SENSORVEILEDNING

Emnekode:	**LBMAT10210**
Emnenavn:	**Matematikk 102 (1-7)**
Eksamensform:	**Skriftlig**
Dato:	**15/01/2019**
Faglærer(e):	**Khaled Jemai** **Stein Berggren**

Denne sensorveiledningen inneholder:

1. **Om eksamen i emnebeskrivelsene**
2. **Andre opplysninger om eksamen**
3. **Vurderingskriterier for den enkelte karakter**
4. **Oppgavene med løsningsforslag og en foreslått poengfordeling.**

1. Om eksamen i emnebeskrivelsene:

Muntlig, individuell eksamen. Varighet: ca. 45 minutter men eksamensformen ble forandret etter søknad fra to studenter om skriftlig eksamen i matematikk emne 102.

Tilrettelagt eksamen er regulert av § 6-7 i Forskrift om eksamen, studierett og grader ved HiØ:

«Tilrettelegging av eksamen skal ha som formål å oppveie funksjonsnedsettelsen i størst mulig grad, uten at den gir en urimelig fordel.»

Siden antall studiepoeng for emnet er 15, ble det bestemt at eksamensvarighet er satt til 6 timer.

Tillatt hjelpemiddel: godkjent kalkulator.

Karakterregel: A-F

2. Andre opplysninger om eksamen

Dato og tidspunkt: 15. januar 2019 kl. 9-15.

Antall kandidater: Det er 2 studenter oppmeldt til eksamen, deres 3. og siste forsøk. (Stryker studentene i sitt 3.forsøk, må de gjennomføre emnet på nytt.)

3. Vurderingskriterier for den enkelte karakter

Dette skjemaet er også tilgjengelig for studenter.

	A	B	C	D	E	F
Generelle kriterier Kilde som utgangspunkt :	Fremragende prestasjon der kandidaten har løst problemer som krever fantasi og innsikt. Besvarelsen viser at kandidaten fullt ut behersker	Meget god prestasjon der kandidaten har løst problemer som går utover det rutinemessige, og som krever god oversikt over emnet.	God Gjennomsnittlig prestasjon der kandidaten har løst oppgaver av middels vanskelighetsgrad fra de fleste deler av kurset. Besvarelsen viser god	Nokså god Prestasjon under gjennomsnittet der kandidaten har løst eller kommet et stykke på vei med oppgaver fra flere sentrale deler av	Tilstrekkelig Prestasjon som tilfredsstiller minimumskravene, men heller ikke mer. Besvarelsen viser at kandidaten har kjennskap til	Ikke bestått Prestasjon som ikke tilfredsstiller minimumskravene. Besvarelsen viser at kandidaten har manglende kjennskap til sentrale

https://www.uio.no/studier/eksamen/karakterskala/fagspesifikk-karakterbeskrivelse/mn-math.html#skriftlig	både de begrepsmessige, regnetekniske og anvendelsesmessige delene av emnet. Fremstillingen er klar og presis med korrekt bruk av notasjon og fagterminologi. Noen få mindre feil kan tillates.	Besvarelsen viser meget god beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset. Fremstillingen er klar og med stort sett riktig bruk av terminologi og notasjon.	beherskelse av de sentrale teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har ikke i særlig grad klart å anvende sine ferdigheter og kunnskaper på oppgaver som går ut over det rutinemessige. Fremstillingen er grei å forstå, men kan ha en del formelle mangler.	kurset. Besvarelsen viser kjennskap til de viktigste teknikkene, begrepene og anvendelsene i kurset, men kandidaten har vanskelig for å komme helt i mål selv på rutinepregede oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men kan ha en god del formelle mangler.	begreper, teknikker og anvendelser fra flere deler av kurset, og at han/hun til en viss grad kan bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Fremstillingen er stort sett forståelig, men røper klare feil og misforståelser.	teknikker, begreper og anvendelser, eller manglende evne til å bruke sine kunnskaper til å løse oppgaver. Besvarelser som bare viser beherskelse av en avgrenset del av emnet, vil normalt havne i denne kategorien.
Prosent av besvarelsen som kan indikere karakter	[92% - 100 %]	[77% - 92%⟩	[58% - 77%⟩	[46 % - 58%⟩	[40 % - 46%⟩	[0 % - 40%⟩

4. Løsningsforslag på de enkelte oppgavene

Poengsum på hver deloppgave viser en maksimal poengsum. Her kan det vurderes poeng ut fra hva kandidaten har besvart.

