + 1) = 17 - 10 = 7$$
$$13 - 6 = 13 - 3 - (6 - 3) = 10 - 3 = 7$$

a) For begge eksemplene ovenfor, velg en egnet modell og begrunn med ord hvorfor hoderegningsstrategien fungerer.

2 poeng. Kandidaten viser ved egnet modell, f.eks. tall-linjen, at strategien fungerer i begge eksemplene og begrunner hvorfor dette stemmer.

1 poeng. Kandidaten viser ved egnet modell, f.eks. tall-linjen, at strategien fungerer i ett eller begge eksemplene med mangelfull begrunnelse.

0 poeng. Kandidaten viser ved egnet modell f.eks. tall-linjen at strategien fungerer i ett eller begge eksemplene uten forklaring eller har en forklaring uten modell i ett eller begge eksemplene.

b) Bruk symbolsk algebra til å begrunne hvorfor denne hoderegningsstrategien alltid fungerer.

1 poeng. Kandidaten viser ved symbolsk algebra at differansen alltid blir den samme om man legger til eller trekker i fra samme verdi i begge ledd når man subtraherer.

c) En lærer introduserer den distributive egenskap til elevene sine. For å motivere elevene gir læreren dem et eksempel på en hoderegningsoppgave der den distributive egenskap kan brukes til å forenkle beregningen. Avgjør hvilken av oppgavene i)–iv) nedenfor som er best egnet for lærerens formål. Begrunn avgjørelsen din.

i. $12 \cdot 29 + 12 \cdot 38 =$
ii. $17 \cdot 37 + 17 \cdot 63 =$
iii. $13 \cdot 13 + 15 \cdot 15 =$
iv. $16 \cdot 24 + 16 \cdot 24 =$

1 poeng. Kandidaten oppgir at ii) er den oppgaven som ved bruk av hoderegning vil forenkle beregningen mest.

Eksempel på begrunnelser kan være:
Ved bruk av den distributive egenskap så får en for hver av de fire oppgavene:

i) $12 \cdot 29 + 12 \cdot 38 = 12(29 + 38) = 12 \cdot 67$
ii) $17 \cdot 37 + 17 \cdot 63 = 17(37 + 63) = 17 \cdot 100$
iii) $13 \cdot 13 + 15 \cdot 15 = 13\left(13 + \frac{15}{13}\right) = 15\left(\frac{13}{15} + 15\right)$
iv) $16 \cdot 24 + 16 \cdot 24 = 16(24 + 24) = 16 \cdot 48 = 24(16 + 16) = 24 \cdot 32$

Her kan en observere at ved bruk av den distributive egenskap så vil en for oppgave ii) ende opp med enkel addisjon av enkle hele tall som til slutt gir en multiplikasjon som enkelt kan gjennomføres i hodet. Oppgave ii) er derfor den oppgaven som er best egnet til å illustrere hvordan den distributive egenskap kan brukes til å forenkle beregninger.

Oppgave 4

En elev mener at etterfølgende **likhet** er sann:

$$\frac{a+a}{a} = \frac{a+\cancel{a}}{\cancel{a}} = a$$

Eleven bruker følgende **talleksempel** for å vise dette:

$$\frac{2+\cancel{2}}{\cancel{2}} = 2$$

a) Vurder fremgangsmåten og svaret til eleven i talleksempelet.

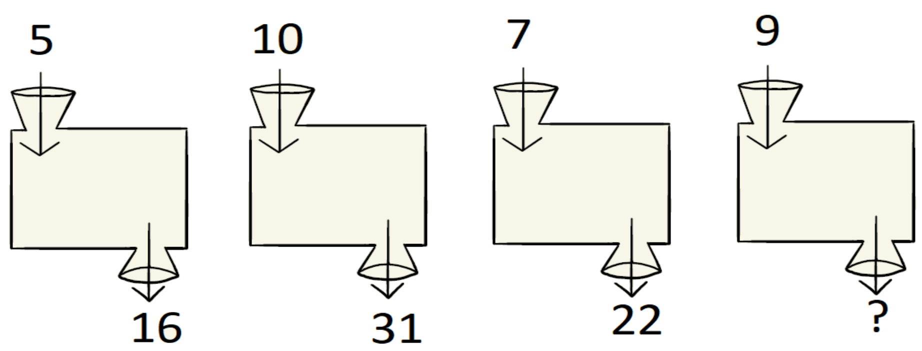
1 poeng: Kandidaten vurderer fremgangsmåten som gal, og det endelige svaret som korrekt.

b) Vurder elevens valg av talleksempel.

