Høst 2018

Sensorveiledning

for Matematikk 103 – Måling, tall og algebra og funksjoner

LBMAT10311

1) Eksamensoppgaven med løsningsforslag side 3 til 11.
   Den inneholder fasit og forslag eller kommentarer til ulike fremgangsmåter.

   Generelt skal studentene begrunne alle sine svar.

   En didaktikk oppgave er gitt. Det er viktig at elevene får frem sin forståelse fremfor om alle punktene er med.

2) Vurderingskriterer side 12 og 13.

Høgskolen i Østfold

EKSAMEN

Emnekode: LBMAT10311	Emne: Måling, tall og algebra og funksjoner
Dato: **29. november 2018**	Eksamenstid: kl 09.00 til kl 15.00
Hjelpemidler: Kalkulator uten grafisk vindu	Faglærer: Audun Rojahn Olafsen Khaled Jemai Johan Bredberg

Eksamensoppgaven:

Oppgavesettet består av 5 sider inklusiv denne forsiden. Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgavesettet består av 9 oppgaver. Alle oppgavene skal besvares. Oppgavene bedømmes/vektes ved sensureringen som angitt i oppgavesettet. ***Alle svar skal begrunnes, og mellomregninger skal vises.***

Sensurdato:

Karakterene er tilgjengelige for studenter på studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. Følg instruksjoner gitt på: www.hiof.no/studentweb

Oppgave 1) 20%

a) Løs likningen.

$-(t-2)-2(t+1)=1-t$

Løsning:

$-t+2-2t-2=1-t$
$-2t=1$
$t=-\frac{1}{2}$

b) Løs likningen

$\frac{2}{x}-4=-\frac{3}{2}-\frac{1}{2x}$

Løsning:
4 – 8x = -3x – 1
-8x + 3x = -1 – 4
-5x = -5
x = 1

c) Løs likningen

Mor er 21 år eldre enn Maja. Bestefar er tre ganger så gammel som mor. De til sammen 94 år.

Sett opp en likning og finn ut hvor gamle Maja, mor og bestefar er.

Løsning:

Det er mest naturlig å ta utgangspunkt i Maja som x.

Maja + mor + bestefar = 94

x + (x + 21) + 3(x + 21) = 94

Maja er 2 år, mor er 23 år og bestefar er 69 år

Oppgave 2)

a) Finn et tall som er :
   i. Delelig med både 3 og 5 og er større enn 100.
   ii. Delelig med både 4, 3 og 10 og er større enn 200

Løsning.

i) Flere måter å gjøre dette på. Men vi kan sjekke om tverrsummen er delelig med 3 og ender på 0 eller 5. Som f.eks 135 eller 270…

ii) Vi kan sjekke om tverrsummen er delelig med 3, at den ender på 0 og de to siste sifferne er delelig med 4. Som f.eks 180, …

b) Primtalls faktoriser disse tallene:
   i. 1848 ii. 194

Løsning:

1848 = 2 * 2 * 2 * 3 * 7 * 11

198 = 2 * 3 * 3 * 11

c) Finn største felles faktor mellom:
   i. 1512 og 2184 ii. 720 og 1680

Løsning:

Her kan det faktoriseres eller studentene kan bruke euclids algoritme.

2184 = 1 * 1512 + 672 1512 = 2 * 672 + 168 672 = 4 * 168 + 0 Sff(2184, 1512) = 168	1680 = 2 * 720 + 240 720 = 3 * 240 + 0 Sff(1680, 720) = 240

d) Finn minste felles multiplum mellom:
   i. 12 og 18 ii. 6 og 15 og 12

Løsning:

12 = 2*2*3 18 = 2* 3*3 Mfm(12,18) = 2 * 2 * 3 * 3 = 36	6 = 2 * 3 15 = 3 * 5 12 = 2 * 2 * 3 Mfm(6, 12, 15) = 2 * 2 * 3 * 5 = 60

Oppgave 3)

En brus består av en blanding av jordbærsaft til 10 kroner per liter og appelsinjuice til 20 kroner per liter. Brusen selges i flasker a 1liter, og én flaske koster 13 kroner.

