Høgskolen i Østfold

Sensorveiledning

Emnekode:	**LSKMAT1Y18**
Emnenavn:	**Tall og algebra for yrkesfaglærere**
Eksamensform:	**Individuell skriftlig eksamen, 5 timer.**
Dato:	**Torsdag 20.12.18**
Faglærer(e):	**Pål Jom** **Khaled Jemai**

Eventuelt:
Hjelpemidler til eksamen:

- LK06
- Kalkulator
- Egenprodusert regelbok på maks 5 A4-ark, dvs 10 A4-sider.

Oppgavesettet består av 5 oppgaver. På hver oppgave er det angitt hvor mye hver oppgave teller i hele eksamen.

Vurdering av Eksamen:
Eksamensoppgavene inneholder matematiske og didaktiske oppgaver. Kandidaten må vise matematiske og didaktiske kunnskaper for å bestå. Kandidaten kan ha ikke besvarte oppgaver, og allikevel bestå.

På hver oppgave er det oppgitt en prosentdel, som forteller hvor mye oppgaven teller av hele eksamen. Innenfor en oppgave teller hvert delspørsmål like mye.

Det gjøres en helhetsvurdering av besvarelsen når karakteren settes.

Læringsutbytte:
Læringsutbytte beskrivelsene er hentet fra emneplanen for **Tall og algebra for yrkesfaglærere**, og omskrevet til å gjelde for denne Eksamen.

- har inngående undervisningskunnskap i matematikken elevene arbeider med på 1P-Y (11.-13. trinn), tall og algebra.
- har kunnskap om kommunikasjon knyttet til matematikkundervisning i yrkesfagklasser i emnet tall og algebra.
- har kunnskap om metoderepertoar (flere måter å løse samme oppgave på) for undervisning i det matematikk emnet tall og algebra og motivasjon for yrkesfagelever.
- har gode praktiske ferdigheter i muntlig kommunikasjon i emnet tall og algebra, og kompetanse til å fremme slike ferdigheter og motivasjon hos elevene.
- kan vurdere elevers tenkemåter, argumentasjon og løsningsmetoder særlig knyttet til tall og algebra for 1P-Y.

Karaktergrenser:
På hver oppgave er det oppgitt en prosentdel, som forteller hvor mye oppgaven teller av hele eksamen. Innenfor en oppgave teller hvert delspørsmål like mye. Hele Eksamen utgjør 100 % eller 100 poeng. Karakterskalaen blir dermed;

Poeng/Prosent	Karakter
100 – 92	A
91 – 77	B
76 – 58	C
57 – 46	D
45 – 40	E
39 - 0	F

Med utgangspunkt i løsningsforslaget under kan man sette poeng på hvert delspørsmål. Når karakteren skal settes kan det også gjøres en helhetsvurdering av besvarelsen. Løsningsforslaget er bare et forslag på hva kandidaten bør ha med på hvert delspørsmål, men her er det også rom for at kandidaten kan komme andre ting som er relevant for delspørsmålet.

Løsningsforslag:

Oppgave 1 (20 %)

Hvilke kunnskaper trenger en lærer for å undervise i matematikk? En modell som prøver å si noe om hvilke kunnskaper en lærer i matematikk trenger er modellen «Undervisingskunnskap i matematikk». Se figuren nedenfor.

a) Beskriv hva de tre følgende områdene betyr.
   1. Spesialisert fagkunnskap (SFK)
   2. Kunnskap om faglig innhold og elever (KFE)
   3. Kunnskap om faglig innhold og undervisning (KFU)

   Løsningsforslag:
   1. Spesialisert fagkunnskap (SFK): Krever ikke noen kunnskap om undervisning og eleven. Læreren kan f.eks løse en oppgave på forskjellige måter.
   2. Kunnskap om faglig innhold og elever (KFE): F.eks matematiske feil og misoppfatninger som elevene gjør.
   3. Kunnskap om faglig innhold og undervisning (KFU): Hvordan legger læreren opp undervisningen når temaet er ligninger. Individuelt, par, grupper, plenum, stasjonsundervisning o.l.

b) Regn i hode og skriv ned hvilke strategi(er) du brukte
   1. 72 + 79 - 81
   2. $4 \cdot 575$

   Løsningsforslag:
   1. 71+80 – opp/ned strategien, 151-81 – opp/ned strategien, 150-80 = 70
   2. $4 \cdot 575 = 2 \cdot 2 \cdot 575 = 2 \cdot 1150 = 2300$ – Fordobling og halvering

c) Vi har flere hoderegningsstrategier. Forklar følgende to hoderegningsstrategier; «opp og ned» og «Fordobling og halvering». Forklar gjerne med eksempel.