1 poeng: Kandidaten vurderer valg av talleksempel som upassende, ettersom likheten er sann selv med gal fremgangsmåte.

Oppgave 5

a) Figuren under viser en funksjonsmaskin med en gitt verdi inn og en gitt verdi ut. Hvilken verdi skal spørsmålstegnet erstattes med? Begrunn.



1 poeng. Kandidaten angir at 28 er riktig svar med en gyldig begrunnelse. Gyldige begrunnelse kan være beskrevet med ord, uten at et funksjonsuttrykk oppgis.

0 poeng. Kandidaten angir 28 som riktig svar, men ingen eller mangelfull begrunnelse.

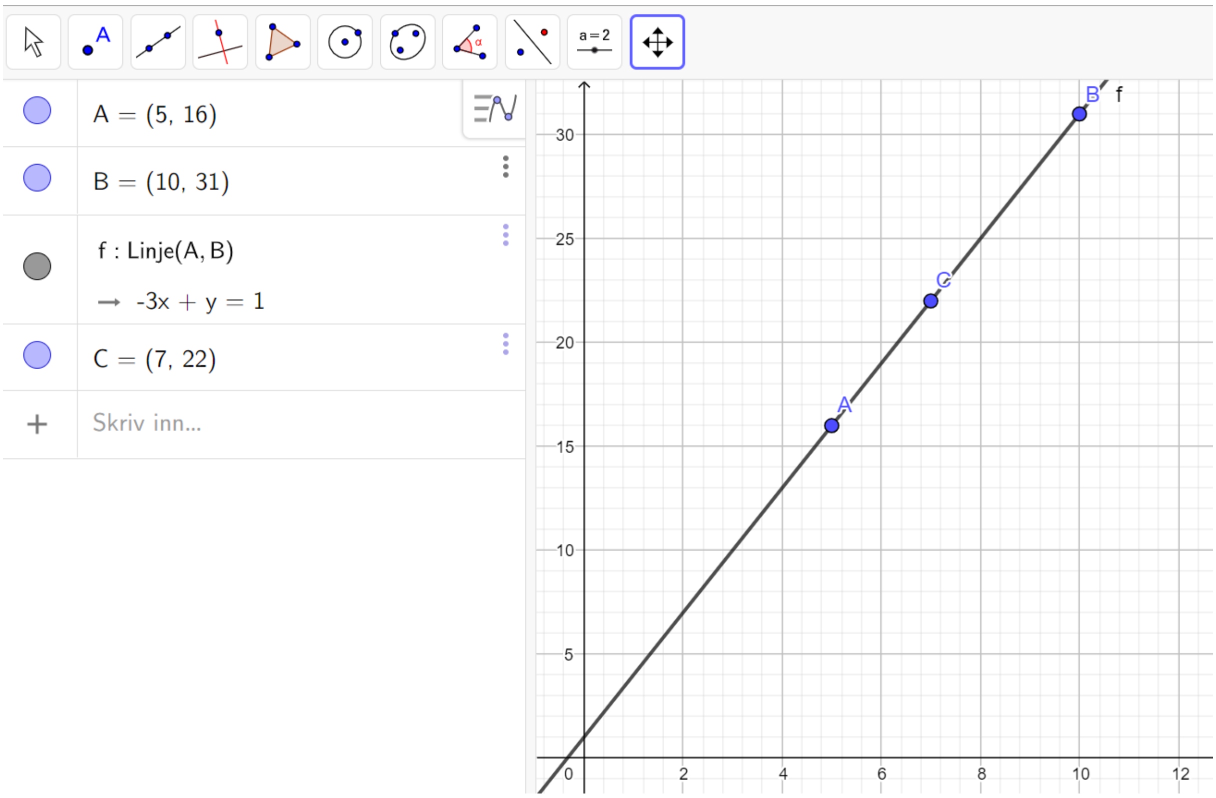
b) Hvilken representasjonsform for funksjoner kan denne funksjonsmaskinen være? Begrunn.