Hvor mye jordbærsaft og hvor mye appelsinjuice er det i én liter brus?

a) Sett opp et ligningssystem med to ukjente som du kan bruke til å finne hvor mye jordbærsaft og hvor mye appelsinjuice det er i én liter brus
b) Løs likningssystemet.

Løsning:

$10j + 20a = 13$ – denne likningen settes opp på bakgrunn av pris
$J + a = 1$ - denne likningen settes opp på bakgrunn av mengde

Den kan løses på flere måter. Ingen metode verdsettes mer enn andre.

Velger her å sette j alene i begge.

$J = -2a + 1,3$
$j = -a + 1$

$-a + 1 = -2a + 1,3$
$a = 0,3$

Det er 0,3 liter appelsinjuice per liter brus og

Det er 0,7 liter jordbærsaft per liter brus.

Oppgave 4)

a) Løs ulikhetene ved regning

$$\frac{3}{4}(x-2)-\frac{1}{8}x+\frac{1}{2}>x$$

Løsning:

$\frac{3}{4}x-\frac{6}{4}-\frac{1}{8}x+\frac{1}{2}>x$

6x – 12 – x + 4 > 8x
6x – x – 8x >12 – 4
-3x >8
x < -8/3

b) Gitt funksjonen $f(x) = x^2 + 6x - 40$

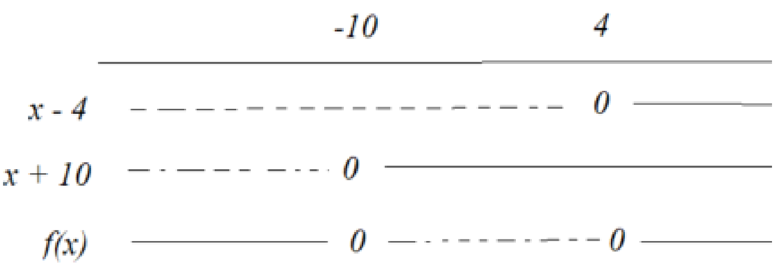
1. Vis at funksjonsuttrykket kan skrives $f(x) = (x-4)(x+10)$

Løsning:

De kan løse likningen f(x) = 0 og bruke svarene i faktorisering.
Det enkleste er å gange ut parentesene.

2. Bruk fortegnslinja til å avgjøre når
   i. $f(x) > 0$
   ii. $f(x) < 0$

Løsning:



F(x) > 0 når x < -10 og x > 4

F(x) < 0 når -10 < x < 4

Oppgave 5)

Følgende funksjoner er gitt:

$$f(x) = x^2 + 4$$

og

$$g(x) = 19 - 2x$$

Definisjonsmengden til f settes her til $D_f = [0,5]$. Skjæringspunktet mellom grafene til funksjonene f og g kaller vi S.

(i) Finn S ved hjelp av algebra.
(ii) Finn S ved hjelp av grafer.

Løsning:

Setter f(x) = g(x)

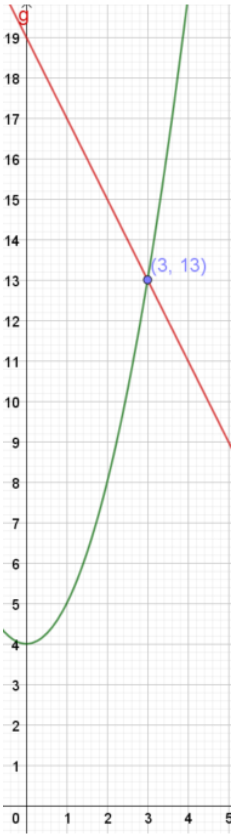
x^2 + 4 = 19 – 2x

x^2 + 2x – 15 = 0 (ABC-formelen eller fullstendig kvadrats meode)

x = 3 og x = -5

f(3) = 13

Skjæringspunktet S er (3,13)



