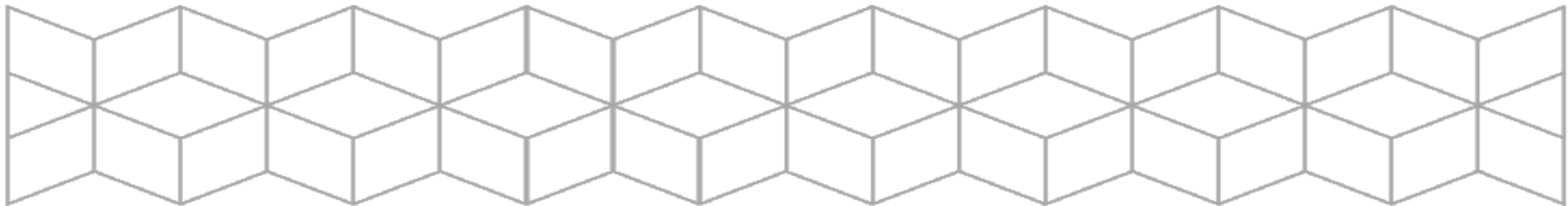


# SENSORVEILEDNING

<b>Emnekode:</b>	LMUMAT10117-1 18H LMAT10117-1 18H
<b>Emnenavn:</b>	Matematikk 101 for 5-10
<b>Eksamensform:</b>	Individuelt, skriftlig
<b>Dato:</b>	19.12.2018
<b>Faglærer(e):</b>	Monica Nordbakke (emneansvarlig) Henrik Stigberg Marianne Maugesten
<b>Eventuelt:</b>	Sensorveiledningen består av 19 sider



## **Innhold**

Denne sensorveiledningen inneholder:

1. Om eksamen i emnebeskrivelsene
2. Andre opplysninger om eksamen
3. Vurderingskriterier for den enkelte karakter
4. Oppgavene med stikkordsmessig løsningsforslag

### **1. Om eksamen i emnebeskrivelsene**

Skriftlig, seks timers individuell eksamen.

Kandidaten prøves både i matematikkfaglige og matematikdidaktiske oppgaver.

Tillatt hjelpemiddel: godkjent kalkulator.

Karakterregel: A-F

### **2. Andre opplysninger om eksamen**

Dato og tidspunkt: 19. desember kl. 9-15.

Antall kandidater: Det er 56 studenter oppmeldt til eksamen. Dette er studenter både fra 1. trinn grunnskolelærerutdanning for 5-10, emnes- og årsstudenter.

### 3. Vurderingskriterier for den enkelte karakter

Dette skjemaet er også tilgjengelig for studenter.

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>
<b>Generelle kriterier</b>  Kilde: <a href="https://www.uio.no/studier/eksamen/karakter-skala/fagspesifikk-karakterbeskrivelse/mn-math.html#skriftlig">https://www.uio.no/studier/eksamen/karakter-skala/fagspesifikk-karakterbeskrivelse/mn-math.html#skriftlig</a>	<b>Fremragende</b> prestasjon der kandidaten har løst problemer som krever fantasi og innsikt. Besvarelsen viser at kandidaten fullt ut behersker både de begrepsmessige, regnetekniske og anvendelsesmessige delene av emnet. Fremstillingen er klar og presis med korrekt bruk av notasjon og fagterminologi. Noen få mindre feil eller blanke punkter kan tillates.	<b>Meget god</b> prestasjon der kandidaten har løst problemer som går utover det rutinemessige, og som krever god oversikt over emnet. Besvarelsen viser meget god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset. Fremstillingen er klar og med stort sett riktig bruk av terminologi og notasjon.	<b>God</b> Gjennomsnittlig prestasjon der kandidaten har løst oppgaver av middels vanskelighetsgrad fra de fleste deler av kurset. Besvarelsen viser god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har ikke i særlig grad klart å anvende sine ferdigheter og kunnskaper på oppgaver som går ut over det rutinemessige. Fremstillingen er grei å forstå, men kan ha en del formelle mangler.	<b>Nokså god</b> Prestasjon under gjennomsnittet der kandidaten har løst eller kommet et stykke på vei med oppgaver fra flere sentrale deler av kurset. Besvarelsen viser kjennskap til de viktigste teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har vanskelig for å komme helt i mål selv på rutinepregede oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men kan ha en god del formelle mangler.	<b>Tilstrekkelig</b> Prestasjon som tilfredsstiller minimumskravene, men heller ikke mer. Besvarelsen viser at kandidaten har kjennskap til begreper, teknikker og anvendelser fra flere deler av kurset, og at han/hun til en viss grad kan bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men røper klare feil og misforståelser.	<b>Ikke bestått</b> Prestasjon som ikke tilfredsstiller minimumskravene. Besvarelsen viser at kandidaten har manglende kjennskap til sentrale teknikker, begreper og anvendelser, eller manglende evne til å bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Besvarelser som bare viser beherskelse av en avgrenset del av emnet, vil normalt havne i denne kategorien.
<b>Prosent av besvarelsen som kan indikere karakter</b>	[92% - 100 %]	[77% - 92 %>	[58% - 77%>	[46 % - 58%>	[40 % - 46%>	[0 % - 40%>