Oppgave1(23%)

a) Hva er forskjellen mellom direkte og indirekte måling. Gi et eksempel på hver. **(2%)**

b) Hva mener vi med standardiserte målenheter og ikke standardiserte målenheter og hva er fordeler og ulemper ved bruk av hver av de overnevnte kategoriene av målenheter? **(2%)**

c) Gjør om 1 m^2 til cm^2 og vis hvordan kan du forklare til en elev denne omgjøringen. **(3%)**

d) Gjør om 0,57 m^3 til kubikkcentimeter. **(2%)**

e) Beskriv kort de ulike Van Hiele nivåene. (maks ½ side). **(4%)**

f) Bruk oppdeling av figurer for å finne areal av et parallellogram og en trekant. **(3%)**

g)

i. Hvordan kan du forklare til en elev hva forskjellen mellom overflate og volum er. **(2%)**

ii. Et akvarium skal lages av glassplater og ha form som en terning. Det skal passe akkurat på en kvadratisk bordflate, hvor alle sidene er 70 cm lange. Hvor mye glass trenger vi for å lage hele akvariet? **(3%)**

iii. En fotball har radien r=11,0 cm. Finn overflaten og volumet av fotballen. **(2%)**

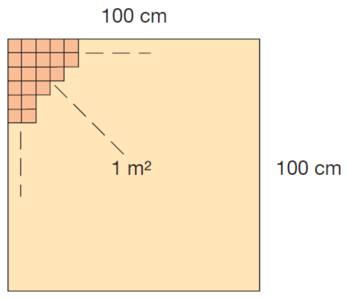
Oppgave1 (Løsningsforslag)

a) Direkte måling (direkte sammenlikning): Du og medstudent stiller dere ved siden av hverandre og avgjør hvem som er høyest, mens ved indirekte måling (indirekte sammenlikning): du er høyere enn medstudent fordi du er 1,83m og han er 1,75m: (bruk av ekstern referanse)

b) Standardiserte måleenheter er et internasjonalt system for måleenheter og brukes i de fleste land i verden. Eksempel: lengde - meter, tid - sekund, areal - kvadratmeter, vekt – kilogram (fordelen: alle som bruker standardiserte målenheter kommer med samme måling mens ulempen er at disse målenhetene er ikke alltid tilgjengelige)

For ikke standardiserte målenheter er måleenheter som ikke har en fast bestemt lengde for eksempel fingerbredde, tomme, håndsbredd, alen fot og favn (Fordel: man har alltid enhetene tilgjengelige. Ulempen: varierer fra person til person)

c) $1\ \mathrm{m}^2 = 100\ \mathrm{cm}\ \times 100\ \mathrm{cm} = 100 \times 100 \times \mathrm{cm} \times \mathrm{cm} = 10\ 000\ \mathrm{cm}^2$. Når vi måler med standardiserte enheter, deler vi en enhet om i brøkdeler for å kunne måle et areal tilstrekkelig nøyaktig. En firkant som er en meter lang på hver side har et areal på en kvadratmeter ($1m^2$) og hver side kan deles i 100 cm som viser figuren under.



d) $1\ \mathrm{m}^3 = 1\mathrm{m} \times 1\mathrm{m} \times 1\mathrm{m} = 100\ \mathrm{cm} \times 100\ \mathrm{cm} \times 100\ \mathrm{cm} = 100 \times 100 \times 100 \times \mathrm{cm} \times \mathrm{cm} \times \mathrm{cm} = 1\ 000\ 000\ \mathrm{cm}^3$

$$0{,}57\ \mathrm{m}^3 = 0{,}57 \times 1\ 000\ 000\ \mathrm{cm}^3 = 570\ 000\ \mathrm{cm}^3$$

e) Kandidaten skal komme med en kort beskrivelse av de fire nivåene:

Nivå 1, er visualisering **(1%)**

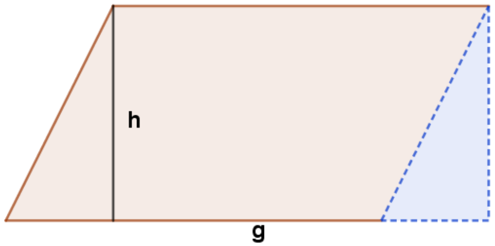
Nivå 2, er Analyse **(1%)**

Nivå 3, er abstraksjon og uformell deduksjon **(1%)**

Nivå 4, er deduksjon **(1%)**

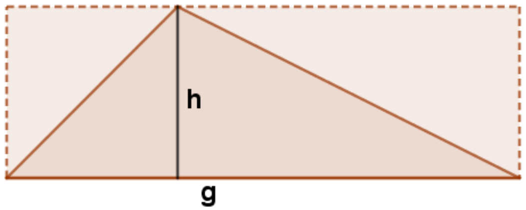
Se Hinna, K., Rinvold, R., Gustavsen, T. (2012). *QED 1-7*. Kristiansand: Høyskoleforlaget AS. sidene: 418-324

f) For et parallellogram, kan vi bruke figuren under:



Areal av et parallellogram: $A = g \cdot h$

For en trekant, kan vi bruke følgende figur:

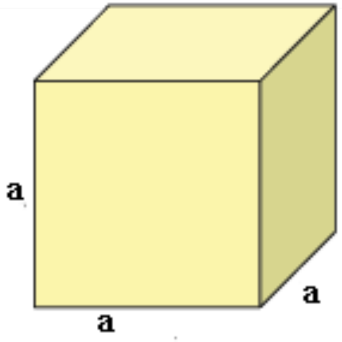


Areal av en trekant: $A = \frac{g \cdot h}{2}$

g)

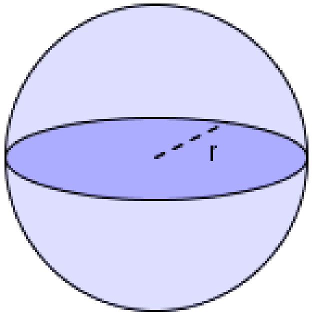
i. Vi kan vise forskjellen ved å bruke for eksempel en malingsboks:
Forskjellen mellom overflate og volum: forskjellen mellom mengden av metal som er nødvendig for å lage en malingsboks og mengden av maling i boksen

ii.



$$A = 6 \cdot 70\ cm \cdot 70\ cm = 29\ 400\ cm^2$$

iii. Overflaten av fotballen er:



$$A = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 11{,}0^2 \text{cm}^2 = 1521\ \text{cm}^2$$

volumet av fotballen er:

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 11{,}0^3 \cdot \mathrm{cm}^3}{3} = 5575\ \mathrm{cm}^3$$

Oppgave2(25%)

a)

i. Hva er multiplikasjonsprinsippet? **(2%)**

ii. En kodelås har en firesifret kode. Finn antall ulike koder:

  i. Når vi kan bruke alle sifrene fra 0 til 9 på hver plass **(1%)**

  ii. Når alle sifrene skal være forskjellige **(1%)**

b)

i. Beskriv kort de ulike utvalg ved trekning **(3%)**

ii. Regn ut 8P5 for hånd. Hva har du funnet nå? **(2%)**

iii. Åtte sprintere skal løpe hundremeter. Hvor mange muligheter gir det for de tre første plassene? **(2%)**

iv. Regn ut $\binom{8}{5}$ for hånd. Hva har du funnet nå? **(2%)**

v. På en arbeidsplass er det 40 ansatte, like mange kvinner som menn. Ti av de ansatte skal velges ut.

  i. Hvor mange mulige utvalg blir det? **(1%)**

  ii. Hvor mange utvalg har like mange av hvert kjønn? **(2%)**

c) Beskriv kort følgende begreper: utfall, utfallsrom, hendelse, uniform sannsynlighetsmodell, store talls lov **(4%)**

d) Vi kaster en mynt 3 ganger.