Oppgave 6)

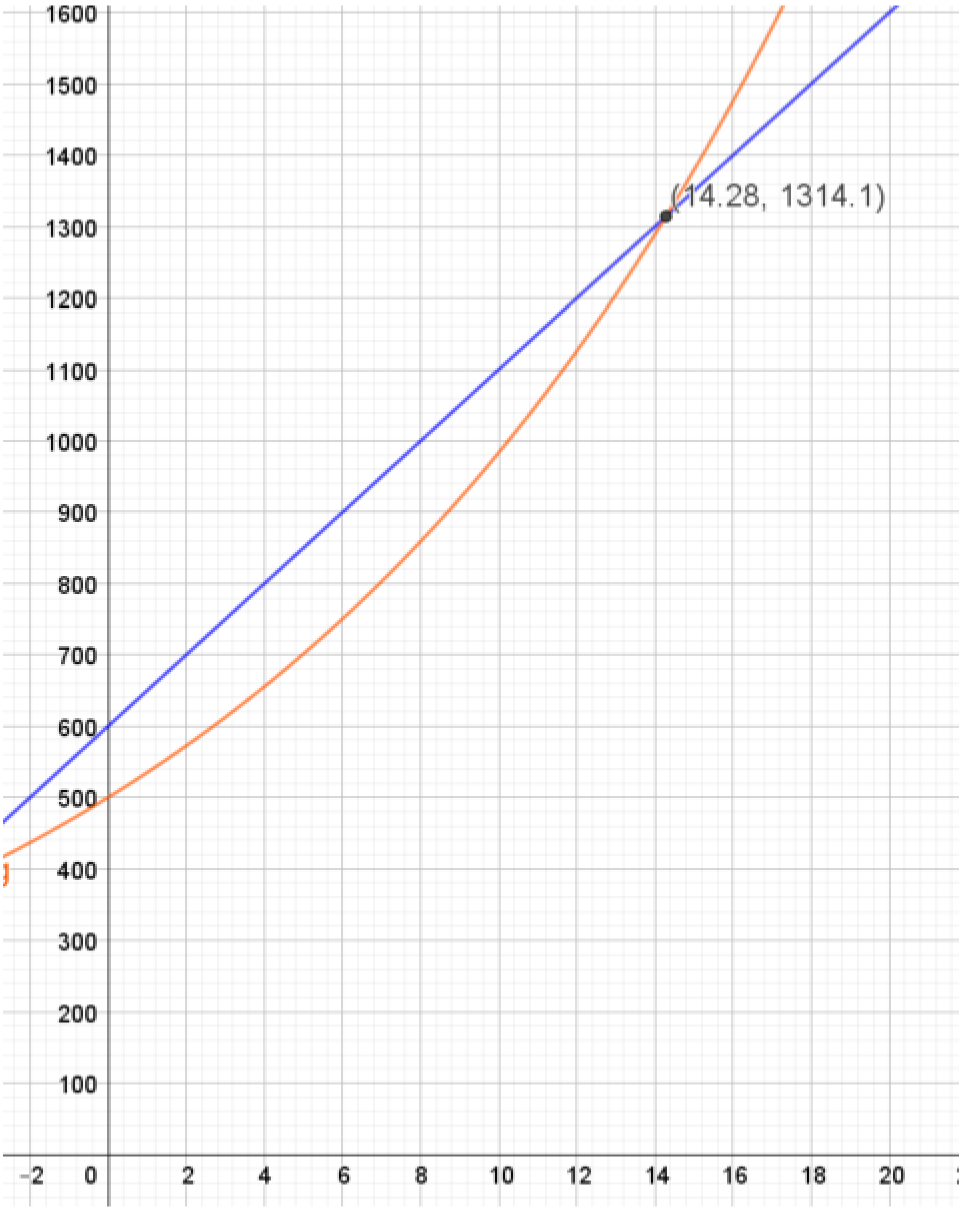
Et frimerke har i dag en verdi av 600 kr og verdien øker med 50 kr per år. Et møbel har i dag en verdi av 500 kr og verdien øker hvert år med 7 %.