<p><b>Ut fra utbyttebeskrivelser i emnebeskrivelsen</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• har dybdekunnskap innenfor tall, algebra og funksjoner som elevene arbeider med på trinn 5-10</li> <li>• har kunnskap om matematiske læring- og utviklingsprosesser og hvordan legge til rette for at elever kan ta del i slike prosesser</li> <li>• har kunnskap om ulike syn på læring av matematikk og hvordan dette kommer til uttrykk i læremidler</li> <li>• har kunnskap om ulike representasjoner, spesielt innenfor brøk og funksjoner, og betydningen bruk av og overganger mellom representasjoner kan ha for elevers læring</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• har meget god kunnskap innenfor tall, algebra og funksjoner som elevene arbeider med på trinn 5-10</li> <li>• har meget god kunnskap om matematiske læring- og utviklingsprosesser og hvordan legge til rette for at elever kan ta del i slike prosesser</li> <li>• har meget god kunnskap om ulike syn på læring av matematikk og hvordan dette kommer til uttrykk i læremidler</li> <li>• har meget god kunnskap om ulike representasjoner, spesielt innenfor brøk og funksjoner, og betydningen bruk av og overganger mellom representasjoner kan ha for elevers læring</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• har god kunnskap innenfor tall, algebra og funksjoner som elevene arbeider med på trinn 5-10</li> <li>• har god kunnskap om matematiske læring- og utviklingsprosesser og hvordan legge til rette for at elever kan ta del i slike prosesser</li> <li>• har god kunnskap om ulike syn på læring av matematikk og hvordan dette kommer til uttrykk i læremidler</li> <li>• har god kunnskap om ulike representasjoner, spesielt innenfor brøk og funksjoner, og betydningen bruk av og overganger mellom representasjoner kan ha for elevers læring</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• har nokså god kunnskap innenfor tall, algebra og funksjoner som elevene arbeider med på trinn 5-10</li> <li>• har nokså god kunnskap om matematiske læring- og utviklingsprosesser og hvordan legge til rette for at elever kan ta del i slike prosesser</li> <li>• har nokså god kunnskap om syn på læring av matematikk og hvordan dette kommer til uttrykk i læremidler</li> <li>• har nokså god kunnskap om ulike representasjoner, spesielt innenfor brøk og funksjoner, og betydningen bruk av og overganger mellom representasjoner kan ha for elevers læring</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• har akkurat tilstrekkelig kunnskap innenfor tall, algebra og funksjoner som elevene arbeider med på trinn 5-10</li> <li>• har akkurat tilstrekkelig kunnskap om matematiske læring- og utviklingsprosesser og hvordan legge til rette for at elever kan ta del i slike prosesser</li> <li>• har akkurat tilstrekkelig kunnskap om syn på læring av matematikk og hvordan dette kommer til uttrykk i læremidler</li> <li>• har akkurat tilstrekkelig kunnskap om ulike representasjoner, spesielt innenfor brøk og funksjoner, og betydningen bruk av og overganger mellom representasjoner kan ha for elevers læring</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• har minimalt og ikke tilstrekkelig med kunnskap innenfor tall, algebra og/eller funksjoner som elevene arbeider med på trinn 5-10</li> <li>• har minimalt og ikke tilstrekkelig kunnskap om matematiske læring- og utviklingsprosesser og hvordan legge til rette for at elever kan ta del i slike prosesser</li> <li>• har minimalt og ikke tilstrekkelig med kunnskap om syn på læring av matematikk og hvordan dette kommer til uttrykk i læremidler</li> <li>• har minimalt og ikke tilstrekkelig med kunnskap om ulike representasjoner, spesielt innenfor brøk og/eller funksjoner, og betydningen bruk av og overganger mellom representasjoner kan ha for elevers læring</li> </ul>
---	---	--	--	--	--	--

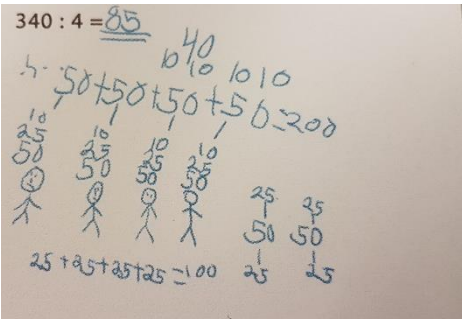
Universitets – og høgskolerådet har utformet disse generelle, kvalitative beskrivelsen av de ulike karakterene:

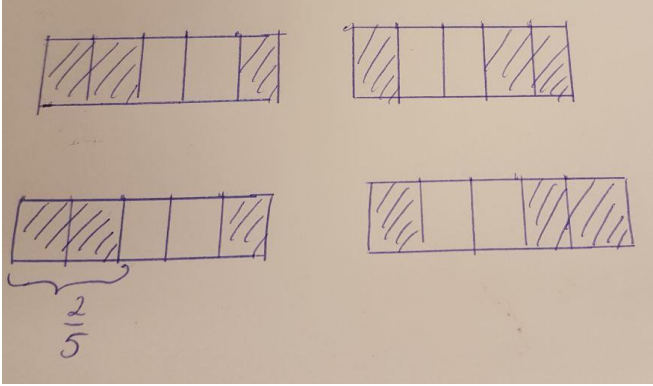
<b>symbol</b>	<b>betegnelse</b>	<b>generell, ikke fagspesifikk beskrivelse av vurderingskriterier</b>
A	fremragende	Fremragende prestasjon som klart utmerker seg. Kandidaten viser svært god vurderingsevne og stor grad av selvstendighet.
B	meget god	Meget god prestasjon. Kandidaten viser meget god vurderingsevne og selvstendighet.
C	god	Jevnt god prestasjon som er tilfredsstillende på de fleste områder. Kandidaten viser god vurderingsevne og selvstendighet på de viktigste områdene.
D	nokså god	En akseptabel prestasjon med noen vesentlige mangler. Kandidaten viser en viss grad av vurderingsevne og selvstendighet.
E	tilstrekkelig	Prestasjonen tilfredsstillende minimumskravene, men heller ikke mer. Kandidaten viser liten vurderingsevne og selvstendighet.
F	ikke bestått	Prestasjon som ikke tilfredsstillende de faglige minimumskravene. Kandidaten viser både manglende vurderingsevne og selvstendighet.

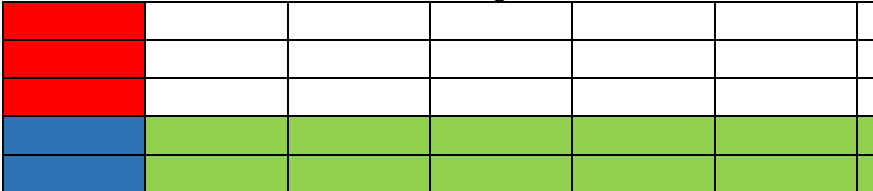
#### 4. Stikkordsmessig løsningsforslag på de enkelte oppgavene

Det er indikert en maksimumspoengsum for hver av deloppgavene, men i liten grad utdypet hvordan poeng skal settes utover dette. Det er imidlertid av stor betydning med en helhetlig vurdering.

Nedenfor finnes forslag på løsninger. Det vil selvsagt være mange andre fremgangsmåter som kan gi full uttelling så her må det vurderes i hvert enkelt tilfelle.