   Løsningsforslag:
   Se strategiene som ble brukt i b).

d) Hvordan kan vi jobbe med hoderegningsstrategier i klasserommet?
Løsningsforslag:
1. Snakke med elevene om tankemodeller og strategier – muntlig matematikk
2. La elevene utveksle ideer og diskutere metoder.
3. Arbeide systematisk med hoderegning.
4. De første årene i skolen er svært viktig.
5. La elevene utforske tallenes verden – finne ut tallenes egenskaper, relasjoner, mønster og lignende.

e) Hvor vil du plassere hoderegning i modellen for undervisningskunnskap? Begrunn.
Løsningsforslag:
Når vi jobber med hoderegning, så jobber vi med det matematiske innholdet og hvordan eleven gjør hoderegning. Og følger jeg de 5 punktene i oppgave d), så jobber jeg med hvordan jeg vil undervise i hoderegning. Derfor vil jeg plasser hoderegning i områdene Kunnskap om faglig innhold og elever (KFE) og Kunnskap om faglig innhold og undervisning (KFU).

Oppgave 2 (20 %)

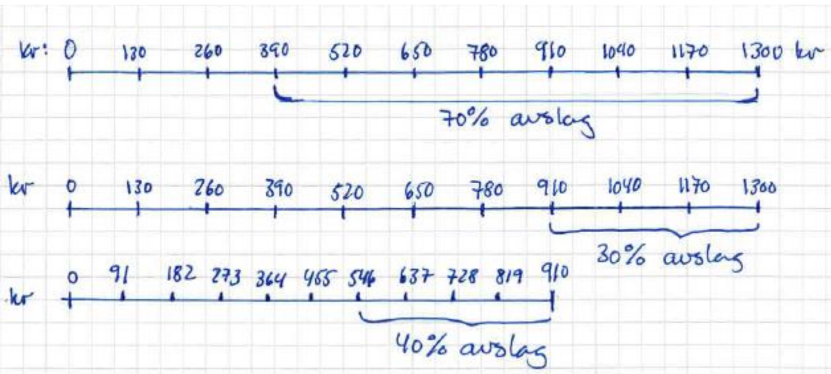
En par sko som koster 1300 kroner blir satt ned 30%. De siste salgsdagene blir tilbudsprisen satt ned enda 40%.

a) Løs oppgaven på to forskjellige måter.
1. Hva koster jakka de siste salgsdagene? Denne oppgaven skal du løse på to forskjellige måter.
2. Noen tror nok at prisen nå er satt ned 70% totalt. Forklar hvorfor prisen faktisk er satt ned mindre enn 70%
3. Hvor stort var det samlede prosentavslaget på?

Løsningsforslag:
1. Alternativ 1:
Setter ned først med 30 %: 1300*0,3 = 390. Ny utsalgspris blir: 1300 – 390 = 910
Setter deretter ned med 40 %: 910*0,4 = 364. Ny pris blir da: 910 – 364 = 546

Alternativ 2:
Setter ned først med 30%: 1300*0,7 = 910
Deretter ned med 40 %: 910*0,6 = 546

Alternativ 3:



2. 70 % av 1300 : 1300 – 910 = 390 kr
   Prisen er satt ned mindre enn 70 %, fordi at først tar vi 30 % av opprinnelig pris. Deretter tar vi 40 % av den nye prisen. Altså vi tar 40 % av en mindre del.

3. Vi finner hvor mange prosent varen egentlig var satt ned med.
   (1300 – 546)/1300 = 0,58 = 58 %

b) Med utgangspunkt i oppgave a), hvordan vil du forklare begrepene horisontal og vertikal matematisering?
Løsningsforslag:
Horisontal matematisering: Oppgaven vi får består av mye tekst. Det å gjøre om denne teksten til matematiske symboler, kaller vi for horisontal matematisering.
Vertikal matematisering: Dette er hvordan elevene løser oppgaven. Hvis en elev løser oppgaven med en figur eller tabell, kaller vi det lav vertikal matematisering. Dersom eleven løser oppgaven med matematiske symboler og formler har vi høy vertikal matematisering.

c) Når du løser oppgave a1) på to forskjellige måter, hvor vil du plassere det i modellen for undervisningskunnskap fra oppgave 1? Begrunn.
Løsningsforslag:
Når man løser en matematikk oppgave på to forskjellige måter så er vi i området Spesialisert fagkunnskap (SFK). Her kan læreren løse den samme oppgaven på forskjellig måter, noe som kan være med å motivere elever som løser oppgaven på forskjellige måter.