i. Tegn et valgtre som viser kombinasjonene **(2%)**

ii. Hva er sannsynligheten for å få kron i alle kastene **(3%)**

Oppgave2(løsningen)

a)

i. Når vi gjør flere valg etter hverandre, kan vi bruke multiplikasjonsprinsippet. Multiplikasjonsprinsippet sier at vi finner antall kombinasjoner ved å multiplisere antall muligheter for hvert valg med hverandre.

ii.

i. Antall koder når vi kan bruke alle sifrene: $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ koder $= 10\,000$ koder

ii. Antall koder når alle sifrene skal være forskjellige: $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$ koder $= 5040$ koder

b)

i. Se tabellen under:

Et utvalg på r elementer fra n elementer	**Ordnet utvalg (Rekkefølgen betyr noe)**		**Uordnet utvalg (Rekkefølgen betyr ikke noe)**
	Med tilbakelegging	Uten tilbakelegging	Uten tilbakelegging
Eksempel	▪ Fotballtipping ▪ Nummerskilt på biler ▪ Koder og passord	▪ Valg av leder, nestleder og sekretær	▪ Lotto ▪ Laguttak ▪ Valg av styre
Formel for antall kombinasjoner	n^r	$nPr = \dfrac{n!}{(n-r)!}$	$nCr = \binom{n}{r}$

ii. $8P5 = \frac{8!}{(8-5)!} = 6720$ forteller antall ordnede utvalg på 5 fra 8 uten tilbakelegging der rekkefølge spiller noen rolle

iii. Dette er ordnet utvalg uten tilbakelegging på 3 fra 8. Det gir $8P3 = 330$ utvalg.

iv. $\binom{8}{5} = \frac{8!}{5!(8-5)!} = 56$. Dette er antall utvalg på 5 av 8 uten tilbakelegging, der rekkefølgen ikke spiller noen rolle.

v.

i. $\binom{40}{10} = 847\,660\,528$

ii. $\binom{20}{5} \cdot \binom{20}{5} = 240\,374\,016$

c) Utfall er et resultat av et forsøk **(0,5%)**

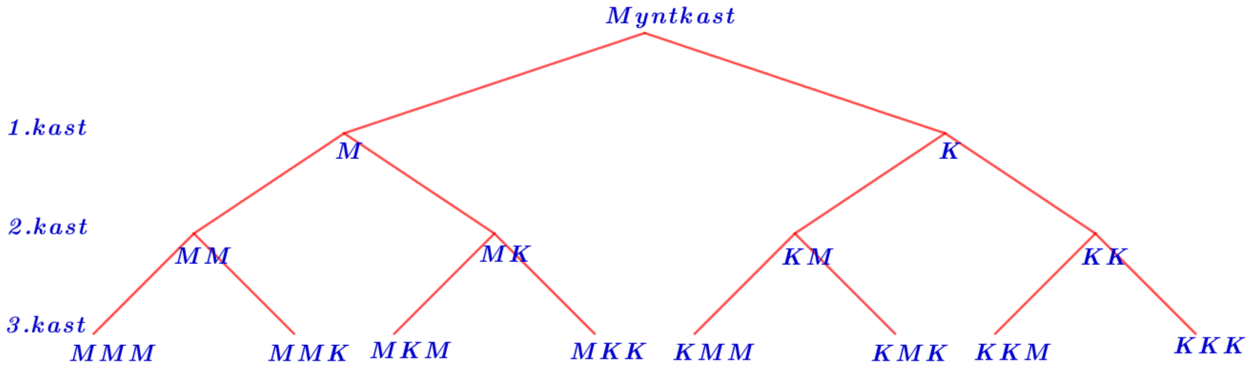
Utfallsrom er mengden av alle mulige utfall. For eksempel når vi kaster en terning: mulige enkeltutfall: 1,2,3,4,5,6