Oppgave-nummer	Oppgavens ordlyd	Løsningsforslag	Forslag på maks. poeng
1a	I Fagfornyelsen (forslag til ny læreplan fra 2020) står begrepene kommutativ, assosiativ og distributiv lov nevnt i forslagene til kompetansemål. Forklar hva lovene går ut på.	<p><b>Kommutativ lov:</b> <math>a + b = b + a</math> og <math>a \cdot b = b \cdot a</math>            Addendenes orden eller faktorenes orden er uten betydning for resultatet. Gjelder for addisjon og multiplikasjon</p> <p><b>Assosiativ lov:</b> En <b>assosiativ</b> operasjon tillater at parenteser kan plasseres fritt i et uttrykk der operasjonen utføres flere ganger i en sekvens. <math>a+(b+c) = (a+b)+c</math> og <math>a \cdot (b \cdot c)=(a \cdot b) \cdot c</math> Gjelder for addisjon og multiplikasjon.</p> <p><b>Distributiv lov:</b> <math>a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c</math>. Gjelder når hele parenteser skal multipliseres med et tall eller en parentes.</p> <p>Poeng: Bare talleksempler på lovene gir ikke full uttelling</p>	3
1b	<p>Figuren viser hvordan en elev har løst divisjonsoppgaven <math>340 : 4</math></p>  <p>Kilde: Tall og Tanke 2</p> <p>Forklar hvordan eleven kan ha tenkt.</p>	<p>Eleven har tenkt fordeling av penger til fire personer. Han deler først ut fire femtilapper = 200 kr, deretter en tier til hver = 40 kr. Så 25 kr til hver som blir 100 kr. Han har satt pengesummene under hverandre 10, 25 og 50 og fått 85.</p>	3

1c	Gi et eksempel på målingsdivisjon og et eksempel på delingsdivisjon til oppgaven $340 : 4$	Delingsdivisjon: Per har 340 kroner som skal fordeles på fire barn. Hvor mye får hver? Målingsdivisjon: Per har 340 kr som skal deles i hauger med fire kroner i hver haug. Hvor mange hauger blir det?	2+2
2a	Elevene kan møte brøk på flere ulike måter, blant annet som: <ul style="list-style-type: none"> <li>• del av en helhet</li> <li>• et tall på tallinja</li> <li>• en sammenlikning mellom en del og et hele</li> <li>• svaret på en divisjonsoppgave</li> </ul> Gi et eksempel på hver av disse fire måtene.	Del av en helhet: En pizza deles i seks biter. Du får en bit, en seksdel Et tall på tallinja: Tegning av ei tallinje som er delt i fem like store deler mellom 0 og 1. Sett merke på to femdeler. En sammenlikning mellom en del og et hele: $:\frac{1}{3}$ av klassen på 24 sykler til skolen Svaret på en divisjonsoppgave: $3 : 2 = \frac{3}{2}$	2
b	Lag en tegning og en tekstoppgave for både i) og ii), og regn ut: i) $4 : \frac{2}{5}$	i) Tegning: Tegner fire hele som er delt inn i femdeler. To og to femdeler er skravert.  Tekstoppgave: Et tau på 4 meter deles i deler som hver er $\frac{2}{5}$ . Hvor mange biter blir det? Utrekning: $4 : \frac{2}{5} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$	2

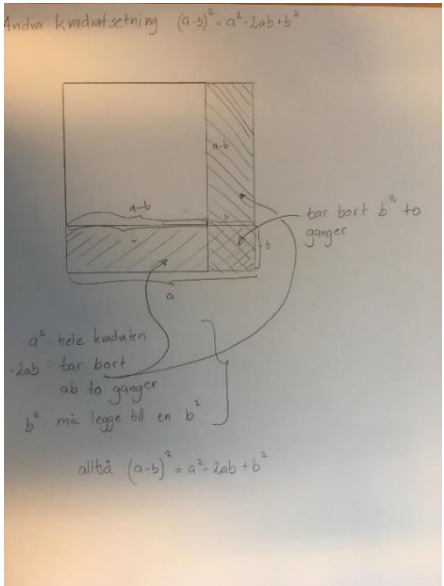
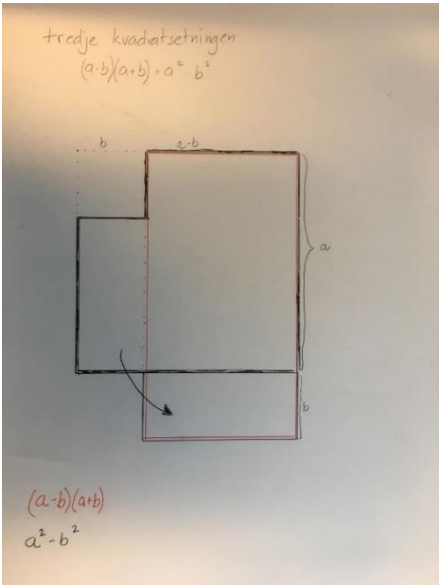
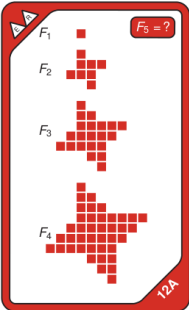
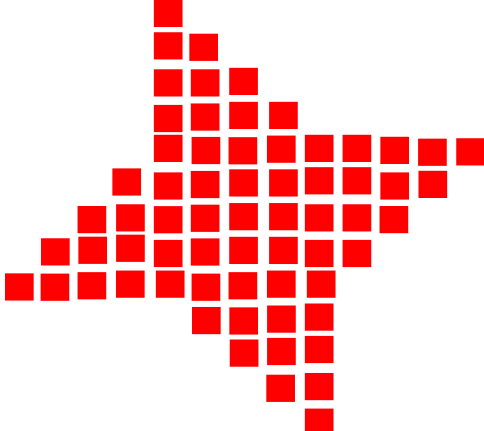
	ii) $12,5\%$ av $\frac{2}{5}$	$12,5\% = \frac{1}{8}$  <p><math>\frac{1}{8}</math> av <math>\frac{2}{5}</math> er enligt bild 2 av 40 .</p> <p>I en iskrempakke er <math>\frac{2}{5}</math> kg. Denne iskremen inneholder <math>12,5\%</math> sukker. Hvor mye rent sukker inneholder pakken?</p> $\frac{1}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1 \cdot 2}{8 \cdot 5} = \frac{2}{40} = \frac{1}{20}$	2
c	Hvordan vil du forklare hvilken brøk som er størst av $\frac{5}{6}$ og $\frac{6}{7}$ uten å gjøre om til felles nevner eller til desimaltall?	Kan for eksempel se hvor mye som mangler på hver av brøkene for å få en hel. $\frac{5}{6}$ mangler $\frac{1}{6}$ for å få en hel. $\frac{6}{7}$ mangler $\frac{1}{7}$ for å få en hel. $\frac{1}{6}$ er mer enn $\frac{1}{7}$ og derfor er $\frac{6}{7}$ mest.	2
d	Husprisene økte et år med $5\%$ og det neste året med $15\%$ . Hvor mange prosent har husprisene økt med i løpet av de to årene?	$x \cdot 1,05 \cdot 1,15 = x \cdot 1,2075$ <p>Svar: <math>20,75\%</math></p>	3
e	Etter at prisen på et hus hadde økt med $15\%$ , kostet det $3\,495\,000$ kr. Hva kostet huset før økningen? Vis på <u>to</u> ulike måter.	Med likning: $x \cdot 1,15 = 3495000 \leftrightarrow x = \frac{3495000}{1,15} \approx 3039000$ <p>Svar: Avrundet til <math>3\,039\,000</math>kr</p> <p>Veien om <math>1\%</math>:</p>	4



