

EKSAMEN (sensorveiledning)

Emnekode: LSKMA11216-1 20V	Emnenavn: Geometri, måling, statistikk og sannsynlighet 1 (1.-7. trinn)
Dato: 16.12.2020	Eksamenstid: 6 timer + 30 minutter til innlevering
Hjelpemidler: Alle, unntatt kommunikasjon	Faglærere: Khaled Jemai Ali Ludvigsen
Om eksamensoppgaven og poengberegning: <p>Oppgavesettet består av 7 sider, inklusiv denne forsiden. Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.</p> <p>Oppgavesettet består av 7 oppgaver. Alle oppgavene skal besvares. Alle utregninger skal vises, og alle påstander skal begrunnes.</p> <p>Vektingen fremkommer ved hver enkelt oppgave</p> <p>Alle hjelpemidler, unntatt kommunikasjon mellom kandidatene, er tillatt ved denne eksamenen. Eksamen skal være et selvstendig arbeid. Under eksamen er det ikke tillatt å kommunisere med andre personer om oppgaven, eller å dele utkast til besvarelse eller fullstendig besvarelse. Slik kommunikasjon er å anse som fusk. Innleverte eksamensbesvarelser blir kontrollert for plagiat.</p> Innlogging i Inspera: <p>Oppgavesettet blir tilgjengelig i Inspera kl. 9.00 på eksamensdagen.</p> <p>Logg inn på https://hiof.inspera.no med FEIDE-brukernavn og passord og last ned oppgavesettet (PDF-dokument som åpnes i et nytt vindu).</p> Skrive besvarelse: <p>Du skriver besvarelsen i Word eller annet tekstbehandlingsprogram og leverer den som fil i Inspera. Bilder av utregninger gjort for hånd kan du lime inn i Word-dokumentet. Pass på at utregningene er godt lesbare for sensorene og at kandidatnummeret ditt framkommer på bildet. På hver side i besvarelsen skal du skrive ditt kandidatnummer (ikke navn!) og sidetall, slik: side x av y (for eksempel side 4 av 5).</p> Innlevering i Inspera: <p>Det gis 30 minutter tillegg i tid på eksamen til klargjøring av besvarelsen og innlevering i Inspera. Husk å lagre alle filene som inngår i besvarelsen på din datamaskin som sikkerhetskopi før du leverer besvarelsen i Inspera! Du vil kunne se din besvarelse under arkiv i Inspera når eksamenstiden er utløpt.</p>	

1. Hvis hele besvarelsen er skrevet i Word (med bilder av utregninger eller skjermdump limt inn i teksten)

Når du skal levere besvarelsen, lagrer du den (lagre som) i Word-format. Så laster du opp filen i Inspera innen kl. 15.30

2. Hvis du leverer kombinasjon av Word- og andre filer:

Lag en .zip-mappe med alle filene. Merk filene, slik at sensorene forstår hvilke oppgaver de tilhører. Last opp .zip-mappen i Inspera innen kl. 15.30. Hvordan lage .zip-mappe (veiledningen utarbeidet av NTNU) <https://innsida.ntnu.no/wiki/-/wiki/Norsk/%C3%85pne+og+pakke+zip-filer>

Hvis du får problemer:

Hvis du får problemer med å få levert besvarelsen, send alle filene på e-post til eksamen-halden@hiof.no. Vi vil levere besvarelsen i Inspera for deg. Du vil kunne se din komplette besvarelse under arkiv i Inspera når eksamenstiden er utløpt.

Support:

Ta kontakt med eksamen-halden@hiof.no hvis du har spørsmål eller trenger veiledning angående funksjonaliteten i Inspera.

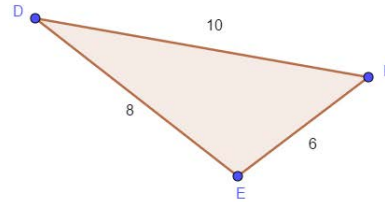
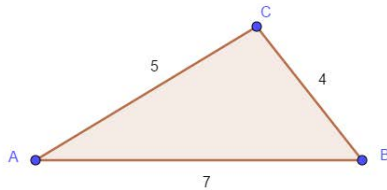
Sensurfrist: 6.1.2021

Merk: Grunnet Covid 19-situasjonen kan det bli behov for forlengelse av sensurfristen. Studentene blir i så fall informert om utsettelsen.

Karakterene er tilgjengelige for studenter i Studentweb.

Oppgave1 (8%)

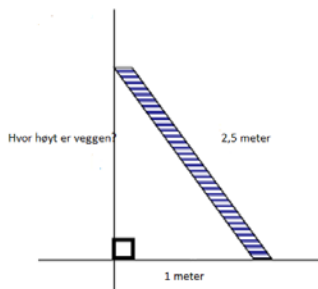
- 1) Hva sier Pythagoras setning? (2 %)
- 2) Lag et eksempel hvor du bruker Pythagoras setning (3%)
- 3) Avgjør om trekantene $\triangle ABC$ og $\triangle DEF$ er rettvinklet eller ikke. (se figur under) (3%)



Oppgave1 (løsningen)

Nedenfor er det angitt hva som kreves for full uttelling på hver deloppgave. Innholdet må være tilsvarende, ordene/formuleringene må ikke være identiske. Ved ufullstendig svar må det vurderes i hvert tilfelle hvor mye som skal trekkes.