Utfallsrommet er U= {1, 2, 3, 4, 5, 6} **(0,5%)**

Hendelse: delmengde av utfallsrommet. Eksempel: Når vi kaster en terning $A = \{1,2,3\}$er en hendelse fordi den er en delmengde av Utfallsrommet $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. **(1%)**
Hvis vi har en sannsynlighetsmodell der sannsynlighetene for alle enkle utfallene er like store sier vi at sannsynlighetsmodellen er uniform. For eksempel når vi kaster en terning, har vi en uniformsannsynlighetsmodell fordi: $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = 1/6$. **(1%)**
Store talls lov: Når vi gjentar et forsøk mange nok ganger, vil den relative frekvensen for et utfall nærme seg sannsynligheten for utfallet.

d)

i.



ii. Vi definerer følgende hendelser:
A: Det blir kron i første kast
B: Det blir kron i andre kast
C: Det blir kron i tredje kast
A ∩ B ∩ C vil si at både A, B og C skal være oppfylt
Utfallsrommet er: $U = \{MMM, MMK, MKM, MKK, KMM, KMK, KKM, KKK\}$
A, B og C er uavhengige hendelser. Vi har: $\mathrm{P}(A \cap B \cap C) = \mathrm{P}(A) \cdot \mathrm{P}(B) \cdot \mathrm{P}(C)$

$$\mathrm{P}(A) = \frac{1}{2} = \mathrm{P}(B) = \mathrm{P}(C)$$

Sannsynligheten for å få kron i alle kastene er: $\mathrm{P}(A \cap B \cap C) = \mathrm{P}(A) \cdot \mathrm{P}(B) \cdot \mathrm{P}(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

Oppgave3 (25%)

a) 30 elever fikk følgende karakterer:
   3, 3, 5, 3, 2, 2, 6, 5, 4, 4, 4, 2, 3, 3, 4, 1, 3, 5, 1, 2, 2, 6, 4, 4, 4, 2, 3, 3, 4, 4
   i. Lag en tabell med frekvenser og relativfrekvenser **(3%)**
   ii. Lag et sektor-diagram **(3%)**
   iii. Bruk et annet passende visuelt diagram for å presentere dataene **(2%)**
   iv. Finn typetall, median og gjennomsnitt av karakterene. **(3%)**

b) Kari gjør seks lengdehopp med disse utfallene (i meter): 4,45 4,62 4,20 5,01 5,12 4,60. Regn ut standard avvik **(5%)**

c) I forbindelse med funksjoner, har en flere «språk» til å uttrykke sammenhengen mellom to (eller flere) variable størrelser. Slike sammenhenger kan uttrykkes enten ved hjelp av beskrivelser av situasjoner med ord fra dagligspråk eller bilder, men også ved hjelp av tabeller over data, en grafisk framstilling eller ved et algebraisk uttrykk som inneholder en variabel størrelse. Claude Janvier oppsummerte dette med følgende tabell:

Fra\til	Situasjon	Tabell	Graf	Formel
Situasjon		Måling	Skisse	Modellering
Tabell av data	Tolking av tabell		Grafplotting	Algebraisk tilpassing
Graf	Tolkning av grafen	Avlesning av grafer		Graftilpassing
Formel	Formelgjenkjenning	Beregning	Grafskissering	

   i. Jeg ønsker å leie en bil i England siden jeg skal til Wiltshire og studere kornsirkler. Jeg må betale 750 kr i forsikring mm + 300 kr per dag. Jeg blir i England i maks 10 dager. Lag en tabell som viser hvor mye jeg betale for leie av bilen. **(3%)**
   ii. Lag en graf ut fra tabellen du laget i oppgaven. **(2%)**
   iii. Lag en formel som passer til situasjonen og tabellen over. **(2%)**
   iv. Hvilke ruter i Janviers tabell har du brukt i disse tre oppgavene? **(2%)**

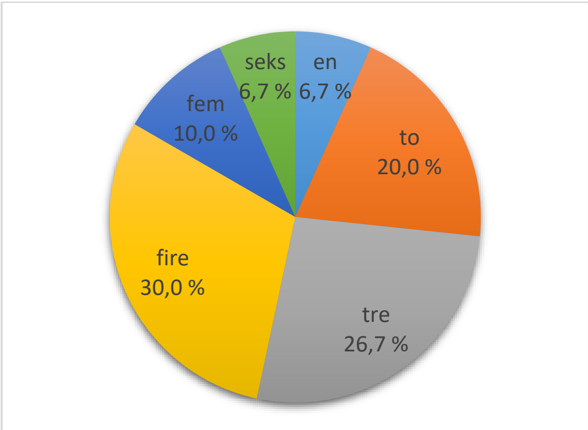
Oppgave3 (løsningen)

a)

