


EKSAMEN

Emnekode: LSV4MAT20 V4	Emnenavn: V4: Algebra, funksjoner, geometri og måling II (5-10)
Dato: 19.05.2021	Eksamenstid: Kl. 9.00 – 15.00 (+ 30 min for filopplastning)
Hjelpemidler: Alle, utenom kommunikasjon Se dog nedenfor om bruk av digitale verktøy	Faglærere: Johan Bredberg (emneansvarlig) Natalia Bredrup
Om eksamensoppgaven og poengberegning: Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene. Oppgavesettet består av ni sider inklusiv denne forsiden. Oppgavesettet består av 9 oppgaver, og alle oppgavene skal besvares.  Kun på oppgaver markert med dette symbolet kan løsningen din bygge på bruk av digitale verktøy. Oppgavene er ulikt vektet (se antall prosent i parentes). Begrunn og forklar tydelig og grundig på hver av oppgavene. Lykke til!	
Sensurfrist: 9 juni 2021 Karakterene er tilgjengelige for studenter på Studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. www.hiof.no/studentweb	

Oppgave 1 (2 + 1 + 2 + 3 + 2 + 2 = 12 %)

- a) Lag en tekstoppgave om en realistisk situasjon. Den skal passe inn på ungdomstrinnet, og skal formuleres slik at svaret på oppgaven er funksjonen $y = 4x + 120$.
- b) Løs din egen oppgave, dvs. forklar veien fra din oppgavetekst til den gitte funksjonen.
- c) Skisser grafen til funksjonen.
- d) Med utgangspunkt i Janviers tabell, fortell hvilke overganger du har brukt i delene ovenfor.
- e) Skriv ned hva henholdsvis stigningstallet og konstantleddet er i tilfellet ovenfor, samt tolk disse i den realistiske situasjonen.
- f) Tegn grafen til $g(x) = 4x + 140$ i samme koordinatsystem som du brukte i din løsning til del (c). Finner du noen sammenheng mellom grafene? Begrunn ditt svar.

Oppgave 2 (4 + 3 = 7 %)

- a) Omkrets til en rettvinklet trekant er 36 dm, og en katet er 12 dm. Finn lengden til hypotenusen og den andre kateten ved hjelp av en likning.
- b) Løs likningen (finn begge løsningene) ved fullstendige kvadraters metode (annen fremgangsmåte gir ikke utdeling):

$$x^2 + 18x - 19 = 0$$

Oppgave 3 (3 + 3 + 2 = 8 %)



a) Tegn grafen til funksjon $y = \frac{5}{x}$ og bruk den til å løse ulikheten $\frac{5}{x} > 1$.

b) Løs ulikheten $\frac{5}{x} > 1$ algebraisk / ved regning.

c) En elev har løst ulikheten slik:

$$\begin{aligned}\frac{5}{x} &> 1 \\ \frac{5}{x} \cdot x &> 1 \cdot x \\ 5 &> x\end{aligned}$$

Du skal gi tilbakemelding på elevens løsning.

Oppgave 4 (2 + 2 + 7 = 11 %)

a) En elev forkorter uttrykket $\frac{x^2+4x-21}{x-3}$ slik:

$$\frac{x^2+4x-21}{x-3} = \frac{x \cdot (x+4) - 21}{x-3} = \frac{x+4-7}{-1} = -x+3$$

Hvilke tilbakemeldinger vil du som lærer gi? Vær konkret.

b) Faktoriser uttrykket $x^2 + 4x - 21$. Forklar hvordan du faktoriserer.

c) Det er gitt polynomet $P(x) = x^3 - 6x^2 - 61x + 210$.

- i. Forklar hvordan du uten bruk av langdivisjon kan vise at polynomet er delelig på $(x - 10)$.
- ii. Finn nullpunktene til polynomet $P(x)$.
- iii. For hvilke x -verdier er $P(x)$ positivt?

