

# SENSORVEILEDNING

<b>Emnekode:</b>	LMUMAT10119 LMAT10119
<b>Emnenavn:</b>	Tall, statistikk, kombinatorikk og sannsynlighet
<b>Eksamensform:</b>	Individuelt, skriftlig
<b>Dato:</b>	19. august 2020
<b>Faglærer(e):</b>	Monica Nordbakke (emneansvarlig) Henrik Stigberg Natalia Bredrup
<b>Eventuelt:</b>	Sensorveiledningen består av 25 sider



## **Innhold**

Denne sensorveiledningen inneholder:

1. Om eksamen i emnebeskrivelsene
2. Andre opplysninger om eksamen
3. Vurderingskriterier for den enkelte karakter
4. Oppgavene med stikkordsmessig løsningsforslag

### **1. Om eksamen i emnebeskrivelsene**

Skriftlig, seks timers individuell eksamen.

Kandidaten prøves både i matematikkfaglige og matematikdidaktiske oppgaver.

Tillatt hjelpemiddel: godkjent kalkulator.

Karakterregel: A-F

### **2. Andre opplysninger om eksamen**

Dato og tidspunkt: 19. august 2020.

Antall kandidater: Det er ca. 22 studenter oppmeldt til eksamen. Har ikke fått bekreftet antall oppmeldte.

### 3. Vurderingskriterier for den enkelte karakter

Dette skjemaet er også tilgjengelig for studenter.

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>
<b>Generelle kriterier</b>  Kilde: <a href="https://www.uio.no/studier/eksamen/karakter-skala/fagspesifikk-karakterbeskrivelse/mn-math.html#skriftlig">https://www.uio.no/studier/eksamen/karakter-skala/fagspesifikk-karakterbeskrivelse/mn-math.html#skriftlig</a>	<b>Fremragende</b> prestasjon der kandidaten har løst problemer som krever fantasi og innsikt. Besvarelsen viser at kandidaten fullt ut behersker både de begrepsmessige, regnetekniske og anvendelsesmessige delene av emnet. Fremstillingen er klar og presis med korrekt bruk av notasjon og fagterminologi. Noen få mindre feil eller blanke punkter kan tillates.	<b>Meget god</b> prestasjon der kandidaten har løst problemer som går utover det rutinemessige, og som krever god oversikt over emnet. Besvarelsen viser meget god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset. Fremstillingen er klar og med stort sett riktig bruk av terminologi og notasjon.	<b>God</b> Gjennomsnittlig prestasjon der kandidaten har løst oppgaver av middels vanskelighetsgrad fra de fleste deler av kurset. Besvarelsen viser god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har ikke i særlig grad klart å anvende sine ferdigheter og kunnskaper på oppgaver som går ut over det rutinemessige. Fremstillingen er grei å forstå, men kan ha en del formelle mangler.	<b>Nokså god</b> Prestasjon under gjennomsnittet der kandidaten har løst eller kommet et stykke på vei med oppgaver fra flere sentrale deler av kurset. Besvarelsen viser kjennskap til de viktigste teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har vanskelig for å komme helt i mål selv på rutinepregede oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men kan ha en god del formelle mangler.	<b>Tilstrekkelig</b> Prestasjon som tilfredsstillende minimumskravene, men heller ikke mer. Besvarelsen viser at kandidaten har kjennskap til begreper, teknikker og anvendelser fra flere deler av kurset, og at han/hun til en viss grad kan bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men røper klare feil og misforståelser.	<b>Ikke bestått</b> Prestasjon som ikke tilfredsstillende minimumskravene. Besvarelsen viser at kandidaten har manglende kjennskap til sentrale teknikker, begreper og anvendelser, eller manglende evne til å bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Besvarelser som bare viser beherskelse av en avgrenset del av emnet, vil normalt havne i denne kategorien.
<b>Prosent av besvarelsen som kan indikere karakter</b>	[92% - 100 %]	[77% - 92 %>	[58% - 77%>	[46 % - 58%>	[40 % - 46%>	[0 % - 40%>

Universitets – og høskolerådet har utformet disse generelle, kvalitative beskrivelsen av de ulike karakterene:

<b>symbol</b>	<b>betegnelse</b>	<b>generell, ikke fagspesifikk beskrivelse av vurderingskriterier</b>
A	fremragende	Fremragende prestasjon som klart utmerker seg. Kandidaten viser svært god vurderingsevne og stor grad av selvstendighet.
B	meget god	Meget god prestasjon. Kandidaten viser meget god vurderingsevne og selvstendighet.
C	god	Jevnt god prestasjon som er tilfredsstillende på de fleste områder. Kandidaten viser god vurderingsevne og selvstendighet på de viktigste områdene.
D	nokså god	En akseptabel prestasjon med noen vesentlige mangler. Kandidaten viser en viss grad av vurderingsevne og selvstendighet.
E	tilstrekkelig	Prestasjonen tilfredsstillende minimumskravene, men heller ikke mer. Kandidaten viser liten vurderingsevne og selvstendighet.
F	ikke bestått	Prestasjon som ikke tilfredsstillende de faglige minimumskravene. Kandidaten viser både manglende vurderingsevne og selvstendighet.