- 1) I en rettvinklet trekant er summen av kvadratene på katetene lik kvadratet på hypotenusen
- 2) Det er flere forslag; Et eksempel kan være følgende: se figur nedenfor.



3)

Trekant $\triangle ABC$ er rettvinklet dersom $4^2 + 5^2$ blir lik 7^2 .

$$\begin{cases} 4^2 + 5^2 = 41 \\ 7^2 = 49 \quad \rightarrow \triangle ABC \text{ ikke rettvinklet} \\ 41 \neq 49 \end{cases}$$

Samme fremgangsmåte for trekant $\triangle DEF$

$$\begin{cases} 6^2 + 8^2 = 100 \\ 10^2 = 100 \rightarrow \triangle DEF \text{ rettvinklet} \\ 100 = 100 \end{cases}$$

Oppgave2 (15%)

1) Ole er ikke skikkelig klar over sammenhengen mellom lengde- og arealenheter. Han vet at $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$, og tror at $1 \text{ dm}^2 = 10 \text{ cm}^2$. Hva kan vi gjøre for å hjelpe han til å forstå sammenhengen mellom dm^2 og cm^2 ? (3%)

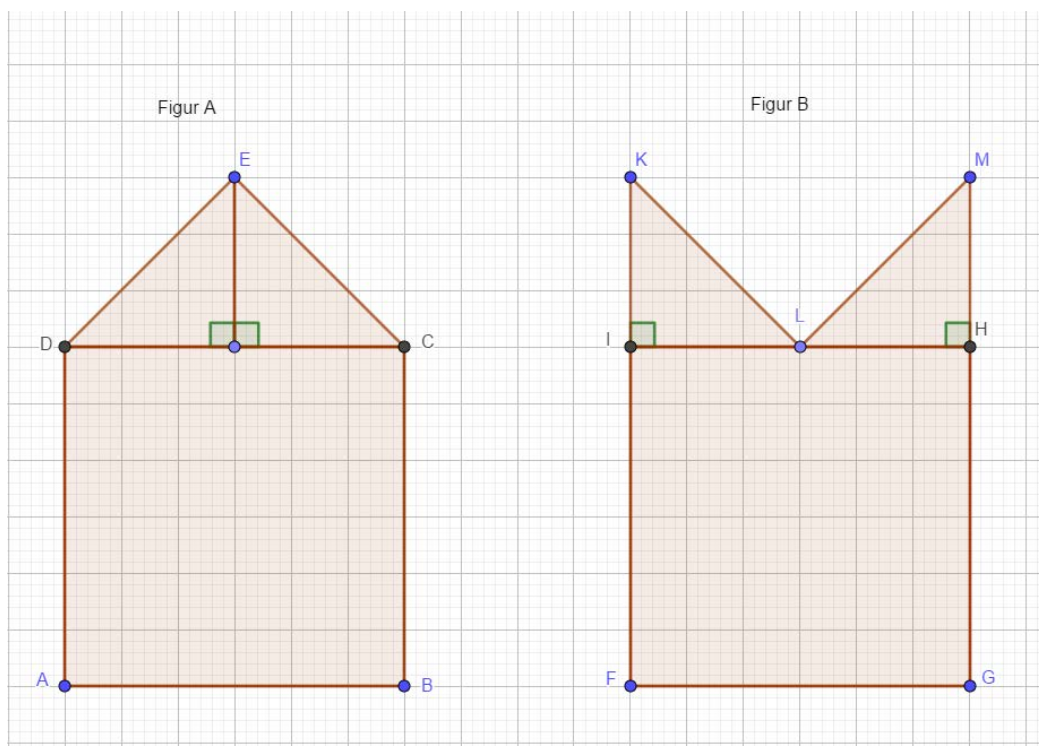
2) Elever i 6.trinn fikk følgende oppgave: (8%)

Figurene A og B satt sammen av et kvadrat og to rettvinklede trekanter. (Hver rute er $1 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm}$). Hvilken av disse 2 figurene har størst areal?

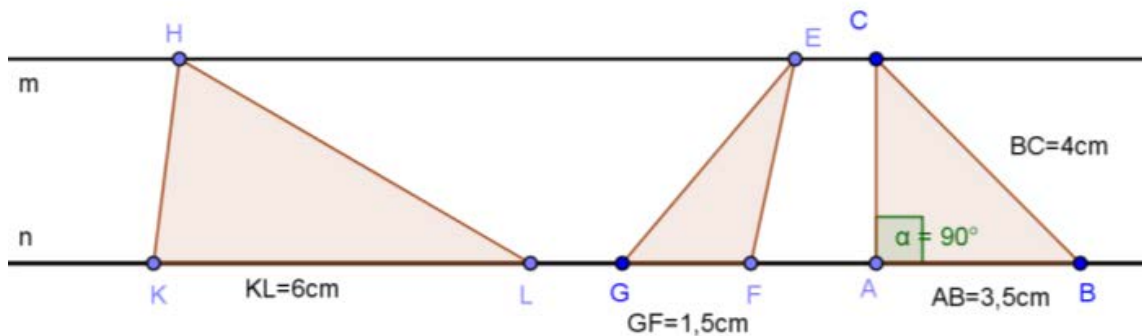
Elevene regner ut arealet av figurene. På bakgrunn av det, noen elever påstår at:

Da må omkretsen til begge figurene A og B også bli like lange.

