Høgskolen i Østfold

Sensorveiledning

Emnekode:	Emne:
LSV3MAT12 V3	Matematikk 2, 5-10 KFK
Dato: 16. desember 2019	Eksamenstid: kl. 09.00 til kl. 15.30 6 timer + 30 minutter til innlevering
Hjelpemidler: Alle hjelpemidler, unntatt kommunikasjon	Faglærere: Khaled Jemai, Russell Hatami

Eksamensoppgaven:

Oppgavesettet består av 3 sider inklusiv denne forsiden. Kontroller at oppgaven er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.
Oppgavesettet består av 4 oppgaver. Alle oppgavene skal besvares.

Det er angitt hvor mange prosent hver oppgave teller.

Sensurdato: 6. januar 2020

Karakterene er tilgjengelige for studenter på studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. Følg instruksjoner gitt på: www.hiof.no/studentweb

Oppgave1 (30%)

a) Anvend MFM og beregn følgende **(2%)**

$$\frac{9}{14} - \frac{51}{42} + \frac{9}{7} =$$

b) En bonde kan dele opp sina kuer i tre, fire, syv og tolv like store grupper. **(2%+2%)**

1. Hva er det minste antallet kuer han må ha?
2. Skriv en generllt form for bondes antall kuer.

c) Divider 17514 med 17 med den fullstendige oppstilling (langdivisjon).
(Svaret skal inneholde to desimaler). **(3%)**

d) Bestem summen av følgende aritmetiske rekken **(3%)**

$$2 + 6 + 10 + \ldots + 198 = ?$$

e) Med hjelp av geometrisk figur løs $x^2 + 8x = 33$. **(4%)**

f) Løs følgende ligning **(2%)**

$$\frac{x}{x-3} - \frac{2}{x} = \frac{9}{x^2 - 3x}$$

g) Skriv så enkelt som mulig **(2%)**

$$\frac{4x}{x^2 - 9} - \frac{4}{2x + 6}$$

h) Bevis at summen av to påfølgende potenser av

1. 7 er alltid delelig med 8. **(4%)**

2. t er alltid delelig med $(t + 1)$. **(2%)**

Husk! t er et vilkårlig naturlig tall.

i) Bruk kongruensregning for å vise at tallet 40812 er delelige med 3. **(4%)**

Oppgave1 (sensorveiledning)

Læringsutbytte:

- har undervisningskunnskap knyttet til ulike matematiske bevis- og argumentasjonsformer, og erfaring med matematiske teoribygninger innen tallære, algebra og funksjoner (fordypning innen temaer fra matematikk 1).
- har kunnskap om matematikkens historiske utvikling, spesielt utviklingen av ligningsbegrepet (av første og andre grad).

Innhold:

- Utleding av formelen for løsning av andregradslikningen
- Forenkling av algebraiske uttrykk - konjugat og kvadratsetningene
- Utleding for potensregning.
- Begrunnelser for delelighetsregler med enkelte bevis
- Primtall og faktorisering
- Enkel kongruensregning, herunder kan kryptologisk problemstilling inngå.
- Argumentere for overgangen fra aritmetikk til algebra; prosedyre og struktur. Eksempel: Aritmetisk tallserie
- Enkle induksjonsbevis

Vektlegging ved sensur: Oppgave 1 teller 30% ved sensur hvor deloppgavene teller som angitt i oppgaveteksten.

Nedenfor er det angitt hva som kreves for full uttelling på hver deloppgave. Innholdet må være tilsvarende, ordene/formuleringene må ikke være identiske. Ved ufullstendig svar må det vurderes i hvert tilfelle hvor mye som skal trekkes.

a) $14 = 2 \cdot 7,\ 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ og $7 = 7 \cdot 1$

$$\mathrm{MFM}(14, 42, 7) = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\frac{9}{14} - \frac{51}{42} + \frac{9}{7} = \frac{9 \cdot 3}{14 \cdot 3} - \frac{51}{42} + \frac{9 \cdot 2 \cdot 3}{7 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{27 - 51 + 54}{42} = \frac{30}{42} = \frac{5}{7}$$

b) Antall kuer skal være delelig med 3, 4, 7 og 12

1. $\mathrm{MFM}(3, 4, 7, 12) = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$, altså det minste antall kuer kan ha er 84.
2. Generelt må bondes antall kuer vår $84k$ der $k = 1,2,3, \ldots$