		$3495000 \leftrightarrow 115\%$ $3495000:115 \leftrightarrow 1\%$ $30391,3043 \leftrightarrow 1\%$ $3039130,43 \leftrightarrow 100\%$ Svar: Avrundet til 3 039 000 kr	
3a	Beskriv hva Jo Boaler mener med metoden «number talks» i artikkelen «Fluency Without Fear: Research Evidence on the Best Ways to Learn Math Facts».	<a href="https://www.wisconsinrticenter.org/assets/Math%20Webinar%205/FluencyWithoutFear-2015.pdf">https://www.wisconsinrticenter.org/assets/Math%20Webinar%205/FluencyWithoutFear-2015.pdf</a> «It involves posing an abstract math problem such as $18 \times 5$ and asking students to solve the problem mentally. The teacher then collects the different methods and looks at why they work.» Studenten må få fram essensen i citatet.  Stikkord i besvarelsen kan være: - Få fram at de hoderegningsstrategier elevene bruker, skal brukes som utgangspunkt. - Diskusjon av ulike strategier. - Utvikling av elevens personlige «verktøy» med effektive regnemetoder. - Utvikling av elevens evne til å foreta passende valg av hoderegningsteknikker	3
3b	Hvilke strategier kan elevene bruke for å beregne $72 - 15$ ? Nevn <u>tre</u> strategier.	<b>Beregninger ut fra tallstørrelsen:</b> $72-15 = (70-10)+(2-5)=60+(-3)=60-3=57$ <b>Stegvise beregninger:</b> Standard: $72-15$ : $72-10=62$ ; $62-5=57$ Med kompensasjon: $72-20=52$ ; $52+5=57$ Kompletterende addisjon: $15+5=20$ ; $20+50=70$ ; $70+2=72$ ; $72-15=57$ <b>Kompensasjonsberegninger:</b> Ena termen endres: $15 \rightarrow 20$ ; $72-20=52$ ; $52+5=57$ Begge termene endres: $72 \rightarrow 70$ ; $15 \rightarrow 13$ ; $70-13=57$	3
3c	Er 223 et primtall? Vis hvorfor/hvorfor ikke.	$\sqrt{223} \approx 14,9$ Då må vi prøve alle primtall til 13 223 deles ikke jevnt med 2, 3, 5, 7, 11 og 13. Altså er 223 et primtall.	2

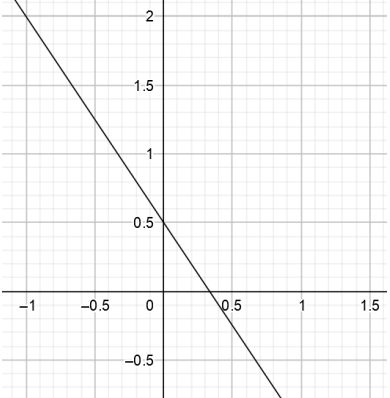
3d	Ta utgangspunkt i enten sff(a,b) eller mfm(c,d), og forklar anvendelsen av denne gjennom eget eksempel.	<p>Enten sff eller mfm:</p> $\begin{aligned} \text{sff}(24,36) &= 12 \\ 24 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \\ 36 &= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \\ \text{felles } &2 \cdot 2 \cdot 3 = 12 \end{aligned}$ <p>Dette kan brukes til å forkorte brøk:</p> $\frac{24:12}{36:12} = \frac{2}{3}$ $\text{mfm}(4,6) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$ $4 = 2 \cdot 2$ $6 = 2 \cdot 3$ <p>Dette kan brukes til å finne fellesnevner</p> $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$	2
4a	Hvordan kan matematikkvansker defineres?	<p>Det finnes ulike definisjoner. Lunde opererer med tre ulike definisjoner (15 – 20 % av elevene)</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Kjennetegnsgdefinisjon: Vedvarende vansker med å lære eller forstå tallbegrep (<math>4 &lt; 5</math>), telleprinsippene (siste tallet som angir mengden) eller aritmetikk (<math>4+2</math> alltid er 6).</li> <li>2. Diskrepansdefinisjon: Eleven har stagnert eller gått tilbake i forhold til normal faglig utvikling. Ligger 2 år etter normal faglig utvikling (hva nå det måtte være)</li> <li>3. Årsaksdefinisjon: Når elever er i matematikkvansker, kan det skyldes elevens innlæringsmåte, matematikkens innhold og undervisningen.</li> </ol> <p><u>Poeng:</u> Trenger ikke ha med alle tre for full uttelling, men det må være mer enn at studenten sier at elevene sliter med matematikken</p>	2
4b	Hvordan kan dyskalkuli defineres?	Det er spesifikke matematikkvansker. Eleven gjør det bra i andre fag jfr dysleksi. 3-4 % av elevene	1
4c	Du har lest artikkelen «Hva påvirker ungdomsskoleelevers læring?» av Mona Røsseland. Hva vil du ut fra artikkelen svare på overskriften? Skriv punktvis.	Stikkord som med fordel kan utdypes: Det som gir læring hos ungdomsskoleelever er fokus på forståelse, variasjon av undervisningen, engasjerte lærere, høye forventninger fra lærer, samarbeid mellom elevene.	4