(i) Finn funksjoner som beskriver henholdsvis frimerkets og møbelets verdi.
(ii) I samme diagram, tegn grafene til dine to funksjoner, de kommende 20 årene.
(iii) Omtrent hvor lang tid tar det til før møbelet er verd mer enn frimerket?

Løsning:

Frimerke: F(x) = 50x + 600

Møbel: M(x) = $1{,}07^{x} + 500$



Etter ca 14 år vil møbelet være verd mer enn frimerket.

Oppgave 7)

$$g(x) = \frac{7x + 10}{2x - 8}$$

(i) Hva er definisjonsmengden til funksjonen g?

(ii) For hvilke x er det sant at verdien av g er mindre enn 3? Med andre ord, løs ulikheten

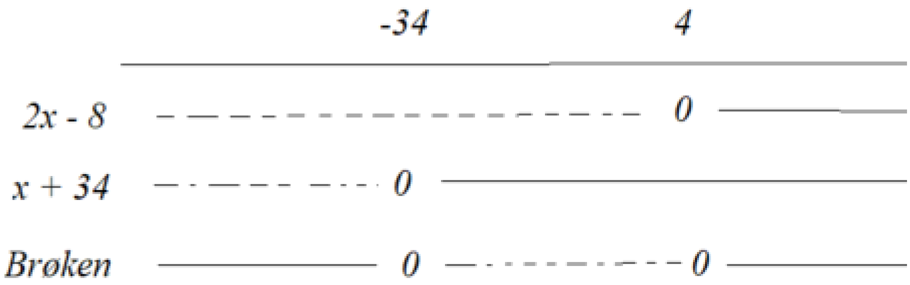
$$\frac{7x + 10}{2x - 8} < 3$$

Løsning:

Dg = R/{4}, men det kan skrives på flere måter

$$\frac{7x + 10 - 6x + 24}{2x - 8} < 0$$

$$\frac{x + 34}{2x - 8} < 0$$



-34 < x < 4

Oppgave 8)

a) Hva er rike oppgaver, åpne oppgaver og lukkede oppgaver?
b) Gi eksempel på rik oppgave.
c) Hva er hensikten med å gi elevene rike oppgaver?

Forslag til innhold:

De må ikke ha med disse momentene med det må komme frem at de har skjønt det.

A) Rike oppgaver

En rik oppgave er en problemløsningsoppgave som byr på muligheter til diskusjoner med andre når det gjelder ideer til løsninger og forståelse av matematiske begreper. En rik oppgave kan

- introdusere viktige ideer eller løsningsstrategier
- være lett å forstå og alle skal kunne komme i gang og ha muligheter til å jobbe med den (lav inngangsterskel)
- oppleves som en utfordring, kreve anstrengelse og tillates å ta tid
- kunne løses på flere ulike måter, med ulike strategier og representasjoner
- kunne initiere en faglig diskusjon som viser ulike strategier, representasjoner og ideer
- kunne fungere som brobygger mellom ulike faglige områder
- kunne lede til at elever og lærere formulerer nye interessante problemer (Hva hvis…? Hvorfor er det sånn…?)

Lukkede oppgaver:

Tradisjonelle oppgaver og oftest eksamensoppgaver er lukkede oppgaver. Det vil si at det er et bestemt svar og en bestemt fremgangsmåte. Slike oppgaver er nødvendig for å øve ferdigheter.

Åpne oppgaver:

Det er ulike grad av åpenhet. Det kan være et bestemt svar med flere løsningsmuligheter. Det kan ha flere svar og man kan utforske oppgaven på flere måter.