Oppgave 5 (2 + 2 + 2 = 6 %)

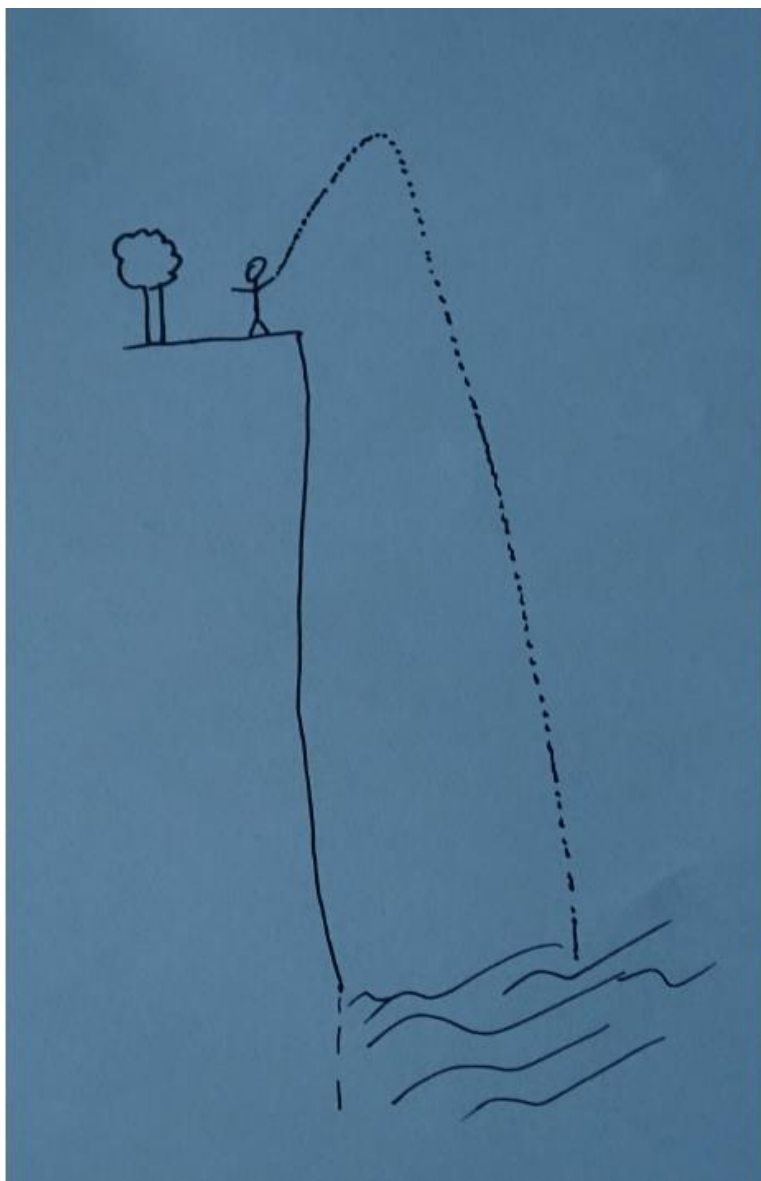
Du skal lage en problemløsningsoppgave for elevene, tema er «Likningsystemer», her er et forslag til en slik oppgave: «Pelle kjøper 2 kaker og 5 jus og betaler 110 kr. Kristina kjøper ___ kaker og ___ jus, og betaler ___ kr». Fyll inn manglende tall slik at svar på systemet er henholdsvis:

- a) kaker koster 10 kr, og jus koster 18 kr.
- b) systemet har ingen løsning.
- c) systemet har flere løsninger.

Husk på å gi forklaring.

Oppgave 6 (1 + 1 + 3 + 3 + 4 + 3 + 4 + 6 = 25 %)

Marcus står på en klippe og kaster en ball i luften som her på bildet nedenfor:



Vi er interessert i hvordan ballens høyde over havnivået forandrer seg fra det at ballen blir kastet til den etter å ha snudd til slutt lander med et plask i havet (se bildet) – det er gitt at ballens høyde over havnivået er

$$f(x) = -4,9x^2 + 29,4x + 78,4$$

meter etter x sekunder.

- a) Sett ord på hva konstantleddet 78,4 representerer i den virkelige konteksten.
- b) Beregn $f(4)$ og si hva det beskriver i den virkelige konteksten.
- c) I hver av de følgende tre påstandene fra elever finnes det en feil – din oppgave er å identifisere elevenes feil:
- i. Adam: $f(2) = 117,6$ og dette betyr at ballens høyde har økt med 117,6 meter i løpet av de to første sekundene.
 - ii. Burko:

$$f(2) - f(0) = -4,9 \cdot 2^2 + 29,4 \cdot 2 + 78,4 - (-4,9 \cdot 0^2 + 29,4 \cdot 0 + 78,4)$$

$$= -19,6 + 58,8 + 78,4 + 0 + 0 + 78,4$$

$$= 196$$
og dette betyr at ballens høyde over havnivået har økt med 196 meter i løpet av de to første sekundene.
 - iii. Charlene:

$$f(2) - f(0) = -4,9 \cdot 2^2 + 29,4 \cdot 2 + 78,4 - (-4,9 \cdot 0^2 + 29,4 \cdot 0 + 78,4)$$

$$= -19,6 + 58,8 + 78,4 + 0 - 0 - 78,4$$

$$= 39,2$$
og dette betyr at ballen har beveget seg 39,2 meter i løpet av de to første sekundene.
- d) Beregn $f'(1)$ samt beskriv hva dette betyr i den virkelige konteksten.
- e) Beskriv i detalj hvordan derivasjon kan bli brukt for å bestemme når ballen snur. Fortell også veldig kort om logikken bak denne fremgangsmåten. Og hvor høyt opp er ballen da den snur?
- f) Hva er verdimengden til funksjonen f ? Hva er definisjonsmengden til f ?

- g) Finn likningen til tangenten til f i punktet 4 ved hjelp av regning. Og tegn tangenten i samme koordinatsystem der også grafen til f skal inngå (du anbefales å spare tid gjennom å tegne tangenten rett inn i bildet nedenfor).

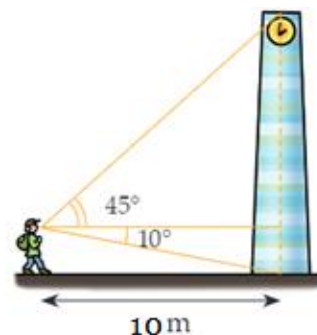


- h) Tangenten fra deloppgave (g) danner sammen med x -aksen og y -aksen et område. Finn arealet til dette området dels ved en tilnærming som hører hjemme på ungdomsskolen og dels ved en integrasjonstilnærming som hører hjemme på videregående skole.

Oppgave 7 (4 %)

Eleven Jenny lurer på hvordan man kan anvende trigonometri i praktisk sammenheng. Du ønsker å vise følgende oppgave til henne:

«En turist befinner seg 10 m fra et klokketårn som står på torvet. Han ønsker å beregne høyde på tårnet. Vinkelen når han ser på bunnen til tårnet er 10° i forhold til horisonten, og den er 45° når han ser på toppen. Hjelp turisten å beregne hvor høyt tårnet er, skriv svaret i meter, og rundt det av til tideler.»



Vis løsning på denne oppgaven slik du kunne ha presentert den for eleven.

NB: I denne oppgaven er det lov å bruke en enkel kalkulator uten grafisk vindu.

(*bildet er hentet fra www.soma.lv , hentedato: 28/04/2021)

Oppgave 8 (3 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 = 15 %)

Det er gitt at $\cos u = \frac{3}{4}$ og vinkel u ligger i 1. kvadrant

- Vis hvordan du kan finne eksakt verdi av $\sin u$ ved regning.
- Vis hvordan du kan finne eksakt verdi av $\tan u$ ved regning.



- Vis hvordan du kan anslå $\sin u$ verdi ved avlesning av sinus akse, og sammenlikn med resultatet du fikk i oppgave (a).



- Vis hvordan du kan anslå $\tan u$ verdi ved avlesning av tangens akse, og sammenlikn med resultatet du fikk i oppgave (b).



- Ruth spør deg hvorfor man bruker akkurat den tangens akse, altså hva gjør den til å passe for avlesning av tangens verdier. Hvordan skal du forklare det til henne?

- Funksjonen $\cot x$ defineres gjennom $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$. For hvilke x er $\cot x$ udefinert?

Begrunn ditt svar.

*Bruker man GeoGebra som konstruksjonsverktøy kan ikke anvende andre verktøyknapp enn de som simulerer passer og linjal og rutepapir med inndelinger.

Oppgave 9 (3 + 3 + 3 + 3 = 12 %)

Det er gitt følgende punkter i koordinatplanet:

$$A = (-1, -3), B = (4, -2), C = (5, 3), D = (0, 2)$$

- a) Hva slags figur danner punktene A, B, C, D ? Begrunn svaret ved å referere til figurdefinisjon og f.eks. utregninger som underbygger den.
- b) Konstruer diagonalene i din figur. Finn koordinater til skjæringspunktet mellom diagonalene ved regning.
- c) Hvilken vinkel dannes det mellom diagonalene? Begrunn din antakelse f.eks. ved regning.
- d) Finn arealet til din figur.

Takk for dette semesteret og riktig god sommer!

Hilsen Natalia og Johan