Regn ut arealet og omkretsen av figurene og kommenter hvorfor disse elevene tenker slik. (se figuren i neste side)



- 3) Linjene m og n er parallelle. Regn ut arealet av trekantene under. Alle trekantene har hjørnene sine på de parallelle linjene m og n . (4 %)



Oppgave2 (løsningen)

Nedenfor er det angitt hva som kreves for full uttelling på hver deloppgave. Innholdet må være tilsvarende, ordene/formuleringene må ikke være identiske. Ved ufullstendig svar må det vurderes i hvert tilfelle hvor mye som skal trekkes.

- 1) La Ole tegne et kvadrat med sider 1 dm. Del hver side i cm, og det blir 10 cm i hver dm. Tegn opp rutenettet og tell antall ruter. Da ser Ole at $1 \text{ dm}^2 = 10 \text{ cm}^2$.
- 2) Vi ser at begge figurene har samme areal, siden begge består av kongruente del-figurer. Ved regning blir arealet 45 cm^2 . Men figurene har ulike omkrets. (dette også kan observeres).
Figur B har en omkrets på 6cm lenger en figur A.
Mulig misoppfatning hos elever som tror at begge figurer har like lange omkrets kan være slik:
De erfart at kongruente figurer har samme areal og omkrets. Men dette gjelder ikke alltid for sammensatte figurer som eksempel over.
- 3) For å finne arealet av en trekant trenger vi størrelsene høyde og grunnlinje.

Grunnlinje av trekantene gitt. Siden linjene m og n er parallelle medføre at disse tre trekantene har samme høyde (figur over). Trekanten $\triangle ABC$ er rettvinklet så finner vi høyden til trekanten ved å bruke Pythagoras setning. $AC = \text{høyden}$

$$(AC)^2 + 3,5^2 = 4^2$$

$$AC = \sqrt{4^2 - 3,5^2} \approx 1,94 \text{ cm}$$

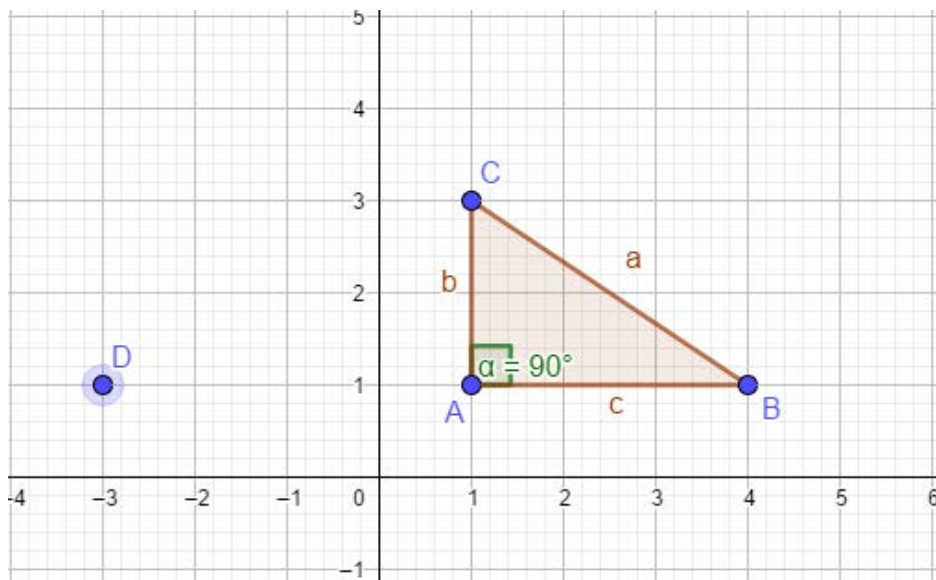
$$\text{Arealet av } \triangle ABC \left\{ A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{3,5\text{cm} \cdot 1,94\text{cm}}{2} = 2,74\text{cm}^2 \right.$$

$$\text{Arealet av } \triangle GFE \left\{ A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{1,5\text{cm} \cdot 1,94\text{cm}}{2} = 1,46\text{cm}^2 \text{ NB! Svarene er avrundet.} \right.$$

$$\text{Arealet av } \triangle K LH \left\{ A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{6\text{cm} \cdot 1,94\text{cm}}{2} = 5,82\text{cm}^2 \right.$$

Oppgave3 (8%)

- 1) En avstand på 1km svarer til 5cm i et kart. Finn målestokken i kartet (3%)
- 2) Tegn trekanten ABC på en rute ark og skaler den med faktor $K = 2$ med skaleringscenter D, både i Geogbra og med passer og linjal. (Hver rute er $1\text{cm} \cdot 1\text{cm}$) (5%)



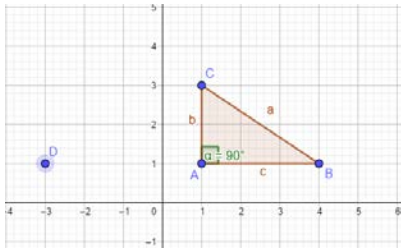
Oppgave3 (løsningen)

Nedenfor er det angitt hva som kreves for full uttelling på hver deloppgave. Innholdet må være tilsvarende, ordene/formuleringene må ikke være identiske. Ved ufullstendig svar må det vurderes i hvert tilfelle hvor mye som skal trekkes.

$$1) \frac{\text{Kart}}{\text{Virkelig lengde}} = \frac{a}{b} \rightarrow \frac{5\text{cm}}{1\text{km}} = \frac{5\text{cm}}{100000\text{cm}} = \frac{1}{20000}$$

Målestokken er 1:20000

2)



Skaleringscenter med Geogbra. (fremgangsmåten i fig 1-3)

Det holder for kandidaten å vise bare fig 3.

