

EKSAMEN

Emnekode: LUMAT10415	Emnenavn: Geometri, måling, statistikk og sannsynlighetsregning 2 (5-10)
Dato: 15. desember 2017	Eksamenstid: 6 timer, 09:00 – 15:00
Hjelpemidler: Numerisk kalkulator Vedlagt formelsamling	Faglærere: Russell Hatami Ali Ludvigsen
Om eksamensoppgaven og poengberegning: Oppgavesettet består av 6 sider inklusiv denne forsiden. Kontroller at oppgaven er komplett før du begynner å besvare spørsmålene. 6 oppgaver skal besvares og teller som angitt ved sensurering.	
Sensurfrist: 15. januar 2018 Karakterene er tilgjengelige for studenter på Studentweb www.hiof.no/studentweb	



OPPGAVE 1**12%**

a) Fra læreboken og/eller fra undervisningen om «Kulturmøter i matematikkundervisning – matematikk på 41 ulike språk» oppdaget vi f.eks. at det er den samme divisjonsalgoritmen bestående av fem deler verden over. Men i de 41 ulike språkene (fra ulike land), brukes ulike måter å stille opp på. De ulike oppstillingsmåtene kan fordeles på fire ulike hovedmåter; Celsius (den norske varianten), Italiensk, Trappen og Liggende stolen.

- I. Hvilke deler av de fem ulike delene i divisjonsalgoritmen er nesten de samme i alle de ulike oppstillingene?
- II. Divider 46 695 med 23 med den fullstendige oppstillingen som du har lært. Svar med to desimaler.
- III. Vis/kontrollér ved hjelp av multiplikasjon at din divisjon ble utført korrekt. Anvend Kashis metode her.

b) Et badekar fylles på 5 minutter og tømmes på 10 minutter når proppen dras ut. Hvor lang tid tar det å fylle badekaret dersom man har glemt å sette i proppen? Vi antar at mengden av vann som fyller badekaret eller som tømmes er like mye hvert minutt.

OPPGAVE 2**12%**

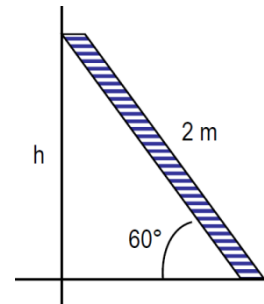
Fanny arbeider på en pizzeria. På lørdagene får hun 123 kr/t og på hverdager 95 kr/t. En måned fikk hun 4321 kr for totalt 39 timer. Hvor mange timer arbeidet hun på lørdagene?

Du skal løse oppgaven på fire ulike nivå. Følgende hjelp er gitt for de fire ulike løsningsnivå:

- I. Resonnement der du benytter deg av enkle begrunnelser og beregninger. Du kan tegne figurer hvis du ønsker.
- II. Med hjelp av en tabell. Her skal du forklare hva som er viktig i tabellen som kan være et bra utgangspunkt for en likning.
- III. Bruk den matematiske modellen ”likning” for å løse problemet.
- IV. Bruk den matematiske modellen ”likningssett” for å løse problemet.

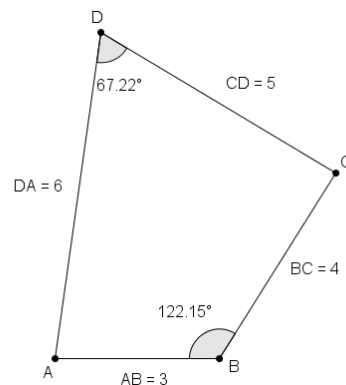
OPPGAVE 3**20%**

- a) En stige på 2 m stilles opp mot en vegg. Vinkelen med gulvet er 60° (se figuren til høyre).

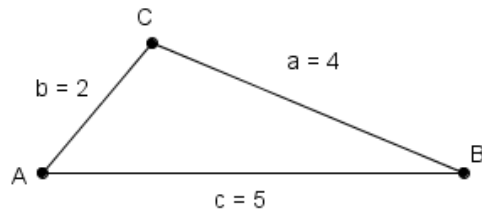


- I. Hvor høyt opp på veggen rekker stigen?
- II. Gjør om vinklene 0.5, 3.2 og 12 fra radianer til grader.

- b) Finn arealet av firkanten ABCD, gitt at $AB = 3$, $BC = 4$, $CD = 5$, $DA = 6$, vinkel $B = 122.15^\circ$ og vinkel $D = 67.22^\circ$ (se figuren).



- c) Gitt trekant ABC med sidene a , b og c , hvor $a = 4$, $b = 2$ og $c = 5$ (se figuren nedenfor). Finn alle vinklene i trekanten.