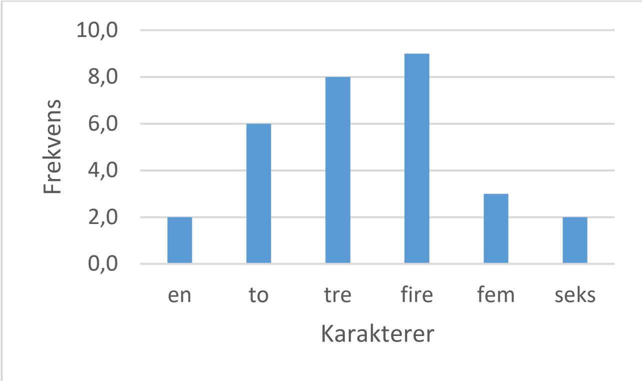
i.

Karakter	Frekvens	Relativ frekvens
1	2	0,067
2	6	0,20
3	8	0,2667
4	9	0,30
5	3	0,10
6	2	0,067
Sum	30	1,00

ii. Kandidaten skal bruke passer og gradskive for å lage sektor diagrammet. Gradtallet er lik relativfrekvens multiplisert med 360 grader. For eksempel 20% $(=\ 0{,}2)$ svarer til 72 grader.



iii. Vi kan bruke for eksempel stolpediagram:



iv.

Typetall: er den dataverdien som forekommer flest ganger. Grafisk er typetallet høyden til den høyeste søylen i søylediagram. I denne oppgaven typetallet er 4.

Median: Medianen er den midterste verdien når alle verdiene er sortert i stigende rekkefølge. Når antall verdier er et partall, er medianen gjennomsnittet av de to midterste verdiene.

1 1 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3 3 3 4 4 4 4 4 4 4 4 4 5 5 5 6 6

Medianen er: $\frac{3+3}{2} = 3$

Gjennomsnittet: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i f_i}{n} = \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 9 + 5 \cdot 3 + 6 \cdot 2}{30} \approx 3{,}67$

b) Vi finner først gjennomsnittet: $\overline{x} = \frac{4{,}45+4{,}62+4{,}20+5.01+5{,}12+4{,}60}{6} = 4{,}67$

Lengde: x	Avvik: $(x - \bar{x})$	Kvadratavvik: $(x - \bar{x})^2$
4,45	-0,22	0,0469
4,62	-0,05	0,0022
4,2	-0,47	0,2178
5,01	0,34	0,1179
5,12	0,45	0,2055
4,6	-0,07	0,0044

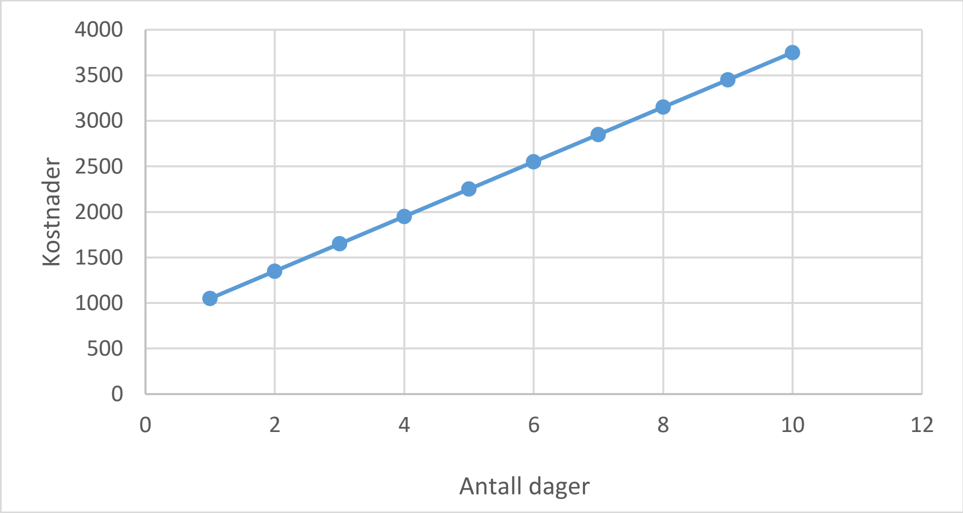
Standardavvik: $\sigma = \sqrt{\frac{0{,}0469+0{,}0022+0{,}2178+0{,}1179+0{,}2055+0{,}0044}{6}} \approx 0{,}314$