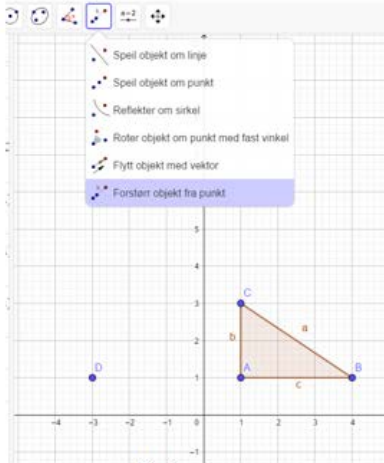


Fig 1

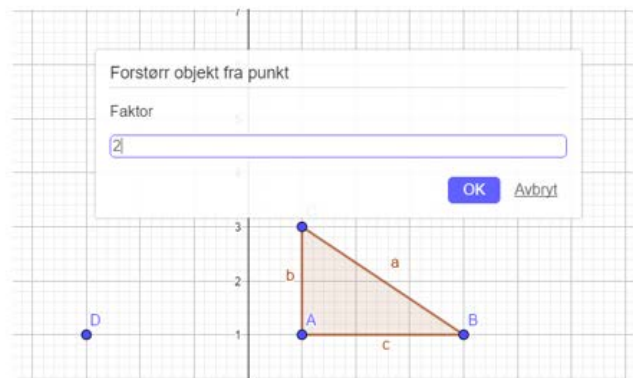


Fig 2

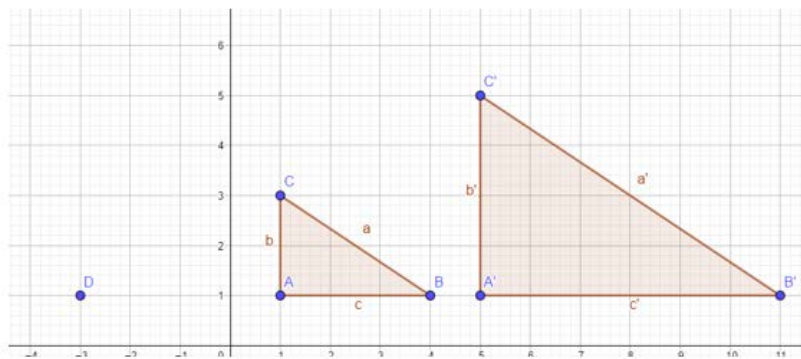
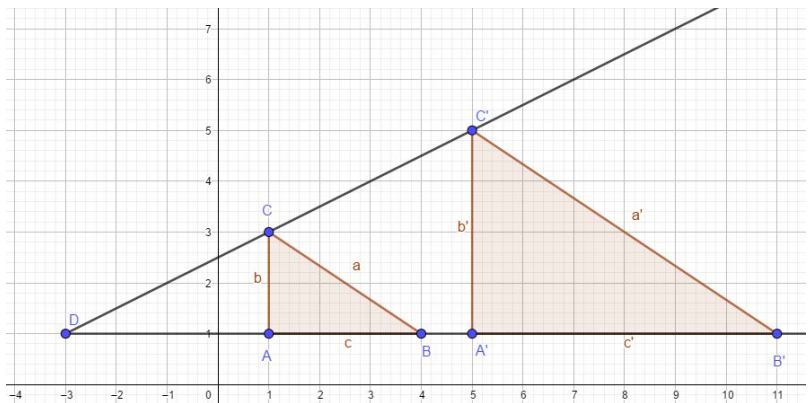
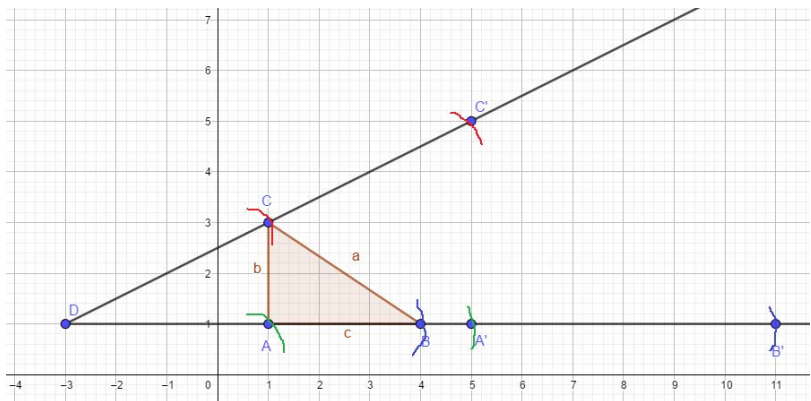


Fig 3

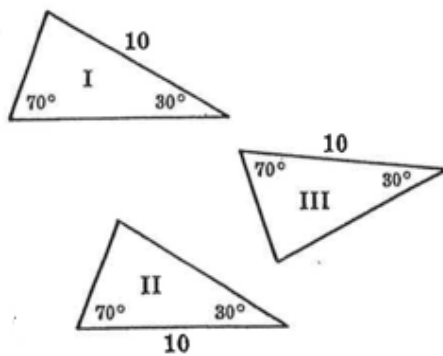
Med papir; Skalerer punkt C med senter i D med Faktor $K = 2$ (se passer merke i de røde merke)

tilsvarende for Punkt A og B med grønn og blå farge henholdsvis. Kandidatens besvarelse skal merket med passer.



