

## EKSAMEN

Emnekode: LSV3MAT12	Emne: V3: Tall og algebra, funksjoner 2 (5.-10. trinn)
Dato: 3. desember 2015	Eksamenstid: Fra kl. 09.00 til kl. 15.00
Hjelpemidler: Numerisk lommeregner uten grafisk vindu, ellers ingen.	Faglærere: Russell Hatami Erik Næss
<p>Eksamensoppgaven: Oppgavesettet består av 6 sider inklusive denne forsiden. Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.</p> <p><i>Oppgavesettet består av 6 oppgaver med deloppgaver. Alle oppgavene skal besvares og alle deloppgaver teller ved vurdering. Oppgavene bedømmes/vektes som angitt i oppgavesettet ved sensureringen. Alle svar skal begrunnes. Alle mellomregninger skal vises.</i></p>	
Sensurdato: 4. januar 2016	
Karakterene er tilgjengelige for studenter på studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. Følg instruksjoner gitt på: <a href="http://www.hiof.no/studentweb">www.hiof.no/studentweb</a>	

## Oppgave 1 (15 %)

En diofantisk likning er på formen  $ax + by = c$ .

- a) Hvordan avgjør du om en slik likning har løsning eller ei? Lag også et eksempel på en slik likning som har løsning, og et eksempel på en som ikke har løsning.
  
- b) Kari skal i butikken for å kjøpe Fox (en type karamell), og noen små melkesjokolader for til sammen 50 kroner til familiens lørdagskos. Hver Fox koster 3 kr, og hver melkesjokolade koster 5 kroner.
  - i) Hvor mange kombinasjoner av antall Fox og antall melkesjokolader kan Kari komme hjem med, når hun vil bruke nøyaktig 50 kr? Løs oppgaven slik du tror en ordinær elev i ungdomsskolen ville kunne gjort det. Kommentér.
  - ii) Hvordan vil du gjøre det? Begrunn svaret ditt!
  
- c) Finn alle løsningene til den diofantiske likningen

$$29376x + 23851y = 425$$

## Oppgave 2 (20 %)

- a)
  - i) Hva betyr det at to tall er kongruente modulo et 3. tall?
  - ii) Finn to tall som er kongruente med 7 modulo 9.
  
- b) Kunne kongruensregning vært et tema i grunnskolen? (Se bort i fra at du eventuelt mener at det er tilstrekkelig med temaer i skolematematikken som det er). Begrunn svaret ditt ut ifra din faglige innsikt.
  
- c) Hvordan kan du bruke kongruensregning for å avgjøre om et tall er delelig med 9 eller ei? Demonstrer i tillegg med et eksempel.

d) Hva blir resten dersom du dividerer  $83^{555}$  med 17?

### Oppgave 3 (15 %)

- a) En sprettball slippes fra en høyde på 3m og ned på et betonggulv. Etter berøring med gulvet spretter den opp igjen til 90 % av fallhøyden før den igjen faller ned på betonggulvet. Slik fortsetter ballen å sprette opp og ned. Hvor langt har ballen beveget seg totalt (opp og ned) når den treffer bakken for 20. gang?
- b) Bevis formelen for summen av en endelig geometrisk rekke.
- c) Vis ved induksjon at  $7 \mid 8^n - 1$  for alle verdier av  $n \in \mathbb{N}$ .

### Oppgave 4 (15 %)

- a) Betrakt funksjonene under. I hvilket eller hvilke intervall gjelder  $f(x) \geq 0$  og  $f(x) < 0$ ? Forklar svaret / (Hva betyr svaret?)

i)  $f(x) = 2x - 3$

ii)  $f(x) = (1 - x)(x + 5)$ .

- b) Hver av de fem grafene på neste side svarer til en av funksjonsforskriftene i i) – v). Angi rett sammenheng mellom funksjonsforskrift og graf. Begrunn svaret.