Oppgave 3 (20 %)

a) Løs følgende oppgave:
Astrid er halvparten så gammel som Thorild. Knut er tre år eldre enn Thorild. Til sammen er de 53 år gamle. Hvor gammel er Astrid, Thorild og Knut?
Løsningsforslag:
Vi velger:
Thorild: x
Astrid: x/2
Knut: x+3

Vi får da: x + (x/2) + (x+3) = 53. Dette gir x =20.
Det betyr at Thorild er 20 år, Astrid er 10 år og Knut er 23 år.

b) Hvilke problemer eller utfordringer kan elevene ha når de løser ligningen i oppgave 3a)?
Løsningsforslag:
- Gjøre om teksten til matematiske symboler – horisontal matematisering
- Sette opp ligningen riktig
- I denne ligningen har vi en brøk, slik at fellesnevner blir 2. Det å løse en ligning med brøk kan være en utfordring.

c) Når elever løser ligninger så kan det hende at de bruker uformelle metoder for å løse ligningen. Forklar følgende tre uformelle metoder; «Opp/Nedregning», «Tallkunnskap» og «Overdekning». Ta med eksempler når du forklarer de tre uformelle metodene.

Løsningsforslag:

1. Opp/Nedregning: Eks. 6 + x = 9. Her kan elevene telle seg oppover fra 6 til 9, som blir 3. x = 3.
2. Tallkunskap: Eks. 5x = 30. Her kan eleven bruke multiplikasjonstabellen. Eleven vet at 5*6 = 30, derfor blir x = 30
3. Overdekning: Eks. 6 – (3/(x+1)) = 4. Her kan eleven holde over parentesen og tenke; 6 – noe = 4, noe blir da 2. Eleven står da igjen med 3/(x+1) = 2. Eleven dekker over nevneren, og tenker; hva må jeg dele på 3 for å få 2, jo 1,5. Eleven har da x+1 = 1,5, og da blir x = 0,5.

Oppgave 4 (20 %)

a) Løs oppgaven:

Pål skal arrangere klassefest. Han ønsker å leie et lokale til 4 000 kroner. Utgiftene til leie skal fordeles likt på festdeltakerne.

1. Forklar at prisen og antall festdeltakere er omvendt proporsjonale størrelser.
2. Fyll ut tabellen under.

Antall festdeltakere	5	8	13	16	20
Pris per deltaker (kroner)					
Antall deltakere $\cdot$ pris per deltaker					

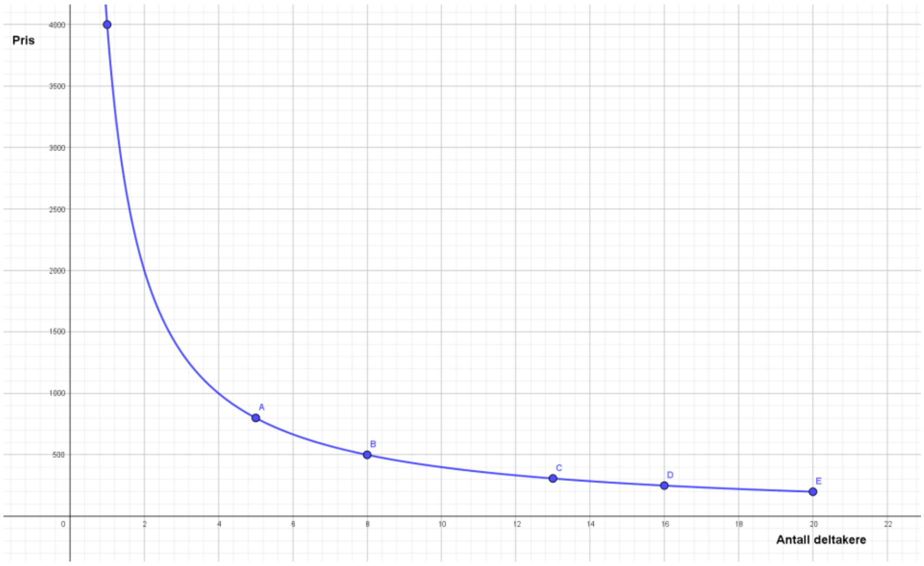
3. Tegn eller skisser grafen.
4. Hvilke overganger er det i denne oppgaven i forhold til Janviers tabell?