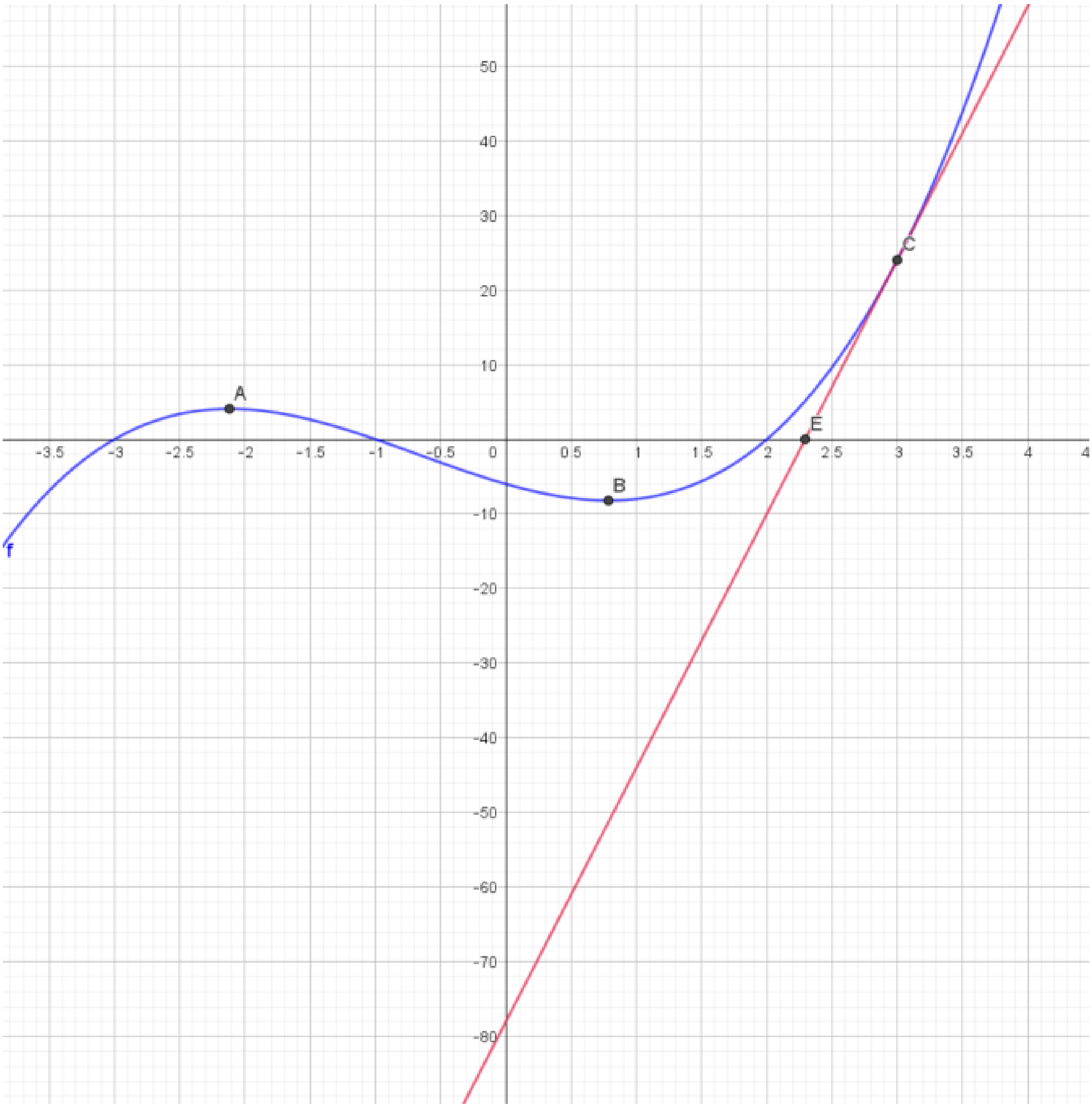
B) Den bør da være åpen og det bør kunne uvides og tilpasses ulike nivåer.