#### 4. Stikkordsmessig løsningsforslag på de enkelte oppgavene med forslag på maksimumspoeng

##### Viktige elementer for vurderingen:

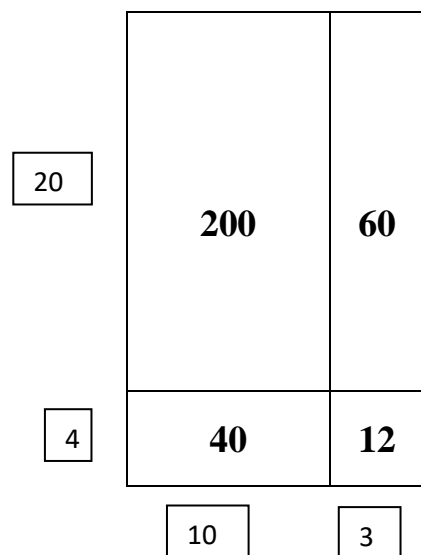
- I tabellen nedenfor er det indikert en maksimumspoengsum for hver av deloppgavene, men kun i noen grad utdypet hvordan poeng skal settes utover dette. Det er imidlertid av stor betydning med en helhetlig vurdering.

Oppgave 1		Oppgave 2		Oppgave 3		Oppgave 4		Oppgave 5		Oppgave 6	
a)i)	2	a)	2	a)	4	a)	3	a)	3	a)	2
a)ii)	2	b)i)	2	b)	4	b)	4,5	b)i)	2	b)	2
b)	2	b)ii)	2	c)	4	c)	3,5	b)ii)	2	ci)	1
c)i)	2,5	c)i)	1			d)	4	b)iii)	2	c)ii)	2
c)ii)	2,5	c)ii)	2					b)iv)	2	c)iii)	2
d)	3	d)i)	2					c)	3	d)i)	6
e)	3	d)ii)	3					d)	2	d)ii)	2
f)	3							e)	4	d)iii)	2
<b>Total</b>	<b>20</b>	<b>Total</b>	<b>14</b>	<b>Total</b>	<b>12</b>	<b>Total</b>	<b>15</b>	<b>Total</b>	<b>20</b>	<b>Total</b>	<b>19</b>

- Nedenfor finnes forslag på løsninger. Det vil selvsagt være flere andre fremgangsmåter som kan gi full uttelling så her må det vurderes i hvert enkelt tilfelle.



Arealbetraktning:



Distributive lov: Å splitte opp de enkelte faktorene i et multiplikasjonsstykke.