Oppgave4 (12 %)

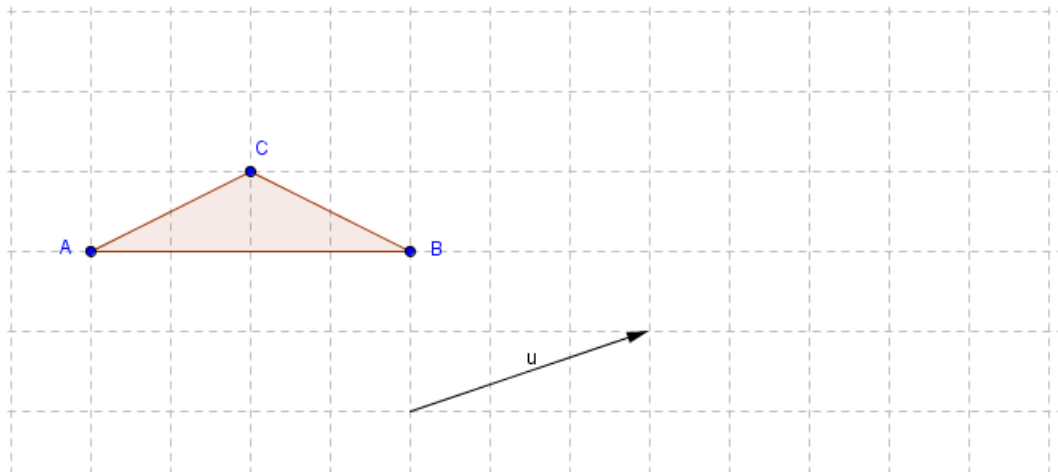
- 1) Nevn de tre kongruenssetninger for trekantar. Hvilke av trekantene under er kongruente? (begrunn svare ditt). (4%)



2) Angi symmetriene i bokstavene under. (4%)



3) Parallellforskyv trekanten ABC med hensyn til vektoren u både i Geogbra og med passer og linjal. (Hver rute er $1\text{ cm} \cdot 1\text{ cm}$). (4%)



Oppgave4 (løsningen)

Nedenfor er det angitt hva som kreves for full uttelling på hver deloppgave. Innholdet må være tilsvarende, ordene/formuleringene må ikke være identiske. Ved ufullstendig svar må det vurderes i hvert tilfelle hvor mye som skal trekkes.

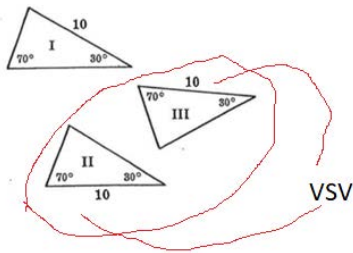
1)

SVS - to trekanter er kongruente hvis to sider og den mellomliggende vinkel er like store

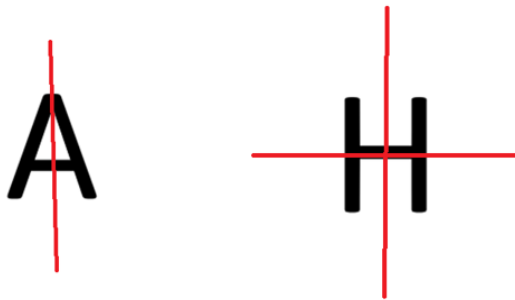
VSV - to trekanter er kongruente hvis en side og dens hosliggende vinkler er like

SSS - to trekanter er kongruente hvis alle tre sidene er like lange

Trekantene I og II er kongruente med hensyn til VSV.

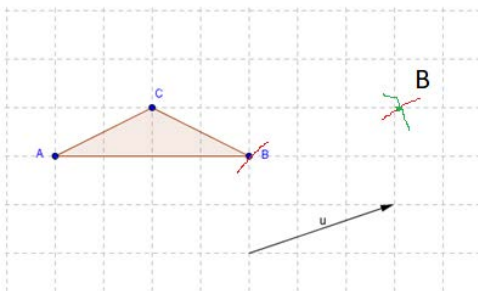


2)



**Bokstaven «A» har speilingsspeilingssymmetrier om vertikale aksen.
Bokstaven «H» har en rotasjonssymmetri (180°) og to speilingssymmetrier om vertikal og horisontale aksen.**

3)



**Passer og linjal; Kandidatens besvarelse skal ha tydelig merket med passer.
Figur over viser parallell forskyving av punkt B med hensyn til vektoren u.
Tilsvarende fremgang til de to andre punktene.**

Geogebra ; (fremgangsmåten i fig 1-2)

Det holder for kandidaten å vise bare fig 2.