- d) For trekanter, bevis sinussetningen (med utgangspunkt i arealsetningen).
- e) Bestemt de ukjente sidene og vinklene i trekanten ABC i de to distinkte tilfellene, gitt at:
- I. $a = 5 \text{ cm}$ $c = 4 \text{ cm}$ $\angle A = 40^\circ$
 - II. $\angle A = 110,5^\circ$, $\angle B = 19,8^\circ$ og $a = 8,5 \text{ cm}$

OPPGAVE 4**16%****a)**

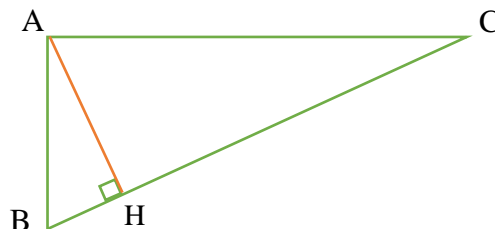
- I. Gitt vektoren $\overrightarrow{AB} = [3, -2]$ og punktet $B(-2, -4)$. Bestem koordinatene til punkt $A(x, y)$.
- II. Gitt to vektorer $\vec{u} = [6, -2]$ og $\vec{v} = [3, 4]$. Finn lengde av vektoren \vec{w} når $\vec{w} = -2\vec{u} + 6\vec{v}$.
- III. Undersøk om vektorene \vec{u} og \vec{v} i del II er parallelle.

b)

- I. En trekant har hjørner i punktene $A(1, 1)$, $B(6, 3)$ og $C(0, 6)$. Tegn trekanten og regn ut lengden av sidene i trekanten.
- II. Finn alle vinklene i trekanten.

OPPGAVE 5**16%****a)**

- I. Bevis at høyden til hypotenusen i en rettvinklet trekant deler hypotenusen i to deler slik at produktene av lengden av de to delene er lik kvadratet av høyden. ($h^2 = x \cdot y$, der $BH = x$ og $CH = y$).



- II. Bestem eksakt verdi på trekantens omkrets i del I, om $BC = 60 \text{ cm}$ og forholdet mellom BH og CH er $1:4$. *D. v. s.* $BH:CH = 1:4$.

b) Tegn en vilkårlig trekant. Vis at

- I. midtpunktsnormalene skjærer hverandre i ett punkt.
- II. midtpunktsnormalenes skjæringspunkt er sentrum i den omskrevne sirkelen til trekanten.

OPPGAVE 6**24%****a)**

- I. Vis at $\binom{100}{73} = \binom{100}{27}$.
- II. Hva er sannsynligheten (uttrykt i prosent med to desimaler) for å få minst en sekser ved fire kast med en terning?
- III. Hvor mange håndtrykk blir det dersom 25 personer hilser på hverandre?

b) I en pose finnes det 7 kuler; 4 røde og 3 blå. Vi tar, uten å se i posen, tre kuler ut av posen. Hva er sannsynligheten (uttrykt som desimaltall med tre desimaler) for at alle tre er røde?

- I. Løs oppgaven med metoden der du bruker tredigram (som er passende for grunnskolen).
- II. Løs oppgaven med en av sannsynlighetsmodellene, binomisk eller hypergeometrisk.
- III. Gi begrunnelse for ditt valg av sannsynlighetsmodellen i del II.

c) I en forening er det 8000 medlemmer der 5000 er kvinner og 3000 menn. Det skal velges et styre som består av 8 personer.

- I. Det går an å bruke begge sannsynlighetsmodellene hypergeometrisk og binomisk for å beregne antallet mulige måter å velge 8 medlemmer til styret av de 8000 medlemmene. Hvilken begrunnelse har vi når vi velger en av de to som passende beregningsverktøy i denne konteksten?
- II. Hva er sannsynligheten (uttrykt i prosent med to desimaler) for at styret blir helt representativt (proporsjonalt i forhold til antallet kvinner og menn i foreningen).¹

d) En fabrikk produserer cd-plater på tre maskiner: *A*, *B* og *C*. *A* har en feilprosent på 3 %. *B* og *C* har hver en feilprosent på 2 %. 60 % av cd-ene blir produsert på maskin *A*, resten er likt fordelt på *B* og *C*. Hva er sannsynligheten (uttrykt i hele prosent) for at en cd med feil er laget på maskin *A*?

- I. Skriv med egne ord hva spørsmålet handler om.
- II. Bruk to ulike metoder for dine beregninger for å kunne svare på spørsmålet. En av de to metodene skal være passelig for ungdomskolen.

¹ Her menes at f.eks. andelen kvinner i styret skal være lik andelen kvinner i medlemsgruppen.
Kommentarrefleksjon: Dette bør gi oss refleksjonsmulighet at valg som bygger på statistiska modeller, ikke automatisk betyr et rettferdig valg som representerer samfunnet .

Formelsamling

	Med tilbakelegging	Utan tilbakelegging
Ordnete utvalg	n^k	$P(n, k) = \frac{n!}{(n-k)!}$
Uordnete utvalg		$nCk = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Hypergeometrisk modell:

$$P(x) = \frac{\binom{a}{x} \cdot \binom{b}{y}}{\binom{N}{n}}, \quad \text{der } N = (a + b) \text{ og } n = (x + y)$$

Binomiskfordeling

$$P(x, y) = \binom{n}{x} k^x \cdot (1 - k)^y, \quad \text{där } n = (x + y)$$

Bayes setning

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)}$$