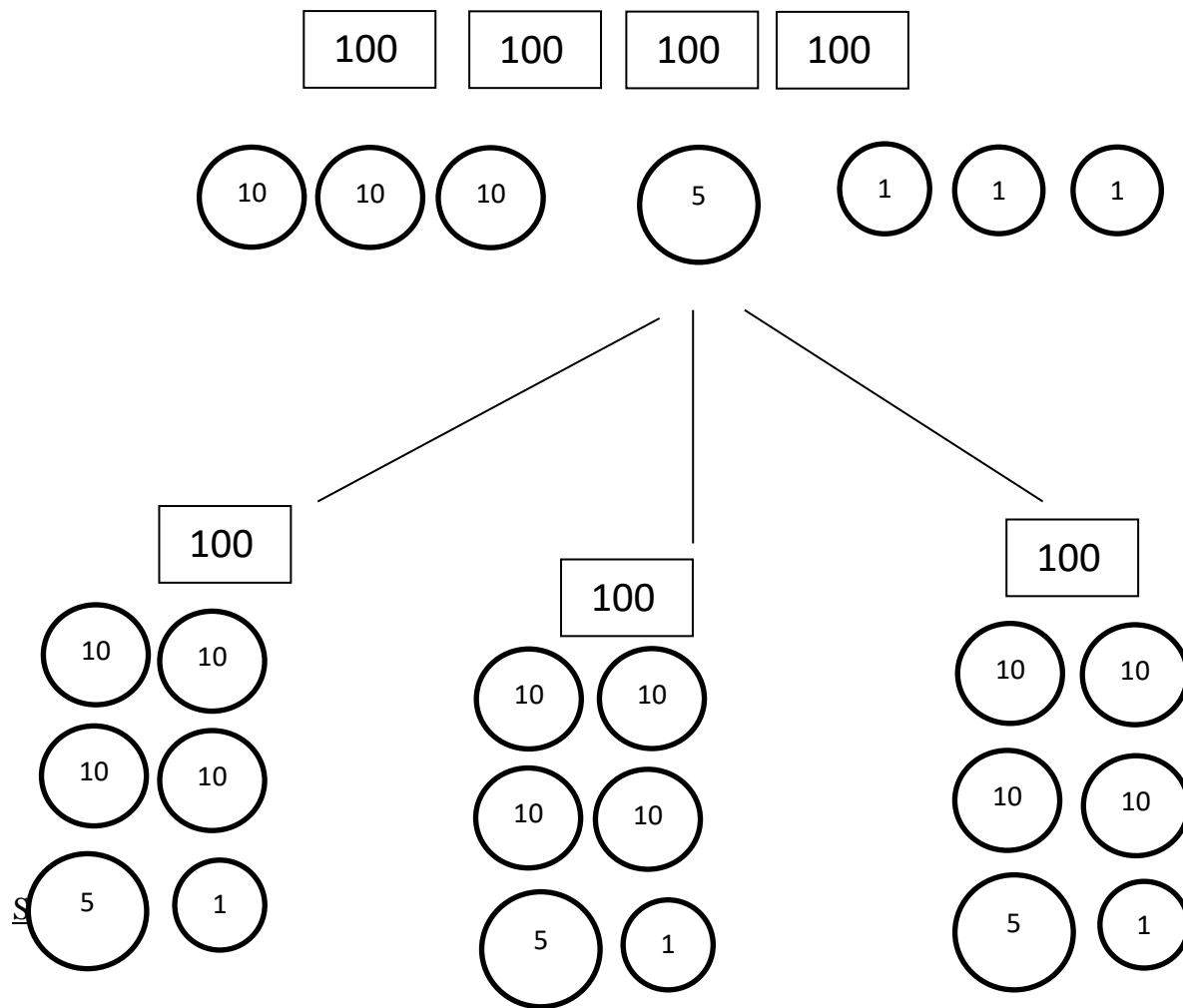
$$\begin{array}{r} 24 \cdot 10 = 240 \\ + 24 \cdot 3 = 72 \\ \hline = 312 \end{array}$$

Gjennom slike tilnærminger kan de prøve å komme fram til en algoritme på egenhånd. Noen vil sette det opp slik vi ser ovenfor. Da kan man veilede videre til en mer standardisert algoritme.

Her er noen av de visualiseringene og konkretiseringene man kan gjøre i forbindelse med divisjonsstykket  $438 : 3$ :

Tekstoppgave: 438 km skal deles inn i 3 like dagsetapper. Hvor mange kilometer blir det hver av dagene?

Med penger: Man tenker seg at 438 kr skal deles på tre og fordeler pengene i tre hauger. Dette tegnes opp. Her veksler man inn den ene hundrelappen i tiere.





Deling i stadig mindre porsjoner der disse trekkes fra etter hvert.

438 : 3	100	100	100
- <u>300</u>	30	30	30
138	15	15	15
- <u>90</u>	1	1	1
48			
- <u>45</u>			
3			
- <u>3</u>			
0	=146	=146	=146

Fra fordeling av penger til algoritmen:

Deling av hundrelapper	4 3 8 : 3 =	1 0 0
	<u>3 0 0</u>	4 0
Deling av tiere	1 3 8	6
	<u>1 2 0</u>	1 4 6
Deling av enere	1 8	
	<u>1 8</u>	
	0	

**b) Hvordan vil du avgjøre om 237 er et primtall?**

Metode 1: 1. Finne primtall under 16 (fordi roten av 237 = 15,4):

2 – 3 – 5 – 7 – 11 – 13

2. Divider 237 med disse primtallene:

$$237 : 2 =$$

$$237 : 3 = 79 \text{ (dermed er 237 et sammensatt tall)}$$

Metode 2: Finn tverrsummen av 237 og ser at tverrsummen er delelig med 3.

**c) Hvordan vil du avgjøre om et vilkårlig tall er delelig med**

**i) 4**

- Et tall er delelig med 4 hvis og bare hvis tallet som dannes av tallets to siste sifre er delelig med 4.
- Et hvert tall på tre eller flere siffer, kan vi skrive som en sum av antall hundrere (totalt) i tallet og et tosifret tall (som vil være tallet dannet av de to siste sifrene)

**ii) 25**

- Et tall er delelig med 25 hvis og bare hvis tallet dannet av de to siste sifrene er delelig med 25, dvs. når tallet slutter på 00, 25, 50 eller 75.
- Begrunnelse med eksempel: Ta et tall på tre eller flere siffer, f.eks. 123456. Ovenfor så vi at dette tallet kan vi skrive slik:  $123456 = 123400 + 56 = 1234 \times 100 + 56$

Vi vet at 25 går opp i 100 og dermed i  $1234 \times 100$ . dersom 25 skal gå opp i  $1234 \times 100 + 56$  så må 25 gå opp i 56, som altså er tallet dannet av de to siste sifrene i det opprinnelige tallet.