c)

i.

Dag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kostnad	1050	1350	1650	1950	2250	2550	2850	3150	3450	3750

ii.



iii. $K(x) = 750 + 300x$

iv. Rutene som ble brukt i Janviers tabell for disse oppgavene er som følgende:
For oppgave i.: fra situasjon til tabell
For oppgave ii.: fra tabell til graf
For oppgave iii.: fra tabell til formel

Oppgave4 (27%)

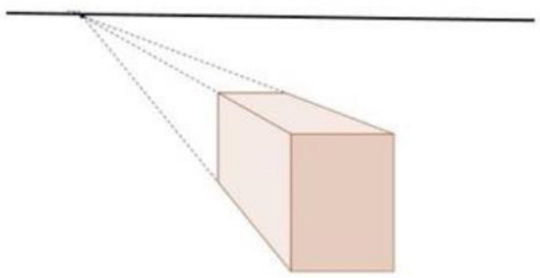
a) Gi eksempel på en diagnostisk oppgave, og begrunn hvorfor den er diagnostisk. **(2,5%)**

b) Gi eksempel på en oppgave som ikke er diagnostisk, og begrunn hvorfor den ikke er diagnostisk. **(2,5%)**

c) Bruk konstruksjon til å dele et linjestykke i tre like store deler. Skriv en forklaring til konstruksjonen slik at det kommer tydelig frem hvordan du har konstituert. **(4%)**
d) Beskriv to ulike geometriske steder. **(4%)**
e) Tegn en perspektivtegning av et rektangulært prisme hvor du bruker et forsvinningspunkt. **(3%)**
f) Forklar med egne ord hva en kongruensavbildning er. **(3%)**
g) Vis hvordan du vil gå frem for å bevise at vinkelsummen i en trekant er 180 grader. **(4%)**
h) Hva trenger vi å vite om en trekant for at den skal være entydig bestemt, dvs. slik at den bare kan konstrueres på en bestemt måte. **(4%)**

Oppgave4 (løsningen)

a) 0,2 · 0,3 er et eksempel av en diagnostisk oppgave fordi eleven kan betrakte tallet bak komma som hele tall og få 0,6 mens riktig svar er 0,06
b) 0,7 · 0,4 er et eksempel av en ikke diagnostisk oppgave fordi eleven kan få riktig svar selv om han har ikke forstått tier overganger.
c) Her vises hvordan et linjestykke kan deles i tre like store biter: https://www.youtube.com/watch?v=LNSyTiYHXUo
d) I en Sirkel er alle punkter som befinner seg i en bestemt avstand fra et punkt (sentrum).
I et Midtnormal er alle punkter som befinner seg like langt fra to gitte punkt som ligger på samme linje.
e)



f) En kongruensavbildning er en avbildning som bevarer alle avstander og derved alle vinkler, og avbildningen er en figur som er kongruent med figuren i utgangspunktet.
g) Her vises hvordan vinkelsummen i en trekant er 180 grader: https://nb.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geometry-shapes/triangle-angles/v/proof-sum-of-measures-of-angles-in-a-triangle-are-180
h) Hvis ett av følgende fire sett med opplysninger for en trekant er kjent, så er trekanten entydig bestemt og kan kun konstrueres på en bestemt måte:
   - ✓ To vinkler og en side
   - ✓ Alle tre sidene

- ✓ To sider og vinkelen mellom dem
- ✓ To sider og den motstående vinkelen til den lengste av disse sidene