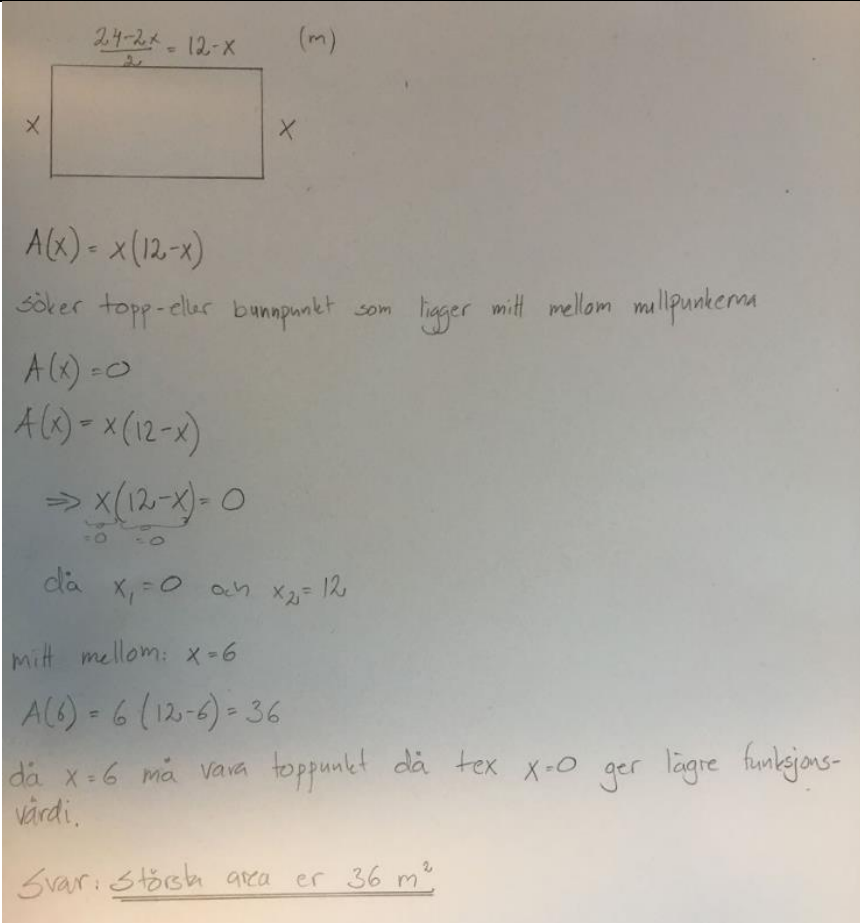
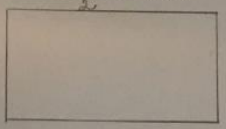
4d	<p>I opplæringslovens § 3-1 om Rett til vurdering står følgende:</p> <p><i>Elevar i offentlig grunnskoleopplæring og elever, lærlingar, praksisbrevkandidatar og læreandidatar i offentlig vidaregåande opplæring har rett til vurdering etter reglane i dette kapitlet. Retten til vurdering inneber både ein rett til undervgsvurdering og sluttvurdering og ein rett til dokumentasjon av opplæringa.</i></p> <p>Underveisvurdering kan gjennomføres ut fra både formell og uformell kartlegging. Hvilken formell og uformell matematisk kartlegging kjenner du til?</p>	<p>Her er det en rekke eksempler fra mange aktiviteter der læreren kan innhente bevis for læring hos elevene.</p> <p>Eksempler uformell</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Elevbesvarelser, muntlige aktiviteter mellom elever og mellom elev(-er) og lærere, kroppsspråk, oppsummeringer, logg</li> </ul> <p>Eksempler formell:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Kartleggingsprøver, med eller uten diagnostiske oppgaver og andre småtester</li> </ul>				3																												
5a	<p>a) Du bruker følgende tallgåte i en 8. klasse:</p> <p><i>Tenk på et tall.</i>  <i>Doble tallet.</i>  <i>Adder 5 til tallet du nå har.</i>  <i>Subtraher 3 fra tallet du nå har.</i>  <i>Multipliser det tallet du har nå med 2.</i>  <i>Divider det tallet du nå har med 4.</i></p> <p>Vis hvordan det kan brukes <u>ulike</u> representasjoner i arbeidet med denne tallgåta.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Tekst</th> <th>Talleksempel</th> <th>Tegning</th> <th>Algebra</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Tenk på et tall</td> <td>5</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td>t</td> </tr> <tr> <td>Doble tallet</td> <td>10</td> <td><input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></td> <td>2*t</td> </tr> <tr> <td>Adder 5 til tallet du nå har</td> <td>15</td> <td><input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> .....</td> <td>2* t + 5</td> </tr> <tr> <td>Subtraher 3 fra tallet du nå har</td> <td>12</td> <td><input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> ..</td> <td>2*t + 5 - 3= 2t +2</td> </tr> <tr> <td>Multipliser det tallet du har nå med 2</td> <td>24</td> <td>..... <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/></td> <td>4t + 4</td> </tr> <tr> <td>Divider det tallet du nå har med 4.</td> <td>6 som er en mer enn jeg tenkte på.</td> <td><input type="checkbox"/>•</td> <td>t + 1</td> </tr> </tbody> </table>	Tekst	Talleksempel	Tegning	Algebra	Tenk på et tall	5	<input type="checkbox"/>	t	Doble tallet	10	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	2*t	Adder 5 til tallet du nå har	15	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> .....	2* t + 5	Subtraher 3 fra tallet du nå har	12	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> ..	2*t + 5 - 3= 2t +2	Multipliser det tallet du har nå med 2	24	..... <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	4t + 4	Divider det tallet du nå har med 4.	6 som er en mer enn jeg tenkte på.	<input type="checkbox"/> •	t + 1				5
Tekst	Talleksempel	Tegning	Algebra																															
Tenk på et tall	5	<input type="checkbox"/>	t																															
Doble tallet	10	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	2*t																															
Adder 5 til tallet du nå har	15	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> .....	2* t + 5																															
Subtraher 3 fra tallet du nå har	12	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> ..	2*t + 5 - 3= 2t +2																															
Multipliser det tallet du har nå med 2	24	..... <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	4t + 4																															
Divider det tallet du nå har med 4.	6 som er en mer enn jeg tenkte på.	<input type="checkbox"/> •	t + 1																															