*Her vil det ikke være aktuelt med et formelt bevis, men en forklaring som kan gis gjennom eksempler.*

**d) Forklar begrepene største felles faktor og minste felles multiplum til de to naturlige tallene  $a$  og  $b$ .**

Den største felles faktoren for to tall er det største naturlige tallet som går opp i både  $a$  og  $b$ .

Minste felles multiplum er det minste naturlige tallet som både  $a$  og  $b$  går opp i (det minste tallet som er i både  $a$ -gangen og  $b$ -gangen).

**e) Når er det aktuelt å bruke begrepene største felles faktor og minste felles multiplum i skolen. Gi et konkret eksempel på hvert av tilfellene.**

Største felles faktor brukes når en brøk skal forkortes:

$$\text{Eks: } \frac{8}{20} = \frac{8:4}{20:4} = \frac{2}{5} \text{ fordi sff}(8,20) = 4$$

Minste felles multiplum brukes når to brøker skal adderes/subtraheres, og det må finnes en fellesnevner:

$$\text{Eks: } \frac{5}{4} + \frac{7}{8} = \frac{5 \cdot 2}{4 \cdot 2} + \frac{7}{8} = \frac{10}{8} + \frac{7}{8} = \frac{10+7}{8} = \frac{17}{8} \text{ fordi mfm}(4,8) = 8$$

**f) Gi en begrunnelse for at  $a^0 = 1$  når  $a$  er ulik 0 (null).**

Vi vet at  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ . Når  $n = m$ , vil  $\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0$ . Samtidig vet vi at når telleren og nevneren er like store, vil brøken kunne forkortes til 1. Derfor vil  $a^0 = 1$ .

## Oppgave 2 (14 %)

### a) Regn ut følgende oppgave:

Det er flere måter å løse oppgaven på. Her er to framgangsmåter:

$$0,6 + 4\frac{2}{8} + \frac{4}{32} = \frac{6}{10} + \frac{34}{8} + \frac{4}{32} = \frac{96}{160} + \frac{680}{160} + \frac{20}{160} = \frac{796}{160} = \frac{199}{40} = 4\frac{39}{40}$$

$$0,6 + 4\frac{2}{8} + \frac{4}{32} = \frac{6}{10} + \frac{34}{8} + \frac{4}{32} = \frac{6}{10} + \frac{34 \cdot 4}{8 \cdot 4} + \frac{4}{32} = \frac{6}{10} + \frac{136}{32} + \frac{4}{32} = \frac{6}{10} + \frac{140}{32} = \frac{6 \cdot 4}{10 \cdot 4} + \frac{35 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{24}{40} + \frac{175}{40} = \frac{199}{40} = 4\frac{39}{40}$$

### b) Regn ut og lag et praktisk eksempel til hver av oppgavene nedenfor.

i)  $\frac{4}{6} : 3 = \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$

En pizza er delt inn i 6 biter. Per og Lise tar hver sin del. Resten skal fordeles på Knut, Sofie og Ole. Hvor mye blir det til hver?

ii)  $(-3) + (-7) = -3 - 7 = -10$

Eva låner 3 kr av Trygve. Dagen etter økes gjelden med 7 kr til. Hvor mye skylder hun da?

### c) Skriv desimaltallene som brøk:

i)  $3,058 = 3 + \frac{58}{1000} = 3\frac{58}{1000} = 3\frac{29}{500}$

ii)  $43, \overline{23}$

Vi setter  $x = 43, \overline{23}$  og siden periodelengden er 2 (det er de to sifrene 2 og 3 som gjentar seg) multipliserer vi med 100 og får  $100x = 4323, \overline{23}$

Dermed får vi at

$$100x - x = 4323, \overline{23} - 43, \overline{23}$$

$$99x = 4280$$

$$x = \frac{4280}{99}$$

d) Følgende oppgave kunne vært hentet fra ungdomstrinnet:

I butikker kan du ofte få tilbud av typen "Kjøp 4, betal for 3". Man får fire varer til prisen for tre hvis det er samme vare til samme pris. Hvor mange prosent avslag får du?

i) Gjør oppgaven ovenfor, oppgi svaret med en desimal.