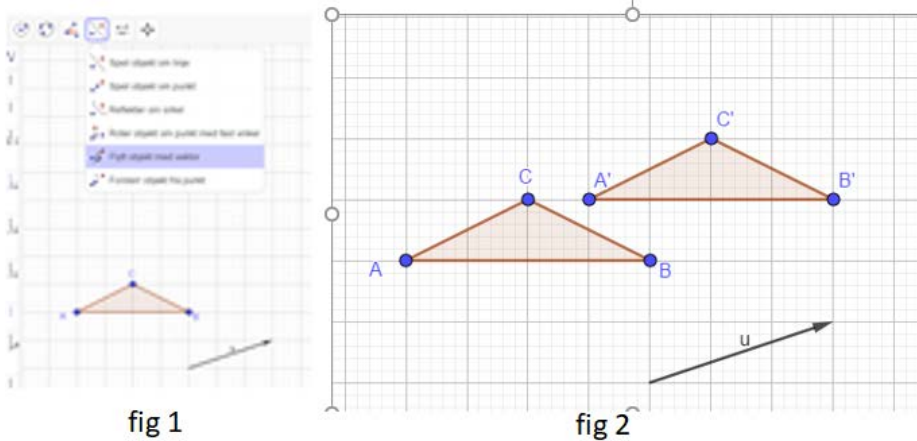


fig 1

fig 2

Oppgave5 (11 %)

1) Hva er kjennetegnet til rutineoppgave og problemoppgave i matematikk didaktikk?

(3%)

2) List opp de fire råder/ stadier i Polya's problemløsningsstrategier. (2%)

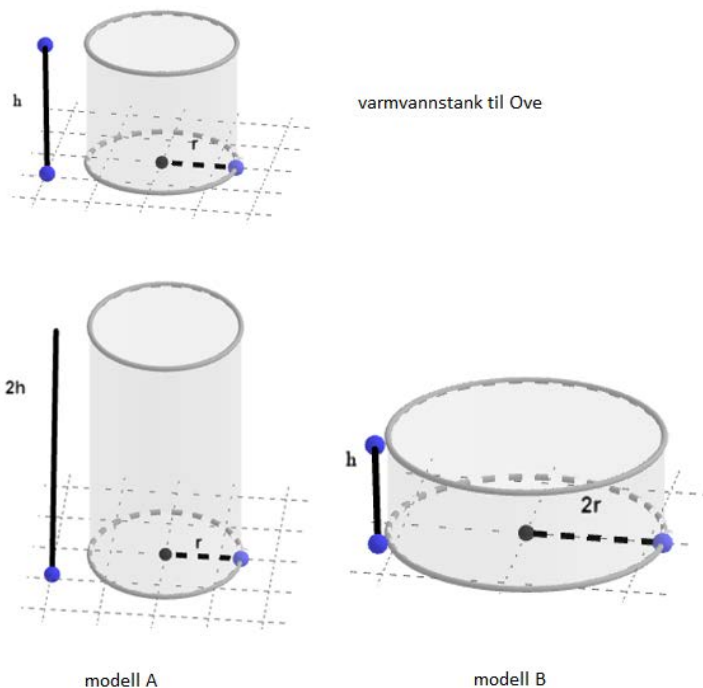
3) Ove ønsker seg en ny varmvannstank som er større enn den han har nå. Vi forholder oss til at en vanlig varmvannstank er formet som en sylinder.

Ove ser at det finnes to modeller for samme prisen – den ene har samme radius som

Ove sin varmvannstank og er dobbelt så høy, mens den andre modellen er like høy

som Ove sin men har dobbelt så stor radius. Han ønsker seg mest volum for pengene,

hvilken modell bør Ove kjøpe? (6%) (se figuren i neste side)



Oppgave5 (løsningen)

Nedenfor er det angitt hva som kreves for full uttelling på hver deloppgave. Innholdet må være tilsvarende, ordene/formuleringene må ikke være identiske. Ved ufullstendig svar må det vurderes i hvert tilfelle hvor mye som skal trekkes.

1) En problemoppgave er en oppgave der en ikke straks har ferdig en løsningsmetode. En har ikke en algoritme umiddelbart tilgjengelig som kan brukes for å løse oppgaven. I motsatt tilfelle er en rutineoppgave.

2) List opp de fire råder/ stadier i Polya's problemløsningsstrategier. (2%)

-FORSTÅ PROBLEMET

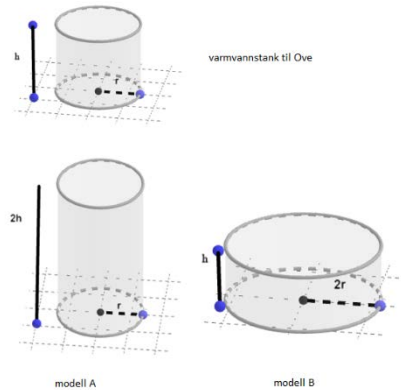
-LAG EN PLAN

-UTFØR PLANEN

-KONTROLLER OG REFLEKTER

3)

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{\text{ove}} = \pi r^2 \cdot h \\ V_{\text{modell A}} = \pi r^2 \cdot (2h) = 2\pi r^2 \cdot h \\ V_{\text{modell B}} = \pi (2r)^2 \cdot h = 4\pi r^2 \cdot h \end{array} \right.$$



Vi ser fra utregning at modell B har rommer dobbelt så stor av modell A. En kan også resonere seg frem til dette resultat.