c)

$$1\ 7\ 5\ 1\ 4,0\ 0 : 17 = 1\ 0\ 3\ 0,2\ 3$$

$$\begin{array}{l}
-\ 1\ 7 \\ \hline
0\ \ 0\ 5 \\
\quad -\ 0 \\ \hline
\quad\ 5\ 1 \\
\quad -\ 5\ 1 \\ \hline
\quad\ 0\ \ 0\ 4 \\
\qquad -\ 0 \\ \hline
\qquad\ 4,\ 0 \\
\quad -\ 3,\ 4 \\ \hline
\qquad 0,\ 6\ 0 \\
\quad -\ 0,\ 5\ 1 \\ \hline
\qquad 0,\ 0\ 9
\end{array}$$

Heltallsrest = 4

Rest = 0, 09

d) Vi har $6 - 2 = 10 - 6 = 4$

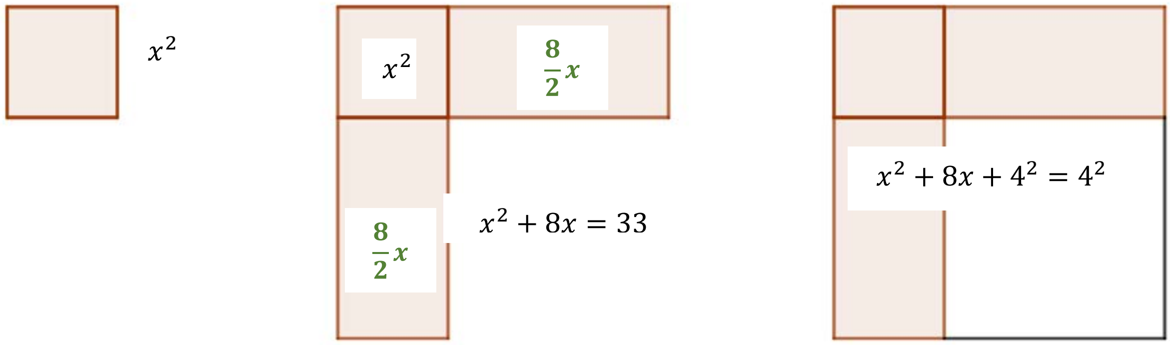
$a_0 = 2$, $d = 4$ og $a_n = a_0 + (n-1)d = 2 + (n-1) \cdot 4 = 4n - 2$

Vi har den aritmetiske rekken: $2 + 6 + 10 + \ldots + 198$ med $a_n = 4n - 2 = 198$

$$4n - 2 = 198 \Rightarrow n = 49$$

$$S_n = n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2} = 49 \cdot \frac{(2 + 198)}{2} = 4900$$

e)



$$\left(x + \frac{8}{2}\right)^2 = (x+4)^2 = 16 + 33$$

$$(x+4) = \pm\sqrt{16+33} = \pm\sqrt{49} = \pm 7.$$

i. $x + 4 = 7,$ gir: $x_1 = 3.$

ii. $x + 4 = -7,$ gir: $x_2 = -11.$

f)

$$\frac{x}{x-3} - \frac{2}{x} = \frac{9}{x^2 - 3x} =$$

$$\frac{x \cdot x}{(x-3)\cdot x} - \frac{2\cdot(x-3)}{x\cdot(x-3)} = \frac{9}{x^2-3x}$$

$$\frac{x^2 - 2x - 6}{x^2 - 3x} = \frac{9}{x^2 - 3x}$$

Vi løser $x^2 - 2x + 6 = 9$ og vi finner at $x = 3$ eller $x = -1$

$x = 3$ kan ikke være en løsning og den eneste løsningen er $x = -1$.

g)

$$\frac{4x}{x^2-9} - \frac{4}{2x+6} = \frac{4x}{(x-3)\cdot(x+3)} - \frac{4x}{2(x+3)}$$

$$= \frac{2\cdot 4x}{(x-3)\cdot(x+3)} - \frac{4\cdot(x-3)}{2(x+3)(x-3)} = \frac{8x - 4x + 12}{2(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{4x+12}{2(x+3)(x-3)} = \frac{4(x+3)}{2(x+3)(x-3)} = \frac{2}{x-3}$$

h)