Tre varer koster  $4x$  der  $x$  er prisen på en av varene. Disse tre varene kan man få til prisen på 3, dvs.  $3x$ .

Dette betyr:

$$4x - \text{avslaget i prosent} = 3x$$

$$4x - \frac{4x \cdot p}{100} = 3x \text{ der } p \text{ er prosentandelen}$$

$$400x - 300x = 4xp$$

$$100x = 4xp$$

$$p = \frac{100x}{4x}$$

$$p = \frac{100}{4} = 25$$

Det gis 25 % avslag når man får tilbudet og prisen er den samme på alle varene.

**ii) Hvordan ville du tilrettelagt for elevenes forståelse av denne oppgaven?**

- Her vil det eksempelvis være bedre å bruke konkrete eksempler på priser. Hvis man ikke finner prosentandelen ved regning, kan man forsøke seg på ulike prosentandeler. Kan det være 50 %? Lavere andel enn 50 eller høyere? Kanskje regne ut for flere ulike andeler.

**Oppgave 3 (12 %)**

**a) Matematikkvansker kan ha *didaktiske årsaker*. Forklar hva som menes med *didaktiske årsaker*. Gi eksempler.**

Når en elev har matematikkvansker der årsakene er didaktiske, vil det dreie seg om undervisningssituasjonen. Dette innbefatter for eksempel:

- Valg av læreverk eller hjelpemidler
- Undervisningens progresjon (rekkefølge av lærestoff og tempo)
- Undervisningens innhold (tilpassede oppgaver, utfordringer, variasjon, eksempler, læringsstiler, arbeidsmåter)
- Lærerens holdning (engasjement, se elevene)
- Evaluering/vurdering/kartlegging av undervisning og elever
- Rammebetingelser (ressurser, klasserom)
- Organisering av elever (individuellt, grupper (homogene eller heterogene), plenum)

*Det holder med at studentene kommer med noen av disse eksemplene.*

## b) Hva er hensikten med *vurdering for læring*?

Vurdering for læring

- skal gi læringsmotivasjon og fremme læring
- skal bidra til at eleven forstår hva som skal læres og hva som forventes av dem
- skal bidra til at elevene kan forbedre seg
- gi grunnlag for tilpasset opplæring

*Det holder med at studentene berører noen av disse elementene.*

## c) Trekk fram ett formelt kartleggingsverktøy som du kjenner til. Beskriv dette ved å inkludere både hensikten med og innholdet av dette verktøyet.

Vi har sett eksempler på

- Alle teller (kartlegging av barns talloppfatning og tallforståelse i hele grunnskolen, inneholder diagnostiske oppgaver som skal avdekke misoppfatninger. Testene er laget for å hjelpe læreren til å finne ut hvordan han/hun best kan legge til rette for oppfølging av elevene da riktige og gale svar gir verdifull informasjon om elevenes styrker og svakheter)
- Kartleggingsprøve i matematikk (for hele grunnskolen, en del av oppgavene ønsker at fremgangsmåtene vises, gir svar om elevene har nådd LK06)
- M-prøvene (består av 8 prøver, M2 til M9 (fra småskoletrinnet og ut u-trinn). Et hjelpemiddel for å fange opp de elevene som har vansker med matematikken, inneholder kun ferdighetsoppgaver og krever kun endelig svar)
- Nasjonale prøver i regning som grunnleggende ferdighet i alle fag (Er ikke diagnostiske prøver, er obligatorisk på 5., 8. og 9. trinn, gir informasjon om ferdigheter som er viktige for læring i alle fag, dekker områdene tall, måling, statistikk, geometri. Er knyttet til anvendelser, gjerne fra hverdagslivet. Oppgavene er både åpne der elevene skal skrive inn svar og flervalgsoppgaver der elevene trykker på valgt alternativ.)

Vi har ikke gått inn og analysert de enkelte oppgavene så her er det kun noen punkter innenfor ett av kartleggingsverktøyene som kreves.

#### Oppgave 4 (15 %)

På en matematikkprøve i 10. klasse fikk elevene følgende karakterer:

2 – 1 – 3 – 4 – 2 – 5 – 3 – 6 – 3 – 4

2 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 6 – 4 – 5 – 3

Setter inn i en frekvenstabell og legger til en kolonne der karakter og frekvens legges sammen:

Karakterer	Frekvens	Karakter*Frekvens
1	1	1
2	4	8
3	5	15
4	4	16
5	3	15
6	3	18
<b>Sum</b>	20	73

a) Finn sentralmålene (median, gjennomsnitt og typetall) for datamaterialet.

