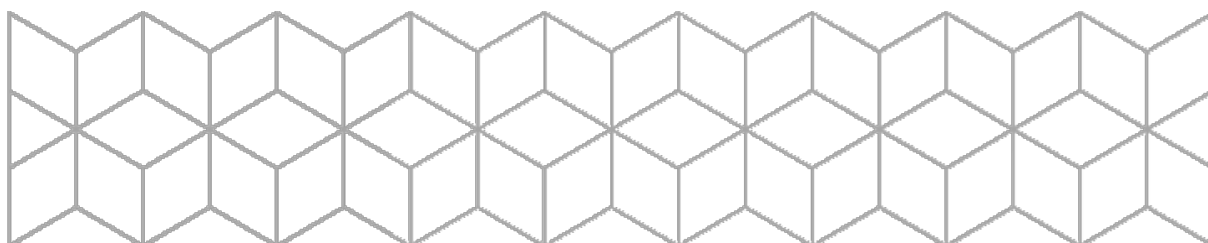


# EKSAMEN

<b>Emnekode:</b> LMBMAT10317	<b>Emnenavn:</b> MAT103 Tall, algebra og funksjoner (1-7)
<b>Dato:</b> 19.5.2020	<b>Eksamenstid:</b> 6 timer + 30 minutter til innlevering
<b>Hjelpemidler:</b> Alle, unntatt kommunikasjon	<b>Faglærere:</b> Khaled Jemai Sanna Erika Forsström Shipra Sachdeva
<b>Om eksamensoppgaven og poengberegning:</b> <p>Oppgavesettet består av 5 sider, inklusiv denne forsiden. Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.</p> <p>Oppgavesettet består av 7 oppgaver. Alle oppgavene skal besvares. Alle utregninger skal vises, og alle påstander skal begrunnes. Bruk av GeoGebra er kun tillatt når dere er bedt om å bruke graftegner.</p> <p>Vektingen fremkommer ved hver enkelt oppgave</p> <p>Alle hjelpemidler, unntatt kommunikasjon mellom kandidatene, er tillatt ved denne eksamenen. Eksamen skal være et selvstendig arbeid. Under eksamen er det ikke tillatt å kommunisere med andre personer om oppgaven, eller å dele utkast til besvarelse eller fullstendig besvarelse. Slik kommunikasjon er å anse som fusk. Innleverte eksamensbesvarelser blir kontrollert for plagiat.</p> <b>Innlogging i Inspira:</b> Oppgavesettet blir tilgjengelig i Inspira kl. 9.00 på eksamensdagen. Logg inn på <a href="https://hiof.inspera.no">https://hiof.inspera.no</a> med FEIDE-brukernavn og passord og last ned oppgavesettet (PDF-dokument som åpnes i et nytt vindu).	



**Skrive besvarelse:**

Du skriver besvarelsen i Word eller annet tekstbehandlingsprogram og leverer den som fil i Inspira. Bilder av utregninger gjort for hånd kan du lime inn i Word-dokumentet. Pass på at utregningene er godt lesbare for sensorene og at kandidatnummeret ditt framkommer på bildet. På hver side i besvarelsen skal du skrive ditt kandidatnummer (ikke navn!) og sidetall, slik: side x av y (for eksempel side 4 av 5). Det er tillatt å benytte GeoGebra kun der du blir bedt om å bruke graftegner.

**Innlevering i Inspira:**

Det gis 30 minutter tillegg i tid på eksamen til klargjøring av besvarelsen og innlevering i Inspira. Husk å lagre alle filene som inngår i besvarelsen på din datamaskin som sikkerhetskopi før du leverer besvarelsen i Inspira! Du vil kunne se din besvarelse under arkiv i Inspira når eksamenstiden er utløpt.

1. Hvis hele besvarelsen er skrevet i Word (med bilder av utregninger eller skjermdump limt inn i teksten)

Når du skal levere besvarelsen, lagrer du den (lagre som) i Word-format. Så laster du opp filen i Inspira innen kl. 15.30

2. Hvis du leverer kombinasjon av Word- og andre filer:

Lag en .zip-mappe med alle filene. Merk filene, slik at sensorene forstår hvilke oppgaver de tilhører. Last opp .zip-mappen i Inspira innen kl. 15.30. Hvordan lage .zip-mappe (veiledningen utarbeidet av NTNU) <https://innsida.ntnu.no/wiki/-/wiki/Norsk/%C3%85pne+og+pakke+zip-filer>

**Hvis du får problemer:**

Hvis du får problemer med å få levert besvarelsen, send alle filene på e-post til eksamen-halden@hiof.no. Vi vil levere besvarelsen i Inspira for deg. Du vil kunne se din komplette besvarelse under arkiv i Inspira når eksamenstiden er utløpt.