		<p>Poeng: Bare talleksempel gir 1 poeng.</p>	
<p>5b</p>	<p>Vis <u>andre</u> eller <u>trede</u> kvadratsetning geometrisk. Forklar den geometriske tegningen din.</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Andre kvadratsetning <math>(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2</math></p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>trede kvadratsetningen <math>(a-b)(a+b) = a^2 - b^2</math></p>  </div> </div> <p>I den høyre tegningen kan pilen være i begge retninger siden det lille rektangelet kan flyttes fram og tilbake.</p>	<p>5</p>
<p>5c</p>	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>Dine elever møter figurtall på et spillkort fra GetSmart. Spillkortet viser de 4 første i denne figurtallfølgen og lurer på hva det femte vil være.</p> <p>i) Tegn figurtall <math>F_5</math>.</p> </div> </div>		<p>1</p>

	ii) Forklar med ord hvordan figurallnummer $F_5$ bygd opp, og regn ut hvor mange kvadrater det inneholder.	Figurtall $F_5$ er satt sammen av ett kvadrattall lik figurallnummeret og fire trekantall som er en mindre enn figurallnummeret. $F_5 = \text{Kvadrattall fem} + 4 \cdot \text{trekantall fire} = 5^2 + 4 \cdot \frac{4 \cdot 5}{2} = 25 + 4 \cdot 10 = \underline{65}$ Det femte figurallnummeret inneholder 65 kvadrater.	1
	iii) Hvor mange kvadrater inneholder $F_{50}$ ?	$F_{50} = \text{Kvadrattall femti} + 4 \cdot \text{trekantall førtini} = 50^2 + 4 \cdot \frac{49 \cdot 50}{2} = 2500 + 4 \cdot 1225 = \underline{7400}$	1
	iv) Finn den eksplisitte formelen for $F_n$ , dvs. figurall nummer $n$ .	$F_n = \text{Kvadrattall } n + 4 \cdot \text{trekantall } (n - 1) = n^2 + 4 \cdot \frac{(n-1) \cdot n}{2}$ $= n^2 + 2(n^2 - n) = n^2 + 2n^2 - 2n = \underline{3n^2 - 2n}$	2
6a	Hvilke utfordringer kan elever ha i forbindelse med likningsløsning?	Utfordringer: <ul style="list-style-type: none"> <li>• En misoppfatning av likhetstegnet som går ut på at man skal legge sammen tallene. Elevene regner videre på en linje slik at likhetstegnet fungerer som en overgang til neste skritt (et dynamisk syn på likhetstegnet som «nå kommer svaret»).</li> <li>• En forestilling om at null er ingenting, noe som fører til at elevene gjør feil for å unngå at null blir en løsning.</li> <li>• Misoppfatningen om null kan også føre til en annen feil i likningsløsningen. Når det ikke står noe foran <math>x</math>, vil noen elever ha en forestilling om at koeffisienten er null  F.eks.: <math>x + 3x</math> kan bli redusert til <math>0x + 3x = 3x</math>.</li> <li>• Et tall multiplisert med <math>x</math> kan bli behandlet som to ledd, spesielt ved negative tall  F.eks.: <math>-2x = 8</math>  <math>x = 8 + 2</math></li> <li>• <math>-2</math> fjernes feilaktig fra <math>-2x</math> ved å legge til <math>2</math>, mens det omvendte av multiplikasjon er divisjon.</li> <li>• Feiloperasjoner som følge av fortegn, skjult gangetegn</li> <li>• Feil med <math>x</math> under brøkstrek (sjelden som oppgave i grunnskolen)</li> <li>• Teknikker fra likning blir benyttet i algebrauttrykk</li> <li>• Divisjon av alle ledd i et uttrykk med det samme tallet</li> <li>• Setter uttrykk lik <math>0</math></li> </ul>	3

6b	a) Formuler en tekstoppgave som kan være hentet fra virkeligheten, til denne likningen: $n + (n - 3) + 2(n - 3) = 23$	Et eksempel på en tekstoppgave: Stina har tre færre epler enn Kalle, Pelle har dobbelt så mange som Stina. Sammen har de 23 eplene. Hvor mange eplene har hver og en?	2
6c	Løs likningen $17y - 9(12 + 2y) = 3(y + 22) + (45 - y)$	$y = -73$	2
6d	Beskriv så tydelig du kan, uten å anvende definisjonen for en funksjon, hva en funksjon er til noen som ikke tidligere har arbeidet med dette.	Elementer i besvarelsen: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Sammenkobling av størrelser.</li> <li>- Noen korrekte eksempler (oppgaver eller beskrivninger).</li> <li>- Tabell</li> <li>- Graf</li> <li>- Funksjonsuttrykk</li> <li>- Tekst</li> </ul>	3
6e	i) Finn funksjonsuttrykket til linja gjennom punktene (-1,2) og (1,-1).	<p style="text-align: right;"><i>Svar:</i> <math>y = 1,5x + 0,5</math></p> $y = ax + b$ $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-1)}{-1 - 1} = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2} = -1,5$ $-1 = -1,5 \cdot 1 + b \leftrightarrow b = 0,5$ <p>Alternativt:</p> $-1 = a \cdot 1 + b$ $2 = a \cdot (-1) + b$ <p>Og løs likningssystemet.</p>	2