- Medianen er den midterste observasjonen i datamaterialet når disse er sortert etter rekkefølge, eller gjennomsnittet av de to midterste observasjonene. I dette tilfellet er de to midterste observasjonene 3 og 4, så medianen må være 3,5.
- Gjennomsnittet:  $\frac{73}{20} = 3,65$



- Ut fra tabellen ser vi at typetallet er 3 siden den karakteren fremkommer flest ganger i datamaterialet.

**b) Finn spredningsmålene (variasjonsbredde, kvartilbredde og kvartilavvik) for datamaterialet.**

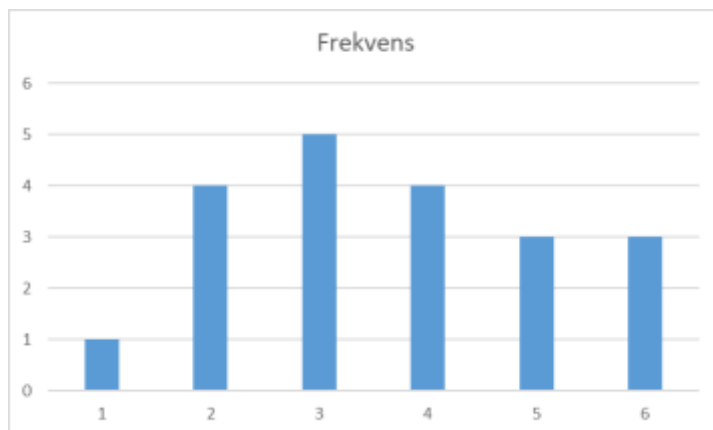
- Variasjonsbredden = differensen mellom høyeste og laveste = høyeste karakter – laveste karakter =  $6 - 1 = 5$
- Kvartilbredde: For å finne kvartilbredden må finne ut først hvilken observasjon som viser første (Q1) og tredje (Q3) kvartil. Her skal vi bruke standard avrundingsregel: For 20 observasjoner ligger Q1 som observasjon nr.  $\frac{1}{4} \cdot 20 = 5$  og dermed er Q1 lik karakteren 2, på samme måten finner at Q3 ligger på plass nr.  $\frac{3}{4} \cdot 20 = 15$  og Q3 = karakteren 5. Kvartilbredden er differansen mellom kvartilene:  $Q3 - Q1 = 5 - 2 = 3$ . Kvartilbredden er derfor 3.
- Kvartilavviket er halvparten av kvartilbredden, dvs.  $\frac{Q3 - Q1}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$

**c) Gi en tolkning av resultatene.**

- Vi ser at gjennomsnittet er større enn medianverdien, det betyr at det er flere høye karakterer.
- Kvartilbredden er i intervallet mellom karakterene 5 og 2, dvs. at vi kan anta at omtrent halvparten av observasjonene ligger innenfor dette intervallet. Dette spredningsmålet har fordel fremfor variasjonsbredde fordi ekstreme verdier blir utenfor denne

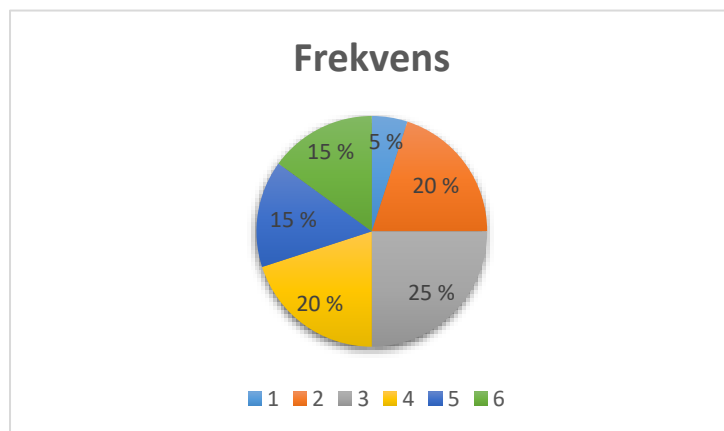
d) Fremstill datatene i to hensiktsmessige diagram og begrunn hvorfor disse er hensiktsmessige.

Søylediagram/stolpediagram:



Stolpediagram eller søylediagram passer til data med få svaralternativer, slik som i dette tilfellet med karakter.