1. Vi begynner med å skrive opp noen eksempler:

$$7^0 + 7^1 = 1 + 7 = 1 \cdot 8$$

$$7^1 + 7^2 = 7 + 49 = 56 = 7 \cdot 8$$

$$7^2 + 7^3 = 49 + 343 = 392 = 49 \cdot 8$$

$$7^3 + 7^4 = 343 + 2401 = 2744 = 343 \cdot 8$$

   $7^n + 7^{n+1} = 7^n(1+7) = 7^n \cdot 8$ er også delelig med 8

2. $t^n + t^{n+1} = t^n \cdot (t+1)$ er delelig med $t + 1$

i) Vi har $40812 = 4000 + 812 \equiv 1 + 2 = 3 \equiv 0\ (3)$

$40812 \equiv 0\ (3)$ og tallet 40812 er delelige med 3.

Oppgave2 (16%)

En terrasse er dobbelt så lang som bred. Lengden blir redusert med seks meter og bredden blir økt med fire meter. Når det er gjort, er arealet like stort som før

a) Hva var terrassenes opprinnelige mål? **(4%)**
b) Presenter hvert steg av Pólya's problemløsningsstrategi og begrunn valgene du tok underveis. Finnes det flere måter å løse oppgaven på? **(7%)**
c) Kunne man jobbet med tilsvarende oppgaver i grunnskolen? Hvis ja, på hvilket trinn og hvilke kompetansemål faller det inn under? Hvis nei, hvilke tilpasninger ville du gjort i oppgaven for at den skal kunne brukes i grunnskolen? (**5%)**

Oppgave2 (sensorveiledning)

Læringsutbytte:

- kan vurdere elevenes læring i faget som grunnlag for tilrettelegging av undervisning og tilpasset opplæring
- kan bruke varierte undervisningsformer forankret i teori og egen erfaring, herunder valg, vurdering og utforming av oppgaver og aktiviteter

Innhold:

- Problemløsning med eksempler knyttet til tall, algebra og funksjoner
- Kunnskaper om ulike læremidler for trinn 5.- 10.

Vektlegging ved sensur: Oppgave 1 teller 16% ved sensur hvor deloppgavene teller som angitt i oppgaveteksten.

Nedenfor er det angitt hva som kreves for full uttelling på hver deloppgave. Innholdet må være tilsvarende, ordene/formuleringene må ikke være identiske. Ved ufullstendig svar må det vurderes i hvert tilfelle hvor mye som skal trekkes.

a)
Arealet av en terrasse skal ikke endres etter ombygging.
Vi kan kalle den opprinnelige bredden x og den opprinnelige lengden $2x$.
Da blir ny bredde $x + 4$ og ny lengde $2x - 6$.
Arealet av gammel terrassen settes lik arealet av ny terrassen:

$$x \cdot 2x = (x + 4) \cdot (2x - 6)$$

Denne ligningen løses, og vi får opprinnelig lengde og bredde lik:

$$2x^2 = 2x^2 - 6x + 8x - 24$$
$$2x - 24 = 0$$

$$2x = 24 \Leftrightarrow x = \frac{24}{2} \Leftrightarrow x = 12 \text{ m}$$

dette gir bredde $x = 12$ m og lengde = $2x = 2 \cdot 12$ m $= 24$ m.

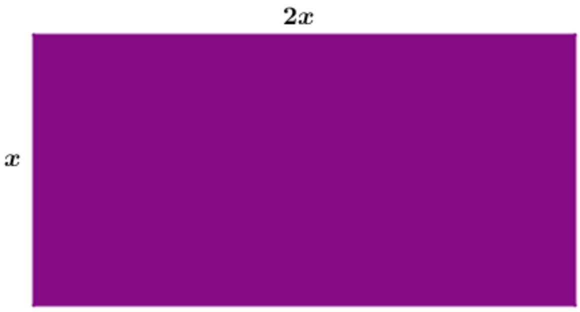
b)

Fase 1: Forstå problemet

For å forstå problemet er det viktig å stille noen spørsmål:

- Hva er gitt av opplysninger?
- Ordne opplysningene og skrive dem ned.
- Tegne en figur og finne en passende symbolbruk.
- Er opplysningene tilstrekkelige, utilstrekkelige?
- Hva er ukjent?

Studentene bør kunne nevne noen av disse spørsmålene som steg for første fase av problemløsningsstrategi.