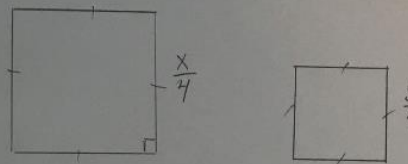
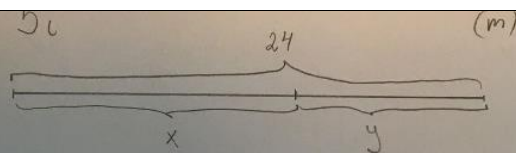
<p>ii) Tegn grafen i et koordinatsystem.</p>	 <p>Viktig at studentene graderer skalaen samt merker ut x-og y-aksene.</p>	<p>2</p>																									
<p>iii) Hvilke ruter i Janviers tabell har du anvendt i i) og ii)? Begrunn svaret ditt.</p>	<table border="1" data-bbox="996 632 1832 1110"> <thead> <tr> <th data-bbox="996 632 1167 743">Fra \ Til</th> <th data-bbox="1167 632 1330 743">Kontekst verbalt eller situasjon</th> <th data-bbox="1330 632 1496 743">Tabell</th> <th data-bbox="1496 632 1662 743">Graf</th> <th data-bbox="1662 632 1832 743">Uttrykk</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="996 743 1167 842">Kontekst verbalt eller situasjon</td> <td data-bbox="1167 743 1330 842"></td> <td data-bbox="1330 743 1496 842">Måling/ Beregne</td> <td data-bbox="1496 743 1662 842">Skissering av grafer</td> <td data-bbox="1662 743 1832 842">Deskriptiv/ normativ modellering</td> </tr> <tr> <td data-bbox="996 842 1167 932">Tabell</td> <td data-bbox="1167 842 1330 932">Lese/tolke tabeller</td> <td data-bbox="1330 842 1496 932"></td> <td data-bbox="1496 842 1662 932">Plotting av grafer</td> <td data-bbox="1662 842 1832 932">Algebraisk tilpassing</td> </tr> <tr> <td data-bbox="996 932 1167 1021">Graf</td> <td data-bbox="1167 932 1330 1021">Tolking av grafer</td> <td data-bbox="1330 932 1496 1021">Avlesing av grafer</td> <td data-bbox="1496 932 1662 1021"></td> <td data-bbox="1662 932 1832 1021">Tilpassing av grafer</td> </tr> <tr> <td data-bbox="996 1021 1167 1110">Uttrykk</td> <td data-bbox="1167 1021 1330 1110">Tolke variable</td> <td data-bbox="1330 1021 1496 1110">Tabulering (lage tabell)</td> <td data-bbox="1496 1021 1662 1110">Skissering av grafer</td> <td data-bbox="1662 1021 1832 1110"></td> </tr> </tbody> </table> <p>Dette er litt avhengig av hvordan studenten har løst oppgavene. Trolig har de gått ut fra uttrykk til tabell, og fra tabell til graf. Eventuelt fra uttrykk til graf (om studenten har tegnet b-verdi og deretter brukt stegmetoden)</p>	Fra \ Til	Kontekst verbalt eller situasjon	Tabell	Graf	Uttrykk	Kontekst verbalt eller situasjon		Måling/ Beregne	Skissering av grafer	Deskriptiv/ normativ modellering	Tabell	Lese/tolke tabeller		Plotting av grafer	Algebraisk tilpassing	Graf	Tolking av grafer	Avlesing av grafer		Tilpassing av grafer	Uttrykk	Tolke variable	Tabulering (lage tabell)	Skissering av grafer		<p>3</p>
Fra \ Til	Kontekst verbalt eller situasjon	Tabell	Graf	Uttrykk																							
Kontekst verbalt eller situasjon		Måling/ Beregne	Skissering av grafer	Deskriptiv/ normativ modellering																							
Tabell	Lese/tolke tabeller		Plotting av grafer	Algebraisk tilpassing																							
Graf	Tolking av grafer	Avlesing av grafer		Tilpassing av grafer																							
Uttrykk	Tolke variable	Tabulering (lage tabell)	Skissering av grafer																								
<p>iv) Hvorfor bør det tas utgangspunkt i Janviers tabell ved elevenes arbeid med funksjoner?</p>	<p>Undervisningen bør veksle mellom å representere funksjoner på flere ulike måter. Deretter skal det undervises og testes på samme typer av oppgaver som man underviser.</p>	<p>2</p>																									

6f	<p>Et tynt snøre (tau) er 24 m langt. Snøret legges som et rektangel. Hva er det største arealet som rektangelet kan ha? Bruk ord som symmetrilinje, topp-/bunnpunkt og nullpunkt.</p>	 <p> <math>\frac{24-2x}{2} = 12-x</math> (m)  <math>x</math>  <math>x</math>  <math>A(x) = x(12-x)</math>          Söker topp- eller bunnpunkt som ligger mitt mellom nullpunkterna  <math>A(x) = 0</math>  <math>A(x) = x(12-x)</math>  <math>\Rightarrow \underbrace{x}_{=0}(\underbrace{12-x}_{=0}) = 0</math>          då <math>x_1 = 0</math> och <math>x_2 = 12</math>          mitt mellan: <math>x = 6</math>  <math>A(6) = 6(12-6) = 36</math>          då <math>x = 6</math> må vara toppunkt då tex <math>x = 0</math> ger lägre funktions-          värde.          Svar: <u>Største area er 36 m<sup>2</sup></u> </p>	3
----	--	--	---



6g

Et tynt snøre er 24 m langt. Snøret kan formes til to kvadrater. Undersøk om kvadratene til sammen kan ha et areal på  $17 \text{ m}^2$ .



$$1) \quad x + y = 24 \Leftrightarrow x = 24 - y$$

$$2) \quad \left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{4}\right)^2 = 17$$

$$1) \rightarrow 2) \quad \text{g} = r$$

$$\left(\frac{24-y}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{4}\right)^2 = 17 \Leftrightarrow \frac{24^2 - 48y + y^2}{16} + \frac{y^2}{16} = 17 \Leftrightarrow$$



$$24^2 - 48y + y^2 + y^2 = 17 \cdot 16 \Leftrightarrow 2y^2 - 48y + 304 = 0$$

$$\sqrt{ax^2 + bx + c = 0} \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{48 \pm \sqrt{48^2 - 4 \cdot 2 \cdot 304}}{2 \cdot 2} = \frac{48 \pm \sqrt{2304 - 2432}}{2 \cdot 2} \quad \text{neg. d. Herons} \\ \text{skalvir reelle løsninger}$$