**Support:**

Ta kontakt med eksamen-halden@hiof.no hvis du har spørsmål eller trenger veiledning angående funksjonaliteten i Inspira.

**Sensurfrist: 9.6.2020**

Merk: Grunnet Covid 19-situasjonen kan det bli behov for forlengelse av sensurfristen. Studentene blir i så fall informert om utsettelsen.

Karakterene er tilgjengelige for studenter i Studentweb.

## Oppgave1 (22 poeng)

At  $a$  og  $b$  er kongruente modulo  $n$ , og vi skriver  $a \equiv b \pmod{n}$ , vil si at forskjellen  $a$  og  $b$  er helt antall ganger  $n$ , det vil si at  $n$  går opp i forskjellen mellom  $a$  og  $b$ .

$$a \equiv b \pmod{n} \Leftrightarrow n|(a - b)$$

$$\Leftrightarrow a - b = qn$$

$$\Leftrightarrow a = b + qn$$

Eksempel:  $37 \equiv 22 \pmod{5}$  vil si at  $37 - 22 = 15 = 3 \cdot 5$ . Forskjellen er helt antall ganger 5.

- A) Begrunn følgende påstander (8 poeng)
- $a \equiv a \pmod{n}$ . Refleksiv egenskap.
  - Hvis  $a \equiv b \pmod{n}$ , er  $b \equiv a \pmod{n}$ . Symmetrisk egenskap
  - Hvis  $a \equiv b \pmod{n}$  og  $b \equiv c \pmod{n}$ , er  $a \equiv c \pmod{n}$ . Transitiv egenskap
  - Hvis  $a \equiv b \pmod{n}$  og  $c \equiv d \pmod{n}$ , er  $a + c \equiv b + d \pmod{n}$
- B) Gi et eksempel for hver av de overnevnte påstandene (dere kan ikke bruke eksempler som ble brukt i forelesningsnotater) (4 poeng)
- C) Nedenfor følger 3 påstander. Konkluder om påståendene er riktig eller feil, samt gi begrunnelser eller mot eksempler. (7 poeng)
- Det er eksakt tre ulike løsninger på oppgaven: 52 elever skal deles inn i grupper på enten 4 eller 5 elever. Hvor mange grupper vil ha 5 elever?
  - Den diofantiske likningen  $25x + 15y = 12$  har en løsning.
  - Likningen  $8x \equiv 2 \pmod{12}$  har ikke løsning
- D) Forklar med dine egne eksempler to ulike måter å finne største felles faktor for to tall. (3 poeng)

## Oppgave2 (15 poeng)

- A) Gjør kort rede for tre tiltak du kan benytte deg av for å forebygge matematikkvansker. Reflekter tiltakene med ulike fiktive case fra klasserommet. (5 poeng)
- B) Forklar de ulike begrepene på Ball et al. (2008, s. 403) sin modell om lærerens undervisningskunnskap i matematikk. Finn gjerne egne eksempler som forklarer begrepene. (5 poeng)



Lærerens undervisningskunnskap i matematikk (Ball et al., 2008, s. 403)

- C) I lys av Ball et al. (2008, s. 403) sin modell om lærerens undervisningskunnskap i matematikk, gi eksempler på hvordan lærerens undervisningskunnskap kommer til syne i denne videoen hvor en klasse jobber med å telle tenner (se lenken nedenfor). Begrunn svare ditt.  
Skriv for eksempel: «Her viser hun kunnskap om faglig innhold og elever (KFE) fordi ...» osv. **(5 poeng)**

<https://vimeo.com/121976743>

### Oppgave3 (15 poeng)

- A) Den generelle formelen for trekantallene er  $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$  og kvadrattallene er  $K_n = n^2$ .  
**(3 poeng)**  
Vis at sammenhengen mellom kvadrattall og trekantall er  
$$K_n = T_n + T_{n-1}$$
- B) I en tallfølge er det første leddet 3, og differansen er 4.
- Vis med utregning hvilket nummer i tallfølgen har leddet 143? **(2 poeng)**
  - Avgjør om tallet 981 er et ledd i tallfølgen. **(2 poeng)**
  - Finn med utregning  $s_{50}$ . **(2 poeng)**
  - Bestem med utregning  $n$  slik at  $s_n = 6105$ . **(2 poeng)**
- C) Vi har tallfølgen  $9, -6, 4, -\frac{8}{3}, \frac{16}{9}, \dots$
- Forklar at tallfølgen er geometrisk. Hva er kvotienten  $k$  i følgen? **(2 poeng)**
  - Finn med utregning  $a_7$  og  $s_{21}$ . **(2 poeng)**