1 poeng. Kandidaten angir at representasjonsformen kan for eksempel være tabell og begrunner med f.eks. ved at man putter inn en x-verdi og at det kommer ut en funksjonsverdi $f(x)$, som i en tabell. Det kreves ikke tabell som oppgitt under.

x	5	10	7
$f(x)$	16	31	22

0 poeng. Dersom kandidaten angir at en representasjonsform, men med mangelfull eller uten begrunnelse.

En elev løste funksjonsmaskinoppgaven i GeoGebra som nedenfor:



c) Forklar hvorfor formelen for den rette linjen, $-3x + y = 1$ som GeoGebra genererer, er et funksjonsuttrykk for funksjonsmaskinen i a).

2 poeng. Kandidaten forklarer korrekt at formelen $-3x + y = 1$ er et funksjonsuttrykk, f.eks. ved å omforme $-3x + y = 1$ til $y = 3x + 1$. I tillegg forklarer kandidaten at likheten i formelen gjelder når vi setter inn de tre tallparene $x = 5$ og $y = 16$, $x = 10$ og $y = 31$ og $x = 7$ og $y = 22$ på venstre side og får svaret 1 hver gang. Alternativt kan kandidaten begrunne at likheten i formelen stemmer ved å påpeke at de tre punktene A, B og C ligger på grafen til $-3x + y = 1$.

1 poeng. Kandidaten forklarer korrekt at formelen er et funksjonsuttrykk, men viser ikke at de tre tallparene passer i formelen. Eventuelt at kandidaten setter inn de tre tallparene riktig, men har en mangelfull eller ingen begrunnelse for at formelen er et funksjonsuttrykk.

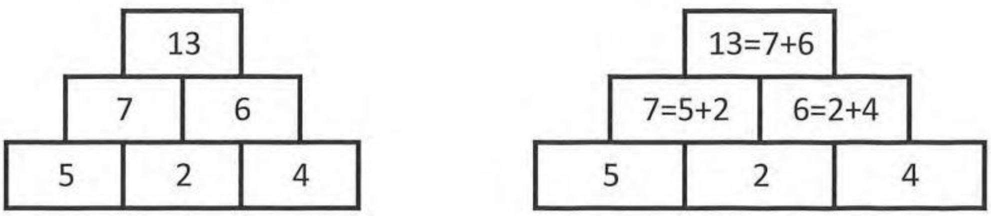
d) Hvordan kan man bruke $-3x + y = 1$ til å bestemme hva man kan putte inn i funksjonsmaskinen for å få ut svaret 46?

1 poeng kandidaten viser at vi kan sette $y = 46$ og dermed få ligningen $-3x + 46 = 1$. Denne ligningen løses korrekt, og kandidaten får 15 som svar. Det tillates også at kandidaten knytter besvarelsen sin korrekt til å grafisk finne løsningen ved å finne x-verdien til skjæringspunktet mellom grafen til $-3x + y = 1$ og den horisontale linja $y = 46$.

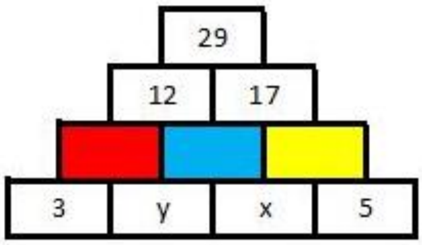
0 poeng for alt annet. F.eks. 0 poeng dersom ligningen $-3x + 46 = 1$ løses feil, eller dersom kandidatens grafiske løsning er mangelfull.

Oppgave 6

Under til venstre ser du eksempel på en tallpyramide med regnearten addisjon. Tallet i en rute svarer til summen av tallene i de to rutene under (som vist i tallpyramiden til høyre):



Gitt følgende tallpyramide:



a) Fullfør tallpyramiden ved å skrive tilhørende algebraiske uttrykk i de tomme boksene (markert rød, blå og gul). Bruk tallpyramiden til å vise at

$$x + 2y = 9$$
$$2x + y = 12$$

2 poeng. Kandidaten har satt inn riktig algebraisk uttrykk i de tomme boksene (den røde: $3 + y$, den blå: $y + x$, den gule: $x + 5$) og vist at uttrykket i den røde og blå boksen addert blir $x + 2y = 9$ og i den blå og gule addert blir $2x + y = 12$.