Oppgave6 (16%)

A) Vi veier 11 rekrutter og får disse vektene i kilogram

73, 85, 71, 75, 75, 74, 86, 70, 74, 62, 69

- 1) Finn median, nedre kvartil og øvre kvartil. (3%)
- 2) Finn variasjonsbredden og kvartilbredden. (3%)
- 3) Finn gjennomsnittet og standardavviket. (4%)

B) Hva er vurdering og hvorfor skal vi vurdere?

Hva legger du i begrepene summativ og formativ vurdering (6%)

Oppgave6 (løsningen)

Nedenfor er det angitt hva som kreves for full uttelling på hver deloppgave. Innholdet må være tilsvarende, ordene/formuleringene må ikke være identiske. Ved ufullstendig svar må det vurderes i hvert tilfelle hvor mye som skal trekkes.

A) Vekten til rekruttene ordnet i stigende rekkefølge:

62, 69, 70, 71, 73, 74, 74, 75, 75, 85, 86

- 1) Median: $Q_2 = 74$ kg Nedre kvartil: $Q_1 = 70$ kg Øvre kvartil: $Q_3 = 75$ kg
- 2) Variasjonsbredde: $86 \text{ kg} - 62 \text{ kg} = 24 \text{ kg}$
Kvartilbredde: $75 \text{ kg} - 70 \text{ kg} = 5 \text{ kg}$
- 3) Gjennomsnittet: $\bar{x} = \frac{62+69+70+71+73+74+74+75+75+85+86}{11} = 74 \text{ Kg}$

Vekt	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
62	-12	144
69	-5	25

70	-4	16
71	-3	9
73	-1	1
74	0	0
74	0	0
75	1	1
75	1	1
85	11	121
86	12	144

$$\text{Varians } v = \frac{144+25+16+9+1+0+0+1+1+121}{11} = 42$$

$$\text{Standardavvik: } \sigma = \sqrt{v} = \sqrt{42} = 6,48$$

B) Vurdering kan defineres som ”å måle kvaliteten av noe i forhold til en gitt kvalitetsstandard”

Elever og lærlinger skal vurderes i forhold til kompetansemålene i læringsplaner for fag. Vurdering skal uttrykkes positivt som ulik grad av oppnådd kompetanse som vurdering for læring og sluttvurdering.

Formativ vurdering er en vurderingsform som skal fremme læring, og kalles derfor gjerne "vurdering for læring". At vurderingsformen har læring som formål, skiller den fra andre vurderingsformer som har som formål å bedømme eller rangere prestasjoner. Summativ vurdering er bedømming som finner sted ved avslutningen av et læringsforløp. Formålet med summativ vurdering er å avgjøre hvorvidt noe er holdbart eller ikke. Summativ vurdering har kontroll, ikke læring, som siktemål.

Kilde: stor norsk leksjon.

[formativ vurdering – Store norske leksikon \(snl.no\)](#)

[summativ vurdering – Store norske leksikon \(snl.no\)](#)

Oppgave7 (30%)

A)

1) Et spisested har to forretter, to hovedretter og to desserter på spisekartet sitt.

Forrett	Hovedrett	Dessert
Rekecocktail	Biff	is
Aspargessuppe	Laks	Kake

På hvor mange måter kan vi sette sammen menyen når vi skal ha en treretters middag bestående av forrett, hovedrett og dessert? (5%)

2) En Bankkode inneholder fire siffer. Hvor mange koder kan lages (2% +2%)

- Når alle sifrene er ulike
- Når ingen av sifrene er 5

3) I en spørreundersøkelse skal de spurte velge hvilket utkast til merkelapp de liker best. Av 20 utkast skal de velge ut fem som de graderer fra førstevalg til femtevalg. Finn antall mulige utvalg. (3%)

- 4) Du skal kjøpe tre nye gullfisker til akvariet ditt. I butikken er det 15 fisker du synes er aktuelle. Hvor mange forskjellige utvalg av fisk kan du gjøre til akvariet? (3%)

B)

En dag fikk en studentgruppe en oppgave i sannsynlighet og en oppgave i statistikk. I arbeidskrav skulle studentene regne minst en av oppgavene. Tabellen nedenfor viser hvordan studenter fordeler seg på de to gruppene.

	Statistikk	Ikke statistikk	Sum
Sannsynlighet		14	
Ikke sannsynlighet	17		
		17	40

- 1) Fyll ut krysstabellen. (5%)

Vi velger tilfeldig en student fra gruppen

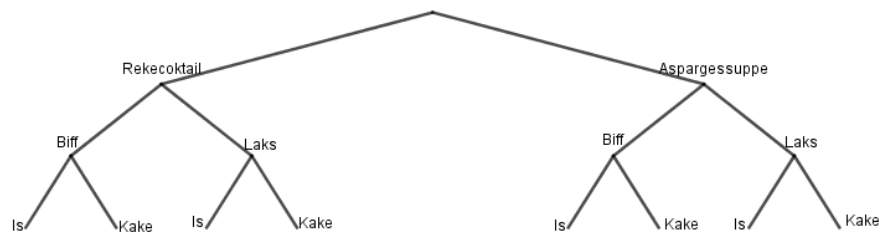
- 2) Finn sannsynligheten for at studenten har regnet sannsynlighetsoppgaven. (2%)
- 3) Finn sannsynligheten for at studenten ikke har regnet statistikkoppgaven (2%)
- 4) Finn sannsynligheten for at studenten har regnet begge oppgavene. (2%)
- 5) Finn sannsynligheten for at studenten ikke har gjort arbeidskravet. (2%)
- 6) Finn sannsynligheten for at studenten har gjort akkurat én av oppgavene. (2%)

Oppgave7 (Løsningen)

Nedenfor er det angitt hva som kreves for full uttelling på hver deloppgave. Innholdet må være tilsvarende, ordene/formuleringene må ikke være identiske. Ved ufullstendig svar må det vurderes i hvert tilfelle hvor mye som skal trekkes.