Fase 2: Utvikle en plan

Her bør studentene finne sammenhengen mellom informasjonen og den ukjente. Lage en strategi for å stille gitt informasjon matematisk slik at de kan modellere problemet i form av en ligning og finne en metode for å løse ligningen.

Fase 3: Gjennomfør planen

Gjennomfør løsningsmetode steg for steg og sikre at hvert steg er korrekt og gir riktig resultat.

Fase 4: Kontroller og se tilbake

Kontroller at svaret ble riktig. Det kan gjøres på følgende måte:
Opprinnelig areal: $x \cdot 2x = 12 \cdot 24 = 288$ m^2
Nytt areal: $(x + 4) \cdot (2x - 6) = (12 + 4) \cdot (24 - 6) = 16 \cdot 18 = 288$ m^2.

Flere måter å løse problemet på: det kan være mulig å prøve og feile med valg av tilfeldige tall for lengden av rektangel og/eller arealet men det blir langt og slitsomt. Ligninger ser ut til å bli den beste måten å løse problemet på.

c)

Denne oppgaven kan brukes i klasserommet for å gå gjennom både geometri og ligninger. Oppgaven kan godt brukes på ungdomstrinnet og spesifikt i klasser fra 8. til

10. trinn for å oppnå kompetansemålene som stille opp og løse enkle ligninger og løse opp og regne med parenteser i addisjon, subtraksjon og multiplikasjon av tall; og ligningssystem med to ukjente og bruke dette til å løse praktiske og teoretiske problem.

Oppgave3 (27%)

a) Hvordan kan du introdusere funksjonsbegrepet til elever på ungdomsskolen? **(3%)**

b) Velg en lineær funksjon som du setter inn i en praktisk sammenheng. Beskriv den praktiske sammenhengen og oppgi definisjons- og verdimengde. **(3%)**

c) Gitt funksjonen $f(x) = \frac{3x-2}{2x+1}$

1. Hva er definisjonsmengde til f **(2%)**
2. Finn vertikale og horisontale asymptoter til funksjonen **(2%)**

d) Bruk grenseverdireglene til å finne grenseverdiene. **(1% + 1%)**

1. $\lim_{x \to 3} x^2$
2. $\lim_{x \to 3} 5\,x^2 + 4x$

e) Undersøk om $f(x) = \frac{x^2+1}{x+3}$ er kontinuerlig når $x = -2$. **(3%)**

f) Finn den deriverte av $f(x) = 2x^2 - 5$ i punktet $x = 2$ ved å bruke den definisjonen av den deriverte. **(3%)**

g) Bruk derivasjonsregler for å finne derivasjon til følgende funksjoner: **(2%+2%)**

1. $f(x) = 2x^3 + 3x^2$
2. $g(x) = x^2 + 3x + 2$

h) Hvordan identifiser vi misoppfatninger i matematikk. Kom med konkrete eksempler knyttet til et av temaene tall, algebra og funksjoner **(5%)**

Oppgave 3 (sensorveiledning)

<u>Læringsutbytte:</u>

- har kunnskaper i funksjonslære og derivasjon, og kan relatere disse begrepene til det matematikkfaglige innholdet i trinn 5-10
- har kunnskap om matematikkens historiske utvikling, spesielt utviklingen av ligningsbegrepet (av første og andre grad)
- kan forebygge og oppdage matematikkvansker og tilrettelegge for mestring hos elever med ulike typer matematikkvansker

<u>Innhold:</u>

- Funksjoner av en variabel: polynomfunksjoner, rasjonale funksjoner, potensfunksjoner og eksponentialfunksjoner
- Kontinuitet og grensebegrepet relatert til enkle rasjonale funksjoner, horisontal og vertikale asymptoter
- Derivasjon av polynomfunksjoner
- Matematikkvansker: Årsaker og kartlegging, forebygging, tester og utarbeiding av undervisningsopplegg

Vektlegging ved sensur: Oppgave 1 teller 27% ved sensur hvor deloppgavene teller som angitt i oppgaveteksten.