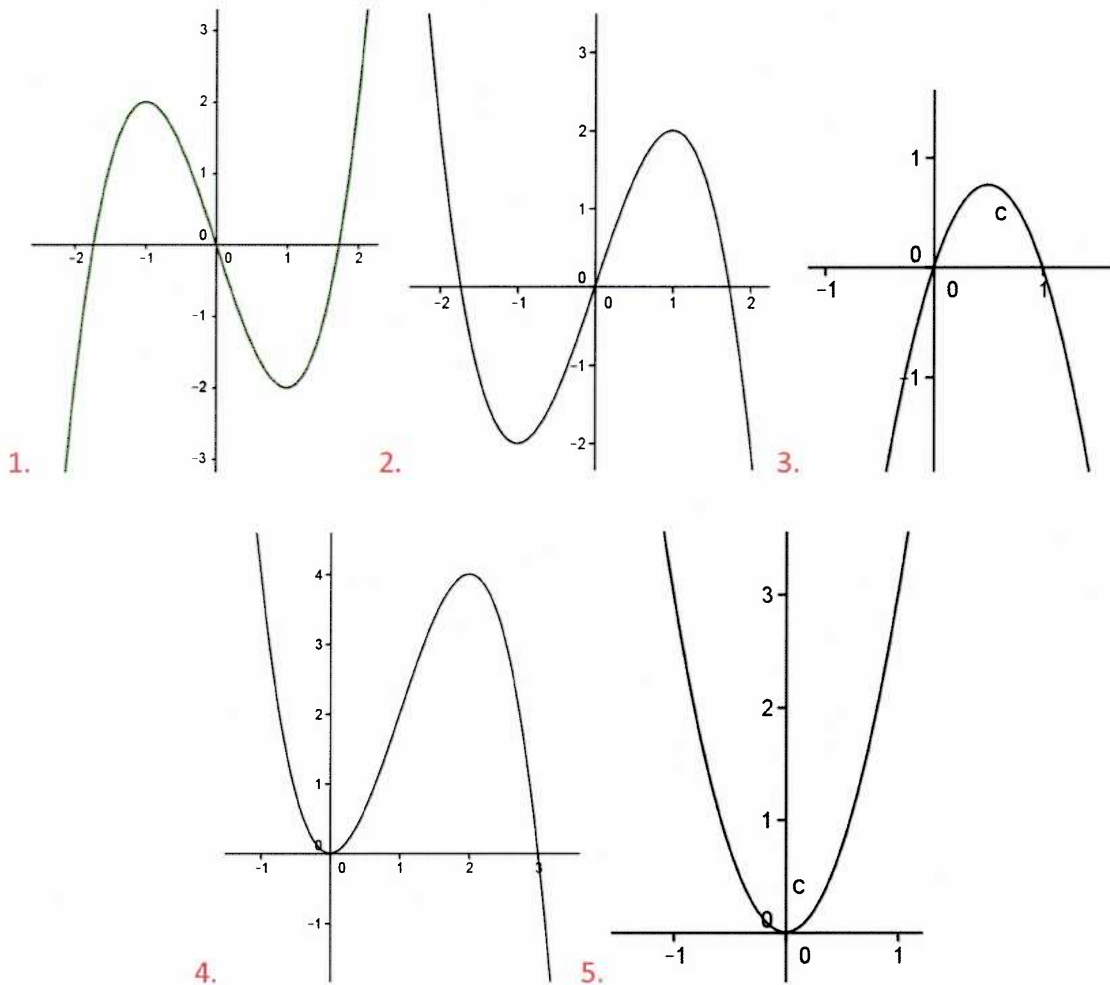
i)  $y = 3x^2$

ii)  $y = 3x - x^3$

iii)  $y = 3x - 3x^2$

iv)  $y = x^3 - 3x$

v)  $y = 3x^2 - x^3$



c) Hvilken eller hvilke av følgende funksjoner tilhører klassen polynomfunksjoner, rasjonale funksjoner eller eksponentialfunksjoner?

- i)  $y = \frac{3x - 3x^2}{5}$
- ii)  $h(x) = 3^x$
- iii)  $p(x) = \frac{1 - 3x}{x + 2}$
- iv)  $g(x) = 3x$
- v)  $f(x) = (x + 3)^3$

## Oppgave 5 (20 %)

Den stekning  $s(t)$  i meter som ett objekt forflytter seg på tiden  $t$  i sekunder, beskrives av formelen  $s(t) = t^3 + 3t$  når  $0 \leq t \leq 4$ .

- Regn ut  $s(3)$ . Hva betyr  $s(3)$ ?
- Bestem middelhastigheten på tidsintervallet  $1 \leq t \leq 3$ .
- Bestem den momentane hastigheten (her bruker du den deriverte) når  $t = 1$  og  $t = 3$ .
- Sammenlikn dine svar i  $c$  og  $b$ . Vad er fordelene med å bruke den deriverte i forhold til middelhastigheten?
- Hvor raskt endres hastigheten når  $t = 2$ . Hvilket begrep bruker vi ofte i dette tilfellet?

## Oppgave 6 (15 %)

- Iris far, Henrik, skal lage en rektangulær innhegning og har 60 meter netting til disposisjon. Henrik vil at innhegningen skal bli så stor som mulig og undrer seg på hvilke mål han skal ha på innhegningen. Iris bestemmer seg for å hjelpe sin far.

Iris benytter en tabell for å finne en løsning.

- Løs oppgaven ved hjelp av en tabell som elever på trinn 5. – 7. kan forstå.
- For å synliggjøre modellering ved hjelp av funksjoner for 10. trinn skal du benytte deg av funksjonslæren og vise ved hjelp av funksjonens graf hva som er det største mulige arealet.
- Vis ved hjelp av derivasjon hva som er største mulige areal.
- Diskuter hvordan et slikt eksempel kan belyse forholdet mellom en tekst, tabell, funksjonsforskrift og graf, samt på hvilken måte modellering kan synliggjøres her?

b) Anta at  $v(t)$  er vannforbruket i kubikkmeter i en kommune i løpet av et normaldøgn, der  $t$  er tiden i timer etter midnatt. Forklar hva følgende betyr i denne sammenhengen:

i)  $v(8) - v(6) = 180?$

ii)  $v(24) = 1000?$

iii)  $\frac{v(12) - v(0)}{12} = 40?$

iv)  $v'(8) = 30?$

**Lykke til!**