Sektordiagram:



Når vi vil vise hvor stor andel av hver observasjon utgjør en helhet, bruker vi sektordiagram. Et sektordiagram egner seg for å vise prosentmessig fordeling av data eller gruppert data. Her vil det være å få fram prosentandelen til de ulike karakterene.



iii)  $432_{\text{fem}} \cdot 34_{\text{fem}} =$

$$\begin{array}{r}
 4 \quad 3 \quad 2 \quad \text{fem} \quad \cdot \quad 3 \quad 4 \quad \text{fem} \\
 \hline
 \phantom{4 \quad 3 \quad 2} \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \\
 + \phantom{4 \quad 3 \quad 2} \quad 2 \quad 4 \quad 0 \quad 1 \\
 \hline
 = \phantom{4 \quad 3 \quad 2} \quad 3 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 3 \quad \text{fem} \\
 \hline
 \end{array}$$

iv)  $4112_{\text{sju}} : 31_{\text{sju}} =$

$$\begin{array}{r}
 4 \quad 1 \quad 1 \quad 2 \quad \text{sju} \quad : \quad 3 \quad 1 \quad \text{sju} \quad = \quad \underline{1 \quad 2 \quad 2 \quad \text{sju}} \\
 3 \quad 1 \\
 \hline
 1 \quad 0 \quad 1 \\
 \phantom{1} \quad 6 \quad 2 \\
 \phantom{1} \quad \underline{6} \quad 2 \\
 \phantom{1} \phantom{6} \quad 6 \quad 2 \\
 \phantom{1} \phantom{6} \quad \underline{6} \quad 2 \\
 \phantom{1} \phantom{6} \phantom{6} \quad 0
 \end{array}$$

c) Gi et praktisk eksempel på følgende regnestykke:  $33_{\text{fire}} + 21_{\text{fire}} =$

Lise har kjøpt tre kartonger med tyggegummi og 3 løse pakker.

Per har kjøpt 2 kartonger med tyggegummi og 1 løs pakke. I hver kartong er det fire tyggegummipakker. Hvor mange tyggegummikartonger og -pakker har de til sammen?

d) Hva er forskjellen mellom et additivt tallsystem og et posisjonssystem?

Additivt system	Posisjonssystem
Hvert enkelt symbol har sin verdi Legger sammen symbolverdiene	Tallverdien er avhengig av både symbolenes verdi og dets plassering eller rekkefølge
Har ikke 0 som plassholder	Bruker 0 som plassholder
	Like mange symboler som grunntall i systemet

e) Adder tallene 1370 og 831 med både babylonsk kileskrift og egyptiske tallsymboler.

Babylonsk kileskrift

$$1370 = 22 \cdot 60^1 + 50 \cdot 60^0$$

$$831 = 13 \cdot 60^1 + 51 \cdot 60^0$$



$$\begin{aligned}
 &+ \triangle \quad \nabla \nabla \nabla \quad \triangle \triangle \triangle \triangle \triangle \nabla \\
 &= \triangle \triangle \triangle \nabla \nabla \nabla \nabla \nabla \nabla \quad \triangle \triangle \triangle \triangle \nabla
 \end{aligned}$$

Egyptisk tallsystem

$$\begin{aligned}
 &\text{🌺} \text{🌀🌀🌀} \text{📐📐📐📐} \\
 &\quad \quad \quad \text{📐📐📐} \\
 + &\quad \text{🌀🌀🌀🌀} \text{📐📐📐} \quad | \\
 &\quad \text{🌀🌀🌀🌀}
 \end{aligned}$$



### Oppgave 6 (19 %)

a) I et kompetansemål etter 5. trinn fra Kunnskapsløftet 2020 står det følgende:

*Mål for opplæringa er at eleven skal kunne diskutere tilfeldighet og sannsyn i spel og praktiske situasjonar og knyte det til brøk.*

**Gi et konkret eksempel på hvordan dette kompetansemålet kan ivaretas i opplæringen på 5. trinn.**

Her kan det eksempelvis nevnes sannsynligheten for å få en sekser i et terningsspill eller et ess ved å trekke fra en kortstokk.

b) **Sverre har to kodelåser på sykkelen sin. Den ene kodelåsen består av tre sifre, mens den andre består av fire sifre. En dag Sverre er på klasseset vil storesøster Ingrid låne hans sykkel, men hun kjenner ikke kodene.**

**Hvor mange forskjellige kombinasjoner må Ingrid i verste fall prøve for å få opp låsene?**

Her forutsettes det at hvert siffer i kodene kan bestå av 10 ulike symboler. For å låse opp den første låsen må Ingrid prøve  $10^3$  ulike kombinasjoner, samme for den andre låsen, men da blir det  $10^4$  ulike kombinasjoner.

Da vil antall ulike kombinasjoner bli:  $10^3 + 10^4 = 11000$ .

i) **Forklar kort hva som menes med uniform og ikke-uniform sannsynlighetsmodell.**

I en uniform sannsynlighetsmodell har alle utfallene like stor sannsynlighet.

ii) **Beskriv ett tilfeldig forsøk, knyttet til terningkast, med en uniform sannsynlighetsmodell. Hva er utfallsrommet i dette eksempelet?**

Et eksempel er ved kast av en terning. Da er det like stor sannsynlighet for å få hver av sidene på terningen, dvs.  $1/6$ .