Nedenfor er det angitt hva som kreves for full uttelling på hver deloppgave. Innholdet må være tilsvarende, ordene/formuleringene må ikke være identiske. Ved ufullstendig svar må det vurderes i hvert tilfelle hvor mye som skal trekkes.

a) Vi kan starte med et eksempel for å introduser funksjoner der bruker vi en regel som til hvert element i en mengde gir ett, og bare ett, element i en annen mengde. Funksjoner brukes for å uttrykke sammenhenger, og de dukker opp nesten uansett hva man driver med. Vi kan tenke på en funksjon som en regel som tar noe inn og gir noe annet ut. Regelen må alltid gi oss et klart svar, og svaret må bli det samme hver gang vi setter inn det samme (Kilde: matematkk.org).
Vi kan også bruke følgende definisjonen: Når hver verdi av x gir en bestemt verdi av $f(x)$ sier vi at f er en funksjon av x.

b) Vi kan bruke følgende eksempel: På en bensinstasjon koster bensinen 15 kr per liter. Det vi må betale for x liter bensin, er da gitt ved funksjonen $K(x) = 15x$.
For dette eksemplet hvis vi vet at en bensintank for en bil kan inneholde 50 liter.
$D_K = [0, 50]$ og $V_K = [0, 750]$

c) $f(x) = \frac{3x-2}{2x+1}$

1. $Df = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$
2. Når x nærmer seg $-\frac{1}{2}$ blir $f(x) = \frac{3x-2}{2x+1}$ større og nærmer seg til $\infty \Longrightarrow f$ har vertikal asymptote når $x = -\frac{1}{2}$.
   Studentene har lært en regel: brøkfunksjoner har vertikale asymptoter der funksjoner er ikke definert
   Når $x \longrightarrow \pm\infty$, (d.v.s når x blir veldig stor), $f(x) \approx \frac{3x}{2x} \Rightarrow y = \frac{3}{2}$ er horisontal asymptote.

d)

1. $\lim\limits_{x \longrightarrow 3} x^2 = \lim\limits_{x \longrightarrow 3} 3^2 = 9$
2. $\lim\limits_{x \longrightarrow 3} 5\,x^2 + 4x = \lim\limits_{x \longrightarrow 3} 5 \cdot 3^2 + 4 \cdot 3 = 57$

e) Vi undersøker om $\lim\limits_{x \longrightarrow -2} f(x) = f(2)$

$$f(2) = 5$$

$$\lim_{x \longrightarrow -2} \frac{x^2+1}{x+3} = \lim_{x \longrightarrow -2} \frac{(-2)^2+1}{(-2)+3} = \frac{5}{1} = 5$$

Vi har $\lim\limits_{x \longrightarrow -2} f(x) = f(2) = 5$ og $f(x) = \frac{x^2+1}{x+3}$ er kontinuerlig når $x = -2$

f) Vi har $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x \longrightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$
$f(x) = x^2 - 5$
$f(x + \Delta x) = (2x + \Delta x)^2 - 5 = ((2x)^2 + 2 \cdot 2x\Delta x + \Delta x^2) - 5$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(4x^2 + 2 \cdot 2x \cdot \Delta x + \Delta x^2 - 5) - (x^2 - 5)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{4x^2 + 2 \cdot 2x\Delta x + \Delta x^2 - 5 - 4x^2 + 5}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{4x \cdot \Delta x + \Delta x^2}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cancel{\Delta x}(4x + \Delta x)}{\cancel{\Delta x}} = \lim_{\Delta x \to 0} (4x + \Delta x) = 4x$$

g)

1. $f'(x) = 6x^2 + 6x$
2. $g'(x) = 2x + 3$

h) Misoppfatninger er ufullstendige tanker knyttet til et begrep. Forskjellen mellom feil og misoppfatning er at den først kommer tilfeldig mens den andre er ikke tilfeldig. Misoppfatninger, eller delvise begreper, bygger på en bestemt tenkning hos elevene som brukes nokså konsekvent og er noe annet enn tilfeldige feil og misforståelser. (Kilde: Matematikksenteret).
Vi kan identifisere misoppfatninger ved bruk av diagnostisk undervisning. Formålet med diagnostiseringen er å finne fram til hvilke erfaringer elevene trenger å gjøre gjennom undervisningen for å bygge opp det aktuelle begrepet. Diagnostisk undervisning baserer seg således på at det i prinsippet er mulig å identifisere hvilke tanker elevene har gjort seg om det kommende lærestoffet, og hvilke misoppfatninger og hindringer elevene vanligvis møter når de utvikler ulike begreper i matematikken (Brekke).
Noen eksempler av misoppfatninger:

- Når vi ganger blir svaret større og når vi deler blir svaret mindre
- Det lengste tallet har alltid størst verdi.
- En kan ikke dele et lite tall med et stort.
- En kan bare dividere med hele tall.
- 3 : 6 og 6 : 3 gir samme svar.
- Divisjon gjør alltid svaret mindre.