A)

- 1) Vi kan lage følgende et valgtre som hjelpefigur for å finne alle mulige kombinasjoner.



Vi får følgende kombinasjoner:

Rekecocktail-Biff-Is

Rekecocktail-Biff-Kake

Rekecocktail-Laks-Is

Rekecocktail-Laks-Kake

Aspargessupe-Biff-Is

Aspargessuppe-Biff-Kake
 Aspargessuppe-Laks-Is
 Aspargessuppe-Laks-Is
 Vi har tilsammen 8 menyer.

- 2) a. Når alle sifrene er ulike kan vi lage $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$ bankkoder.
 b. Når ingen av sifrene er 5, kan vi lage $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^4 = 6561$ bankkoder
- 3) Dette er et ordnet utvalg uten tilbakelegging og vi har $20P5 = 1\,860\,480$ utvalg
- 4) Dette er uordnet utvalg uten tilbakelegging og vi har $\binom{15}{3}$ og vi har 455 utvalg

B)

	Statistikk	Ikke statistikk	Sum
Sannsynlighet	6	14	20
Ikke sannsynlighet	17	3	20
Sum	23	17	40

- a. $P(\text{studenten har regnet sannsynlighetsoppgaven}) = \frac{20}{40}$
- b. $P(\text{studenten ikke har regnet statistikkoppgaven}) = \frac{17}{40}$
- c. $P(\text{studenten har regnet begge oppgavene}) = \frac{6}{40}$
- d. $P(\text{studenten ikke har gjort arbeidskravet}) = \frac{3}{40}$
- e. Det er 17 elever som har regnet statistikkoppgaven, men ikke sannsynlighetsoppgaven og det er 14 elever som har regnet sannsynlighetsoppgaven, men ikke statistikkoppgaven.

$$P(\text{studenten har gjort akkurat én av oppgavene}) = \frac{14 + 17}{40} = \frac{31}{40}$$

Fagspesifikke karakterbeskrivelser

Beskrivelsen under er veiledende i forhold til å sette karakter, derfor må besvarelsen også vurderes i sin helhet.

Symbol	Betegnelse	Beskrivelse
A	Fremragende	<p>Generelt: Fremragende prestasjon der kandidaten har løst problemer som krever fantasi og innsikt. Besvarelsen viser at kandidaten fullt ut behersker både de begrepsmessige, regnetekniske og anvendelsesmessige delene av emnet. Fremstillingen er klar og presis med korrekt bruk av notasjon og fagterminologi. Noen få mindre feil eller blanke punkter kan tillates.</p> <p>Klart ca 92% av besvarelsen</p>
B	Meget god	<p>Generelt: Meget god prestasjon der kandidaten har løst problemer som går utover det rutinemessige, og som krever god oversikt over emnet. Besvarelsen viser meget god beherskelse av de sentrale teknikkene,</p>

		<p>begrepene og anvendelsene i kurset. Fremstillingen er klar og med stort sett riktig bruk av terminologi og notasjon.</p> <p>Klart ca 80% av besvarelsen</p>
C	God	<p>Generelt: Gjennomsnittlig prestasjon der kandidaten har løst oppgaver av middels vanskelighetsgrad fra de fleste deler av kurset. Besvarelsen viser god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har ikke i særlig grad klart å anvende sine ferdigheter og kunnskaper på oppgaver som går ut over det rutinemessige. Fremstillingen er grei å forstå, men kan ha en del formelle mangler.</p> <p>Klart ca 60% av besvarelsen</p>
D	Nokså god	<p>Generelt: Prestasjon under gjennomsnittet der kandidaten har løst eller kommet et stykke på vei med oppgaver fra flere sentrale deler av kurset. Besvarelsen viser kjennskap til de viktigste teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har vanskelig for å komme helt i mål selv på rutinepregede oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men kan ha en god del formelle mangler.</p> <p>Klart ca 47% av besvarelsen</p>
E	Tilstrekkelig	<p>Generelt: Prestasjon som tilfredsstiller minimumskravene, men heller ikke mer. Besvarelsen viser at kandidaten har kjennskap til begreper, teknikker og anvendelser fra flere deler av kurset, og at han/hun til en viss grad kan bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men røper klare feil og misforståelser.</p> <p>Klart ca 40% av besvarelsen</p>
F	Ikke bestått	<p>Generelt: Prestasjon som ikke tilfredsstiller minimumskravene. Besvarelsen viser at kandidaten har manglende kjennskap til sentrale teknikker, begreper og anvendelser, eller manglende evne til å bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Besvarelser som bare viser beherskelse av en avgrenset del av emnet, vil normalt havne i denne kategorien.</p>