Høgskolen i Østfold

EKSAMEN

Emnekode:	Emne:
LSV3MAT12	V3: Tall og algebra, funksjoner 2 (5.-10. trinn)
Dato:	**Eksamenstid:**
13. desember 2018	kl. 09.00 til kl. 15.00

Hjelpemidler:	Faglærere:
Kalkulator uten grafisk vindu Vedlagt formelark	Russell Hatami Khaled Jemai

Eksamensoppgaven:

Oppgavesettet består av 5 sider inklusiv denne forsiden og en side med formelark.
Kontroller at oppgaven er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.
Oppgavesettet består av 4 oppgaver. Alle oppgavene skal besvares.

Det er angitt hvor mange prosent hver oppgave teller.

Sensurdato: 3. januar 2019

Karakterene er tilgjengelige for studenter i Studentweb.

Oppgave 1 (34 %)

a) Hvilke av sammenhengene nedenfor er riktige? Begrunn.

I. $12 \equiv 3(mod\ 8)$ II. $21 \equiv 0(mod\ 7)$ III. $16 \equiv 4(mod\ 6)$

b) Finn SFF av tallene 1230 og 420.

c) Bruk primtallsfaktorisering til å bestemme om 2025 er delelig med 35 eller/og 42.

d) Hva er koeffisienten? Gi begrunnelse.

I. $-3x^2$

II. $\frac{x}{-3}$

III. $\frac{5x}{3}$

e) Bestem summen av følgende aritmetiske serie (tallfølge).

$$2, \quad 5, \quad 8, \quad 11, \dots, \quad 149.$$

f) Løs de følgende ligningene.

I. $\frac{x+3}{2x^2-7x} - \frac{8}{10x-35} = 0$

II. $3x^2 + 7x - 6 = 0$

g) En butikk gir en T–skjorte til hver 25. kunde og en penn til hver 20. kunde for reklameformål. Hvilket nummer blir den første kunden å få både en T-skjorte og en penn?

h) Bevis at summen av to påfølgende potenser av 4 alltid er delelig med 5.

i) Gi en forklaring/begrunnelse på at produktet av to negative tall er et positivt tall.

j) Johanna hevdet at hvis vi vet at summen av de første 50 partallene er 2550, må summen av de første 50 oddetallene være 50 enheter mindre; dvs. 2500. Er du enig med Johanna? Resonere for svaret ditt uten å bestemme summen av de første 50 oddetallene.

k) Divisjonsalgoritmen består av fem deler verden over. Men i de ulike språkene (fra ulike land), brukes ulike måter å stille opp på. De ulike oppstillingsmåtene kan fordeles på fire ulike hovedmåter; Celsius (den norske varianten), Italiensk, Trappen og Liggende stolen.

I. Divider 42224 med 21 med den fullstendige oppstillingen som du har lært. Svarte med to desimaler.

II. Vis/kontroller ved hjelp av multiplikasjon at din divisjon ble utført korrekt. Anvend Kashis metode her.

Oppgave 2 (16 %)

a) Regn ut og forenkle uttrykkene mest mulig

I. $-\frac{\mathbf{2a}}{\mathbf{a^2-4}}+\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{a-2}}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{0{,}5a+1}}$

II. $12-5\cdot 2+\frac{8\cdot 87+13\cdot 8}{32}+\frac{\frac{54}{5}}{\frac{27}{25}}$

III. $3\sqrt{50}-2\sqrt{32}+\sqrt{8}-\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{3}}$

IV. $\frac{14}{40}-\frac{7}{30}+\frac{4}{42}$ (her bør du bruke MFM)

b) Henrik skal lage en innhegning for jordbærplantene sine ved å gjerde inn et rektangelformet jordstykke. Henrik har fått tak i 32 meter gjerde. Henrik vil at jordbærlandet skal være så stort som mulig. Nilofar, Henriks datter, er veldig interessert i matematikk og hjelper pappa Henrik til å gjøre det største mulige jordbærlandet. Hvilket mål har det største jordbærlandet? Løs oppgaven på fire forskjellige metoder som følger:

I. Bruk tabell.

II. Bruk konjugatsetningen

III. Bruk grafisk løsning

IV. Bruk derivasjon

Oppgave 3 (25 %)

a)

I. Vis at $x^2+2x-3=(x-1)(x+3)$

II. Finn grenseverdien $\lim_{x\to 1}\frac{x^2+2x-3}{x-1}$

b) Gitt funksjonen $f(x)=\frac{3x-2}{2x+1}$

I. Hva er definisjonsmengden til f?

II. Finn vertikale og horisontale asymptoter til funksjonen.

c) Bruk definisjonen til den deriverte for å derivere følgende funksjoner:

I. $f(x)=3x+1$

II. $g(x)=x^2-4x$

d) Bruk derivasjonsregler for å finne den deriverte til følgende funksjoner:

I. $f(x)=x^4+\frac{1}{2}x^2$

II. $g(x)=\frac{x^2-1}{x+3}$

III. $h(x) = (x+1)\sqrt{x}$

e) En modell for avkjøling av ei flaske er gitt ved følgende funksjon:

$$f(t) = 0{,}06t^2 - 3{,}5t + 50 \qquad D_f = [0{,}20]$$

Her står $f(t)$ for temperaturen i ^0C til saften etter t minutter.

I. Regn ut $f(0)$ og $f(20)$. Hva forteller svarene?

II. Bruk modellen til å regne den gjennomsnittlige vekstfarten i intervallet $[0{,}20]$. Hva forteller svaret?

III. Finn $f'(t)$ og finn vekstfarten til f når $t = 8$.

f) Finn de ubestemte integralene

I. $\int (x^2 - 5x + 6)dx$

II. $\int \left(x + \frac{1}{x^2}\right) dx$

Oppgave 4 (25 %)

$$f(x) = -2x^3 + 4x^2 + 2x - 4$$

a) Vis at 1 er et nullpunkt til f?

b) Utfør polynomdivisjon: $f(x):(x-1)$.

c) Faktoriser $f(x)$ til lineære faktorer og finn de andre to nullpunkter.

d) Løs ulikheten $f(x) \leq 0$.

e) Finn ekstremalpunkteter til grafen f ved å bruke derivasjon. Bruk fortegnslinje til å avgjøre om det er topp- eller bunnpunkt.

f) Drøft krumningsforholdene til f og regn ut eventuelle vendepunkter.

g) Finn likningen til vendetangenten til f.

h) Tegn grafen til f.

i) Finn $\int_{-1}^{2} f(x)dx$.

j) Finn arealet som er avgrenset av x −aksen og grafen til f.

k) Forklar svaret i oppgave i) ved hjelp av utregningene i oppgave j).

Lykke til!

FORMELARK

Regler for rette linjer

Ett-punktsformelen for ikke-vertikal linje $y - y_0 = a(x - x_0)$

To-punktsformelen for ikke-vertikal linje $y - y_0 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)$

Regler for kongruensregning

Hvis $a \equiv b(\bmod n)$ og $c \equiv d(\bmod n)$ så gjelder:

$(i)\, a + c \equiv b + d(\bmod n)$

$(ii)\, a \cdot c \equiv b \cdot d(\bmod n)$

Potensregel

Hvis $a \equiv b(\bmod n)$ og $k \in N$, så gjelder

$a^k \equiv b^k (\bmod n)$

$ax^2 + bx + c = x^2 + px + q = 0;$ der $\frac{b}{a} = p = -(x_1 + x_2)$ og $\frac{c}{a} = q = x_1 x_2$.

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$

Derivasjonsregler

$f(x)$	$f'(x)$
k	0
kx	k
x^n	nx^{n-1}
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{(v(x))^2}$
$k \cdot g(x)$	$k \cdot g'(x)$
$g(x) + h(x)$	$g'(x) + h'(x)$
$f(x) \cdot g(x)$	$f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)$

Integrasjonsregler

$\int k\,dx = kx + C$

$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$

$\int k \cdot g(x) dx = k \int g(x) dx$

$\int (g(x) \pm h(x)) dx = \int g(x) dx \pm \int h(x) dx$