Oppgave4 (27%)

Funksjonen f er gitt ved $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - x - 6$

a) Vis at $x = -2$ er nullpunkt til $f(x)$. **(2%)**
b) Utfør polynomdivisjon $f(x) : (x+2)$ og faktoriser $2x^3 + 5x^2 - x - 6$ i lineære faktorer. **(4%)**
c) Finn nullpunkter til $f(x)$. **(3%)**
d) Drøft monotoniegenskapene til *f*. **(4%)**
e) Finn ved regning eventuelle topp/bunnpunkter. **(3%)**
f) Drøft krumningsforholdene til *f* og regn ut eventuelle vendepunkter. **(3%)**
g) Finn tangenten i vendepunkt og lag en skisse av grafen til f. **(4%)**
h) Finn arealet avgrenset av grafen til $f(x)$, x- aksen og punktene $(0,0)$ og $(1,0)$. **(4%)**

Oppgave4 (sensorveiledning)

<u>Læringsutbytte:</u>

- o har kunnskaper i funksjonslære og derivasjon, og kan relatere disse begrepene til det matematikkfaglige innholdet i trinn 5-10
- o har god kunnskap om derivasjon og integrasjon

Innhold:

- Funksjoner av en variabel: polynomfunksjoner, rasjonale funksjoner, potensfunksjoner og eksponentialfunksjoner
- Enkel funksjonsdrøfting
- Enkel integrasjon ved beregning av områdets areal

Vektlegging ved sensur: Oppgave 1 teller 27% ved sensur hvor deloppgavene teller som angitt i oppgaveteksten.

Nedenfor er det angitt hva som kreves for full uttelling på hver deloppgave. Innholdet må være tilsvarende, ordene/formuleringene må ikke være identiske. Ved ufullstendig svar må det vurderes i hvert tilfelle hvor mye som skal trekkes.

a) $f(-2) = 2(-2)^3 + 5(-2)^2 - (-2) - 6 = 0$

b)

$$2x^3 + 5x^2 - x - 6 : x + 2 \;\; = 2x^2 + x - 3$$
$$-$$
$$\underline{2x^3 + 4x^2}$$
$$= \; 0 + x^2 - x - 6$$
$$-$$
$$\underline{x^2 + 2x}$$
$$= \quad 0 - 3x - 6$$
$$\underline{-3x - 6}$$
$$0 \; + 0$$

Vi løser $2x^2 + x - 3 = 0$ ved bruk av abc-formelen og vi finner at løsningene er $x = 1 \; \vee x = -\frac{3}{2}$ og vi kan faktorisere $2x^2 + x - 3 = 2(x-1)\left(x + \frac{3}{2}\right) = (x-1)(2x+3)$

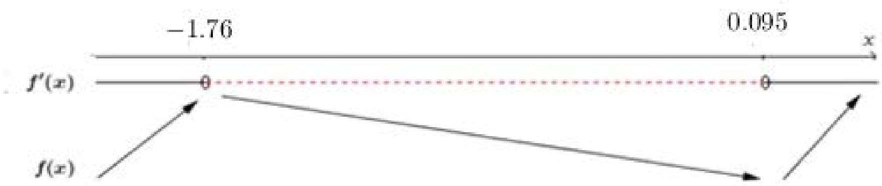
$$f(x) = 2x^3 + 5x^2 - x - 6 = (x-1)(x+2)(2x+3)$$

c) Nullpunkter til $f(x)$ er $(-2, 0)$, $(-1{,}5, 0)$ og $(1, 0)$

d) $f'(x) = 6x^2 + 10x - 1$

f' har nullpunkter når $6x^2 + 10x - 1 = 0 \Longrightarrow x = \frac{-10-\sqrt{124}}{12} \approx -1.76$ eller $x = \frac{-10+\sqrt{124}}{12} \approx 0.095$

Vi får følgende fortegningslinje:



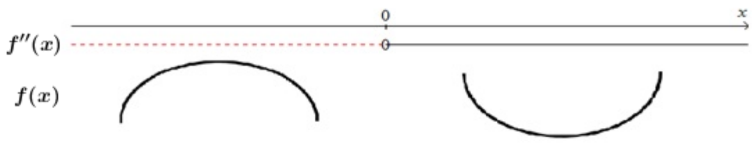
$f' > 0$ i $]-\infty, --1.76[\Rightarrow f$ øker i $]-\infty, -1.76[$