C) En rik oppgave kan i tillegg til ferdighetstrening også gi elevene erfaring med problemløsing, utforsking, matematisk tenking, samarbeid og kommunikasjon. Rike oppgaver er selvdifferensierende på grunn av den lave inngangsterskelen og mulighetene for å utvide oppgaven.

Oppgave 9)

Diagrammet nedenfor viser grafen til

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$$



(i) Funksjonen f har tre stykker nullpunkter som er heltall. Bestem disse tre nullpunkter.

(ii) Finn x-koordinatene til punktene A og B, der du skal avrunde dine svar til to desimaler.

(iii) Den rette linjen er tangenten til f i punktet 3. Finn funksjonsuttrykket til tangenten.

(iv) Den rette linjen skjær x-aksen i punktet E. Hvilket punkt i planet er E? Bruk eksakte koordinater i ditt svar.

Løsning:

i) Kan leses av grafisk (-3,0), (-1,0) og (2,0)
ii) Det greieste er nok å derivere og sette den deriverte lik 0.
$f'(x) = 3x^2 + 4x - 5$
x-koordinatene er:
$x = -2.12$ og $x = 0.79$
iii)
$y = 34x - 78$
iv) Punktet E er (78/34, 0)

Fagspesifikke karakterbeskrivelser:
Beskrivelsen under er veiledende i forhold til å sette karakter, derfor må besvarelsen også vurderes i sin helhet.

Symbol	Betegnelse	Beskrivelse
A	Fremragende	Generelt: Fremragende prestasjon der kandidaten har løst problemer som krever fantasi og innsikt. Besvarelsen viser at kandidaten fullt ut behersker både de begrepsmessige, regnetekniske og anvendelsesmessige delene av emnet. Fremstillingen er klar og presis med korrekt bruk av notasjon og fagterminologi. Noen få mindre feil eller blanke punkter kan tillates. Klart ca 95% av besvarelsen
B	Meget god	Generelt: Meget god prestasjon der kandidaten har løst problemer som går utover det rutinemessige, og som krever god oversikt over emnet. Besvarelsen viser meget god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset. Fremstillingen er klar og med stort sett riktig bruk av terminologi og notasjon. Klart ca 80% av besvarelsen
C	God	Generelt: Gjennomsnittlig prestasjon der kandidaten har løst oppgaver av middels vanskelighetsgrad fra de fleste deler av kurset. Besvarelsen viser god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har ikke i særlig grad klart å anvende sine ferdigheter og kunnskaper på oppgaver som går ut over det rutinemessige. Fremstillingen er grei å forstå, men kan ha en del formelle mangler. Klart ca 60% av besvarelsen
D	Nokså god	Generelt:

		Prestasjon under gjennomsnittet der kandidaten har løst eller kommet et stykke på vei med oppgaver fra flere sentrale deler av kurset. Besvarelsen viser kjennskap til de viktigste teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har vanskelig for å komme helt i mål selv på rutinepregede oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men kan ha en god del formelle mangler. Klart ca 47% av besvarelsen
E	Tilstrekkelig	Generelt: Prestasjon som tilfredsstiller minimumskravene, men heller ikke mer. Besvarelsen viser at kandidaten har kjennskap til begreper, teknikker og anvendelser fra flere deler av kurset, og at han/hun til en viss grad kan bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men røper klare feil og misforståelser. Klart ca 40% av besvarelsen
F	Ikke bestått	Generelt: Prestasjon som ikke tilfredsstiller minimumskravene. Besvarelsen viser at kandidaten har manglende kjennskap til sentrale teknikker, begreper og anvendelser, eller manglende evne til å bruke sine kunnskapene til å løse oppgaver. Besvarelser som bare viser beherskelse av en avgrenset del av emnet, vil normalt havne i denne kategorien.