kan ikke laga to kvadrater med arealen  $17 \text{ m}^2$

3

7a	<p>Hvorfor skal du som fremtidig lærer ha kunnskap om andre tallsystemer?</p>	<p>Som lærer skal man ha en god forståelse for hvordan posisjonssystemet er bygd opp og på hvilke måter de ulike regnealgoritmene fremkommer. Dette vil bli ytterligere forsterket gjennom et innblikk i andre posisjonssystemer siden de samme regneteknikkene benyttes her. Da kan man selv oppleve hvilke problemer som kan dukke opp i utførelsene slik mange elever også vil føle i arbeid med eget posisjonssystem. Studentene skal som fremtidige lærere ha et realistisk bilde av hvor vanskelig det var for menneskene å finne fram til fornuftige tallrepresentasjoner, noe som også er av historisk interesse.</p>		2																																		
7b	<p>De fem første tallene i mayaenes system ser slik ut:</p> <table border="1" data-bbox="353 555 884 711"> <tr> <td><b>1</b></td> <td><b>2</b></td> <td><b>3</b></td> <td><b>4</b></td> <td><b>5</b></td> </tr> <tr> <td>•</td> <td>••</td> <td>•••</td> <td>••••</td> <td>—</td> </tr> </table> <p>Tallsymbolene i egypternes system er disse:</p> <table border="1" data-bbox="407 839 916 978"> <thead> <tr> <th>Egyptisk symbol</th> <th> </th> <th>∩</th> <th>⊙</th> <th>⊕</th> <th>∩</th> <th>∩</th> <th>⊕</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>stav</td> <td>hæl</td> <td>rull</td> <td>lotus-blomst</td> <td>bøyd finger</td> <td> rumpe-troll</td> <td>mann med løftede armer</td> </tr> <tr> <td>betyr</td> <td>1</td> <td>10</td> <td>100</td> <td>1000</td> <td>10 000</td> <td>100 000</td> <td>1 000 000</td> </tr> </tbody> </table> <p>i) Hvilke forskjeller er det mellom mayaenes system og egypternes system?</p>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	•	••	•••	••••	—	Egyptisk symbol		∩	⊙	⊕	∩	∩	⊕		stav	hæl	rull	lotus-blomst	bøyd finger	rumpe-troll	mann med løftede armer	betyr	1	10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000	<p><b>Mayaenes system er et posisjonssystem</b></p> <p>Tallverdien er avhengig av både symbolenes verdi og dets plassering eller rekkefølge.</p> <p>Den høyeste posisjonen er øverst.</p> <p>Bruker 0 som plassholder</p> <p>Tegnet for 0: </p>	<p><b>Det egyptiske system er et additivt system</b></p> <p>Hvert enkelt symbol har sin verdi så plassering har ingen betydning. Legger sammen symbolverdiene slik at summen utgjør tallet.</p> <p>Tallet 0 finnes ikke.</p>	3
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>																																		
•	••	•••	••••	—																																		
Egyptisk symbol		∩	⊙	⊕	∩	∩	⊕																															
	stav	hæl	rull	lotus-blomst	bøyd finger	rumpe-troll	mann med løftede armer																															
betyr	1	10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000																															
	<p>ii) Oversett tallet 11225 fra titallsystemet til mayatall</p>	<p>Tjuepotenser</p> <p><math>1 \cdot 20^3</math></p> <p><math>8 \cdot 20^2</math></p>	<p>I mayaenes system</p> 	2																																		

		$1 \cdot 20^1$ $5 \cdot 20^0$																	
7c	Regn ut følgende: i) $45_{\text{elleve}} + 8A_{\text{elleve}} =$	$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ \quad 4 \quad 5 \quad \text{elleve} \\ + \quad 8 \quad A \quad \text{elleve} \\ \hline = 1 \quad 2 \quad 4 \quad \text{elleve} \end{array}$		1															
	ii) $24_{\text{fem}} \cdot 34_{\text{fem}} =$	$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \\ 2 \quad 4 \quad \text{fem} \cdot 3 \quad 4 \quad \text{fem} \\ \hline \quad \quad 1 \\ \quad \quad 2 \quad 1 \quad 1 \\ + \quad 1 \quad 3 \quad 2 \\ \hline = \quad 2 \quad 0 \quad 3 \quad 1 \quad \text{fem} \end{array}$		3															
7d	Gjør om $AD_{\text{seksten}}$ til firetallsystemet på to ulike måter.	<p><u>Måte 1: Om titallsystemet</u>  Setter på utvidet form og regner ut for å finne tallet i titallsystemet  <math>AD_{\text{seksten}} = A \cdot 16^1 + D \cdot 16^0 = 10 \cdot 16^1 + 13 \cdot 16^0 = 173_{\text{ti}}</math></p> <p>Fyller opp med firerpotenser i <math>173_{\text{ti}}</math>  <math>173_{\text{ti}} = 2 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0 = 2231_{\text{fire}}</math></p> <p>Det vil si at: <math>AD_{\text{seksten}} = 2231_{\text{fire}}</math></p> <p><u>Måte 2: Direkte omgjøring</u>  Siden <math>16 = 4^2</math> betyr det at hvert siffer i sekstentallsystemet tilsvarer 2 sifre i firetallsystemet.  <math>A_{\text{seksten}} = 10_{\text{ti}}</math> og <math>D_{\text{seksten}} = 13_{\text{ti}}</math></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Sifre i sekstentallsystemet</th> <th colspan="2">A</th> <th colspan="2">D</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Direkte omgjøring ut fra hvert siffer i sekstentallsystemet</td> <td><math>2 \cdot 4^1</math></td> <td><math>2 \cdot 4^0</math></td> <td><math>3 \cdot 4^1</math></td> <td><math>1 \cdot 4^0</math></td> </tr> <tr> <td>Sifre i firetallsystemet</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table> <p>Det vil si at: <math>AD_{\text{seksten}} = 2231_{\text{fire}}</math></p>	Sifre i sekstentallsystemet	A		D		Direkte omgjøring ut fra hvert siffer i sekstentallsystemet	$2 \cdot 4^1$	$2 \cdot 4^0$	$3 \cdot 4^1$	$1 \cdot 4^0$	Sifre i firetallsystemet	2	2	3	1		2+2
Sifre i sekstentallsystemet	A		D																
Direkte omgjøring ut fra hvert siffer i sekstentallsystemet	$2 \cdot 4^1$	$2 \cdot 4^0$	$3 \cdot 4^1$	$1 \cdot 4^0$															
Sifre i firetallsystemet	2	2	3	1															