$f' < 0$ i $]-1.76,\ 0.095[\Rightarrow f$ synker i $]-1.76,\ 0.095[$

$f' > 0$ i $]0.095,\ +\infty[\Rightarrow f$ øker i $]0.095,\ +\infty[$

e) Ekstremalpunkter blir: $(-1.76, 0.34)$ (toppunkt) og $(0.095, -6.05)$ (bunnpunkt)

f) $f''(x) = 12x + 10 \Rightarrow f''(x) = 0$ når $x = -\frac{10}{12}$
Vi får følgende fortegningslinja:



$f''(x) < 0$ i $\left]-\infty, -\frac{10}{12}\right[\Rightarrow f$ vender den hulesiden ned

$f''(x) > 0$ i $\left]-\frac{10}{12}, +\infty\right[\Rightarrow f$ vender den hulesiden opp

Vi har vendepunkt i $\left(-\frac{10}{12}, f\left(-\frac{10}{12}\right)\right) = (-\frac{10}{12}, -2.85)$

g) Vi bruker ettpunktformelen for å finne likningen til tangenten i $\left(-\frac{10}{12}, -2.85\right)$

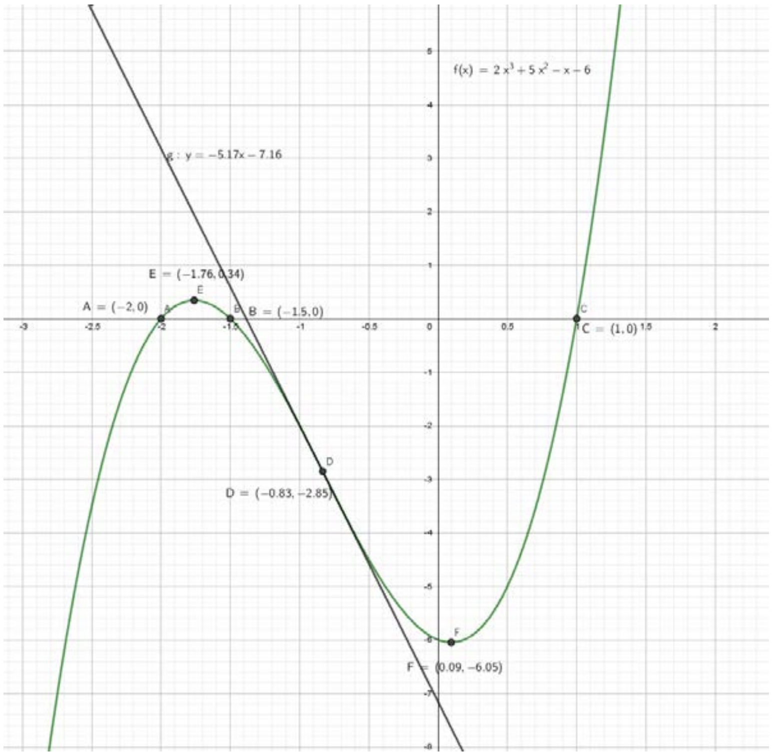
$$a = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

der $x_1 = -\frac{10}{12},\ y_1 = f(x_1) = f\left(-\frac{10}{12}\right)$ og $a = f'(x_1) = f'(-\frac{10}{12})$

$f\left(-\frac{10}{12}\right) = -2.85$, $a = f'\left(-\frac{10}{12}\right) = -5.17$