Utfallsrommet er: {1, 2, 3, 4, 5, 6}

- iii) **Beskriv ett tilfeldig forsøk, knyttet til terningkast, som ikke har en uniform sannsynlighetsmodell. Hva er utfallsrommet i dette eksempelet?**

Et eksempel er ved å kaste 2 terninger. Da er summen av disse to sidene ikke like stor.

Utfallsrommet er: {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}

d) Anta at du som lærer gir følgende oppgaver til elevene dine:

1. **Ektepar Aasen har tre barn. Minst en av dem er en gutt. Hva er sannsynligheten for at ektepar Aasen har to jenter og en gutt?**

Her er det 7 mulige kombinasjoner, dersom vi ordner barna i rekkefølge: GGG, GGJ, GJG, GJJ, JGG, JGJ og JJG ( $2^3$  kombinasjoner minus kombinasjonen JJJ).

Det finnes tre kombinasjoner av "to jenter og en gutt": GJJ, JGJ og JJG. Sannsynligheten for at ektepar Aasen har to jenter og en gutt er dermed lik  $\frac{3}{7}$ .

2. **Ektepar Brekke har også tre barn. Det eldste barnet er en gutt. Hva er sannsynligheten for at ektepar Brekke har to jenter og en gutt?**

Her er det 4 mulige kombinasjoner: GGG, GGJ, GJG, GJJ.

Det finnes bare én kombinasjon av "to jenter og en gutt", nemlig GJJ. Sannsynligheten for at ektepar Brekke har to jenter og en gutt er dermed lik  $\frac{1}{4}$ .

3. **Ektepar Claussen har også tre barn. De to yngste barna er jenter. Hva er sannsynligheten for at ektepar Claussen har to jenter og en gutt?**

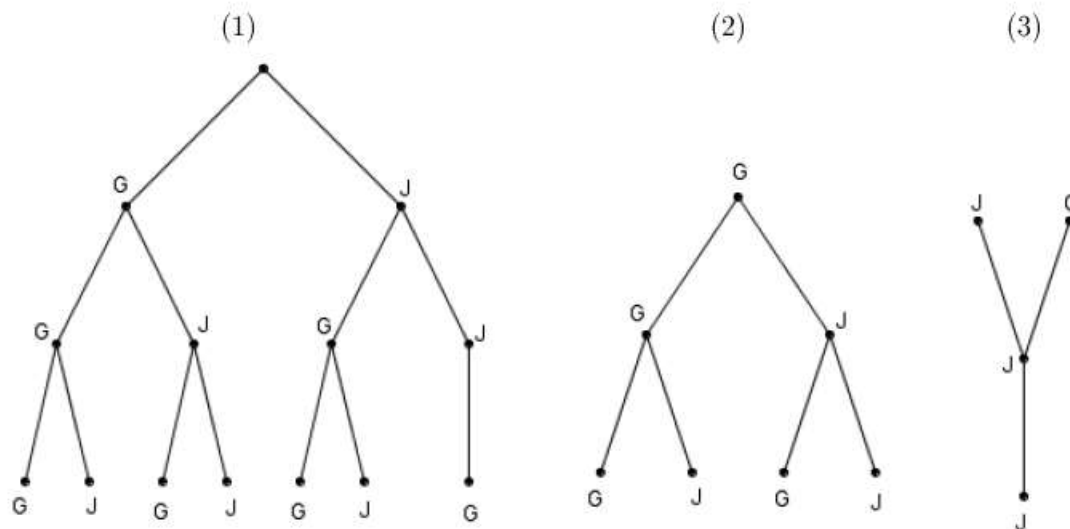


Her er det to mulige kombinasjoner: GJJ og JJJ.

Det finnes bare én kombinasjon av "to jenter og en gutt", nemlig GJJ. Sannsynligheten for at ektepar Claussen har to jenter og en gutt er dermed lik  $\frac{1}{2}$ .

**Vi antar nå for enkelhets skyld at sannsynligheten for at et barn som fødes er en jente er lik  $\frac{1}{2}$ .**

**i) Hva er svarene i de tre tilfellene? (se ovenfor) Vis også svarene gjennom tredidiagram.**



**ii) På hvilke måter kan elever tenke feil når de løser oppgavene?**

Elever kan for eks. tenke feil når de

- tror at begge sannsynlighetene i (1) og (2) er  $\frac{1}{4}$ .
- ikke tenker på utfallsrommet og glemmer noen muligheter.

**iii) Hvordan kan du som lærer rette opp i de feilaktige tenkemåtene?**

Det hjelper å skrive ned alle mulige kombinasjoner, som gjort over, eller tegne tredigrammer (som går ut på det samme, nemlig å se på alle mulige kombinasjoner).