Løsningsforslag:

1. Jo flere festdeltakere, jo billigere blir det for hver person. Prisen og antall festdeltakere er omvendt proporsjonale størrelser.
2. Fyller ut tabellen:

Antall festdeltakere	5	8	13	16	20
Pris per deltaker (kroner)	800	500	307,69	250	200
Antall deltakere $\cdot$ pris per deltaker	4000	4000	4000	4000	4000

3. Grafen blir dermed



4. Janvier tabellen ser slik ut:

Til / Fra	Situasjon	Tabell	Graf	Formel
Situasjon		Måling	Skisse	Modellering
Tabell	Tolkning av tabell		Plotting	Tilpassing
Graf	Tolkning av graf	Avlesing		Tilpassing
Formel	Gjenkjenning	Utregning	Skisse	

De overgangene vi har i denne oppgaven er:
- Fylle ut tabell: fra Formel til tabell
- Tegne graf: fra Tabell til graf

b) Hvilke utfordringer kan elevene ha med denne oppgaven? Tips: Matematisering og det matematiske innholdet i oppgaven.
Løsningsforslag:
- Dette er en tekstoppgave: En utfordring for elevene er å gjøre om teksten til matematiske symboler – horisontal matematisering
- Det matematiske innholdet:
  - Elevene må ha kjennskap til funksjoner: proporsjonale funksjoner og omvendt proporsjonale funksjoner.
  - Når de skal regne ut tabellen, så må elevene kunne regne med formel.
  - Tegning av graf: Her må elevene ha kunnskap om koordinatsystemet, hvordan plotte inn punkter i et koordinatsystem og tegne grafen gjennom punktene som er plottet i koordinatsystemet.
- Andre ting?

Oppgave 5 (20 %)

a) Løs oppgaven:
En femtedel av elevene på en skole røyker. Av disse er tre femdeler jenter. Hvor stor del av elevtallet på skolen utgjør de jentene som røyker?

Løsningsforslag:
($\frac{1}{5}$ av skolens elever) x ($\frac{3}{5}$ av røykerne er jenter) = $\frac{3}{25}$ del av elevene ved skolen er jenter som røyker.

<table>
<tr><td colspan="25">Elever</td><td>Tilsammen</td></tr>
<tr><td colspan="25">Alle elevene ved skolen</td><td>$\frac{1}{1}$</td></tr>
<tr><td colspan="5">$\frac{1}{5}$
Av disse røyker</td><td colspan="5">$\frac{1}{5}$</td><td colspan="5">$\frac{1}{5}$</td><td colspan="5">$\frac{1}{5}$</td><td colspan="5">$\frac{1}{5}$</td><td>$\frac{5}{5}$</td></tr>
<tr><td>$\frac{1}{25}$
J</td><td>$\frac{1}{25}$
J</td><td>$\frac{1}{25}$
J</td><td>$\frac{1}{25}$
G</td><td>$\frac{1}{25}$
G</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>$\frac{25}{25}$</td></tr>
</table>

J = jente, G = gutt

Alternativ:
Jeg ser for meg 100 elever.
1/5 røyker: Dette blir 100/5 = 20 elever som røyker.
3/5 av de som røyker er jenter, og det blir (3*20) : 5 = 12 jenter som røyker.
12/100 = 3/25 = 0,12 er jenter som røyker av alle elevene.

b) Hvilke utfordringer har elevene knyttet til regning med brøk?
Løsningsforslag:
- Utvidelse/forkorting av brøk
- Regning med brøk – addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og divisjon
-

c) I forbindelse med den matematiske samtalen har vi noen begreper. Forklar følgende begreper;
- IRE/IRF samtale.
- Topazeeffekten og traktmønster

Løsningsforslag:
- **IRE/IRF:** Det står for lærerInitiering, elevRespons, lærerEvaluering/lærerFeedback. Lærer stiller et spørsmål som oppmuntrer til elevsvar. Elev svarer på spørsmålet, og lærer evaluerer svaret for så å gå raskt videre. Korte konkrete spørsmål som krever korte, enkle svar.

- **Topazeeffekten:** Et kommunikasjonsmønster som knyttes til undervisning der det er fokus på oppgaveløsning og å finne det rette svaret. Læreren ønsker at elevene skal være aktive og selv finne svaret, men når de ikke klarer det, vil lærer hjelpe elevene ved å «pakke» inn svaret. Det kan begynne med et hint, og fortsette med spørsmål som avgrenser oppgaven og gjør den lettere å forstå. I verste fall kan det ende opp med at læreren forteller svaret, hva eleven skal skrive.

- **Traktmønster:** Det er en underkategori av topazeffekten. Den kan starte med et åpent spørsmål, som snevres inn etter hvert for å få frem et riktig svar av eleven. Lærerens krav til eleven senkes i håp om at eleven da kan svare riktig. Hvis eleven ikke svarer riktig, presser læreren på med mer presise og snevre spørsmål for å lede til et riktig svar. I verste fall kan det avsluttes med at læreren selv sier svaret.

d) Hvor vil du plassere den matematiske samtalen i modellen for undervisningskunnskap fra oppgave 1? Begrunn.

Løsningsforslag:
Læreren ønsker å hjelpe elevene med de matematiske problemene eleven har. Dette gjøres ved kommunikasjon. Området i modellen for undervisningskunnskap blir dermed Kunnskap om faglig innhold og elever (KFE).