1 poeng. Kandidaten har fullført tallpyramiden ved å skrive tilhørende algebraisk uttrykk i de tomme boksene.

b) Vis to ulike måter du kan løse likningssystemet på:

$$x + 2y = 9$$
$$2x + y = 12$$

2 poeng. Kandidaten løser ligningssystemet med $x = 5$ og $y = 2$ på to ulike måter. Ulike måter å løse ligningssystemet på kan være addisjonsmetoden, innsettingsmetoden eller grafisk løsning.

1 poeng. Kandidaten løser ligningssystemet med $x = 5$ og $y = 2$ på en måte.

c) Gi to ulike argumenter for hvorfor arbeid med tallpyramide innebærer algebraisk tenkning.

Det er mulig å komme med flere argumenter for hvorfor arbeidet med en slik type oppgave innebærer algebraisk tenkning. Mulige argumenter kan være koblet til løsning av likninger og forståelse av likhetstegnet.

2 poeng. Kandidaten gir to ulike argumenter for at denne oppgaven handler om algebraisk tenkning. F.eks. argumenterer kandidaten for at ligninger og forståelse av likhetstegnet inngår i arbeidet med pyramiden.

1 poeng. Kandidaten har kun ett gyldig argument for at denne oppgaven handler om algebraisk tenkning.

Oppgave 7

a) Lag en illustrasjon som viser at produktet av et vilkårlig positivt partall og et vilkårlig positivt oddetall alltid er et partall. Gi i tillegg en kort forklaring til illustrasjonen din.

2 poeng. Kandidaten lager en illustrasjon som viser at ved å multiplisere et vilkårlig positivt partall og et vilkårlig positivt oddetall er produktet alltid et partall, og gir en forklaring som støtter opp illustrasjonen som blir gitt.

1 poeng. Kandidaten lager en illustrasjon som viser at ved å multiplisere et vilkårlig positivt partall og et vilkårlig positivt oddetall er produktet alltid et partall. Forklaringen til illustrasjonen mangler eller er mangelfull.

0 poeng. Kandidaten lager kun en forklaring uten illustrasjon.

b) Vi har f.eks. at $5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9 = 3^2$. Vis algebraisk at differansen mellom to påfølgende kvadrattall alltid må være et oddetall.

To påfølgende kvadrattall kan skrives som m^2 og $(m+1)^2$. Differansen av kvadratet av disse blir da:

$$(m+1)^2 - m^2 = m^2 + 2m + 1 - m^2 = 2m + 1$$

Der $2m+1$ er et oddetall, og vi har bevist at differansen mellom to påfølgende kvadrattall alltid må være et oddetall.

2 poeng. Kandidaten setter for eksempel opp og trekker sammen et generelt uttrykket for å vise at påstanden stemmer. Det godtas også at kandidaten viser og forklarer dette ved hjelp av en illustrasjon, hvor den generelle sammenhengen fremgår tydelig.

1 poeng. Kandidaten setter opp ett generelt uttrykk eller en illustrasjon uten forklaring.

Oppgave 8

Elever arbeidet med å tegne egne figurtall. Et krav i figurtallene er at det skal være et mønster som utvikler seg. En elev tegner de tre første figurene som har henholdsvis 3, 10 og 19 prikker.

a) Lag en tegning av hvordan de tre figurene kan se ut, der antallet prikker i figur 1 er 3, antallet prikker i figur 2 er 10 og antallet prikker i figur 3 er 19.

1 poeng. Kandidaten har tegnet figur 1 med 3 prikker, figur 2 med 10 prikker og figur 3 med 19 prikker. I tillegg kommer det tydelig frem av figurene at de har et mønster som utvikler seg.

b) Bestem en eksplisitt/direkte formel for antall prikker for mønsteret du laget i a). Vis sammenhengen mellom formelen og mønsteret.

1 poeng. Kandidaten har en eksplisitt/direkte formel for antall prikker som stemmer med mønsteret kandidaten har tegnet i a) og viser tydelig hvordan disse henger sammen.