### Oppgave4 (15 poeng)

En gressplen er dobbelt så lang som bred, men eieren er ikke fornøyd med fasongen. Lengden blir redusert med tolv enheter, og bredden blir økt med ti enheter. Når dette er gjort, er arealet like stort som før. Hva var gressplens opprinnelige mål?

- Bruk Pólya's problemløsningsstrategi for å løse oppgaven ovenfor. **(3 poeng)**
- Presenter hvert steg av problemløsningsstrategien og begrunn valgene du tok underveis. Finnes det flere måter å løse oppgaven på? **(4 poeng)**
- Beskriv hvordan kan denne oppgaven brukes i klasserommet? På hvilket trinn og hvilke kompetansemål kan man oppnå med dette? **(3 poeng)**
- Er det mulig å tilrettelegge oppgaven for utforskning og gruppearbeid. Hvordan? Beskriv muligheter for læring og utfordringer en slik tilrettelegging kan skape i klasserom, både for lærer og elevene. **(5 poeng)**

### Oppgave5 (8 poeng)

- A) Faktoriser brøkene og forkort

a.  $\frac{x^2-1}{x^2-x-2}$  **(1 poeng)**

b.  $\frac{2x^2+4x-6}{x^2-9}$  **(1 poeng)**

- B)

a. Vis med utregning at  $x^2 + 2x - 3 = (x - 1)(x + 3)$  **(1 poeng)**

b. Finn grenseverdien  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+2x-3}{x-1}$  **(2 poeng)**

- C) Gitt funksjonen  $f(x) = \frac{3x-2}{2x+1}$

- a. Hva er definisjonsmengde til  $f$  (1 poeng)
- b. Finn vertikale og horisontale asymptoter til funksjonen (det er også mulig å bruke GeoGebra for å finne asymptotene) (2 poeng)

### Oppgave 6 (15 poeng)

- a) Forklar kort forskjellen mellom vurdering *av* læring og vurdering *for* læring. Hvilke momenter og prinsipper mener du er viktige å huske når det gjelder vurdering for læring? (5 poeng)
- b) Nils tenkte på et helt tall og ganget dette tallet med enten 5 eller 6. Jon la til 5 eller 6 til det tallet Nils fikk etter gangingen. Andreas trakk 5 eller 6 fra Jons resultat. Tallet de da stod igjen med, var 73. Hvilket tall hadde Nils tenkt på? Vis utregningene dine. (5 poeng)  
A) 10            B) 11            C) 12            D) 14            E) 15
- c) Kari og Anne jobber sammen med oppgaven over. Anne forteller Kari at det ikke spiller noen rolle om de velger å legge til 5 i 73 først og deretter trekke 6 fra svaret; eller de velger å legge til 6 i 73 først og deretter trekke 5. Men Kari er uenig og sier at det gir mening bare hvis de først velger å legge til 5 i 73 og så trekke 6 deretter. Kartlegg hvordan både Anne og Kari tenker matematisk. Beskriv problemet med matematisk tenkning hos den som tenker feil etter din mening og lag en strategi for å hjelpe henne å forstå og lykkes med oppgaven. (5 poeng)

### Oppgave7 (10 poeng)

$$f(x) = -2x^3 + 4x^2 + 2x - 4$$

- a. Vis med utregning at 1 er et nullpunkt til  $f$ ? (1 poeng)
- b. Utfør polynomdivisjon:  $f(x) : (x - 1)$ . (2 poeng)
- c. Finn utregning de andre to nullpunkter og faktoreriser  $f(x)$  til lineære faktorer. (2 poeng)
- d. Løs ulikheten  $f(x) \leq 0$ . (2 poeng)
- e. Finn ekstremalpunkteter til grafen  $f$  ved å bruke en graftegner (GeoGebra). (1 poeng)
- f. Bruk graftegner (GeoGebra) til å finne ut eventuelle vendepunkter. Finn i hvilke intervaller  $f$  er konkav og  $f$  er konveks (2 poeng)