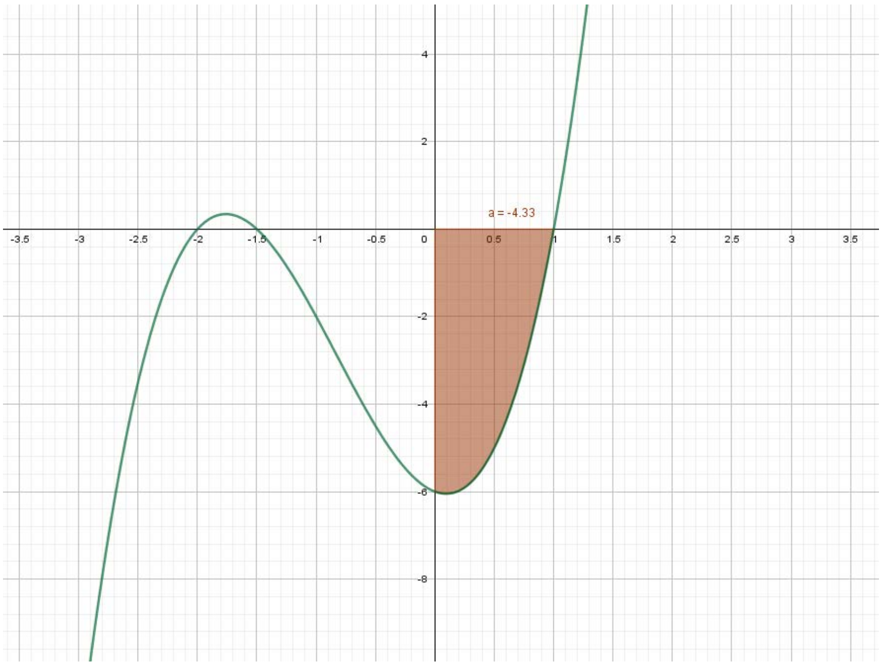
$$a = \frac{y - y_1}{x - x_1} = -5.17 = \frac{y - (-2.85)}{x - \left(-\frac{10}{12}\right)} \Rightarrow y = -5.17x + 6$$

Tangenten i $(-\frac{10}{12}, -2.85)$ har likningen: $y = -5.17x - 7.16$ og grafen ser ut som følgende: (studentene skal lage grafen manuelt)



h) For å finne arealet finner vi først $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 (2x^3 + 5x^2 - x - 6)dx = \left[-\frac{2x^4}{4} + 5\frac{x^3}{2} - \frac{x^2}{2} - 6x\right]_0^1 = -4.33$ A. E

Arealet er lik 4.33 A. E



(studentene skal tegne arealet manuelt)

Fagspesifikke karakterbeskrivelser

Beskrivelsen under er veiledende i forhold til å sette karakter, derfor må besvarelsen også vurderes i sin helhet.

Symbol	Betegnelse	Beskrivelse
A	Fremragende	Generelt: Fremragende prestasjon der kandidaten har løst problemer som krever fantasi og innsikt. Besvarelsen viser at kandidaten fullt ut behersker både de begrepsmessige, regnetekniske og anvendelsesmessige delene av emnet. Fremstillingen er klar og presis med korrekt bruk av notasjon og fagterminologi. Noen få mindre feil eller blanke punkter kan tillates. Klart ca 92% av besvarelsen
B	Meget god	Generelt: Meget god prestasjon der kandidaten har løst problemer som går utover det rutinemessige, og som krever god oversikt over emnet. Besvarelsen viser meget god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset. Fremstillingen er klar og med stort sett riktig bruk av terminologi og notasjon. Klart ca 80% av besvarelsen
C	God	Generelt: Gjennomsnittlig prestasjon der kandidaten har løst oppgaver av middels vanskelighetsgrad fra de fleste deler av kurset. Besvarelsen viser god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har ikke i særlig grad klart å anvende sine ferdigheter og kunnskaper på oppgaver som går ut over det rutinemessige. Fremstillingen er grei å forstå, men kan ha en del formelle mangler. Klart ca 60% av besvarelsen
D	Nokså god	Generelt: Prestasjon under gjennomsnittet der kandidaten har løst eller kommet et stykke på vei med oppgaver fra flere sentrale deler av kurset. Besvarelsen viser kjennskap til de viktigste teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har vanskelig for å komme helt i mål selv på rutinepregede oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men kan ha en god del formelle mangler. Klart ca 47% av besvarelsen
E	Tilstrekkelig	Generelt: Prestasjon som tilfredsstiller minimumskravene, men heller ikke mer. Besvarelsen viser at kandidaten har kjennskap til begreper, teknikker og anvendelser fra flere deler av kurset, og

		at han/hun til en viss grad kan bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men røper klare feil og misforståelser. Klart ca 40% av besvarelsen
F	Ikke bestått	Generelt: Prestasjon som ikke tilfredsstiller minimumskravene. Besvarelsen viser at kandidaten har manglende kjennskap til sentrale teknikker, begreper og anvendelser, eller manglende evne til å bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Besvarelser som bare viser beherskelse av en avgrenset del av emnet, vil normalt havne i denne kategorien.