



# Høgskolen i Østfold

## EKSAMEN

Emnekode: LSV3MAT12	Emne: V3: Tall og algebra, funksjoner 2
Dato: 13. desember 2013	Eksamenstid: kl. 09.00 til kl. 15.00
Hjelpemidler:  Numerisk lommeregner uten grafisk vindu	Faglærere: Andrea Hofmann Erik Næss
<p><b>Eksamensoppgaven:</b> Oppgavesettet består av 4 sider inklusive denne forsiden. Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.</p> <p><i>Oppgavesettet består av 4 oppgaver med deloppgaver. Alle oppgavene skal besvares og alle deloppgaver teller ved vurdering. Oppgavene bedømmes/vektes som angitt i oppgavesettet ved sensureringen. Alle svar skal begrunnes. Alle mellomregninger skal vises.</i></p>	
<p>Sensurdato: 10. januar 2013 Karakterene er tilgjengelige for studenter på studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. Følg instruksjoner gitt på: <a href="http://www.hiof.no/studentweb">www.hiof.no/studentweb</a></p>	

## Oppgave 1 (20 %)

- a) Vis 2. kvadratsetning geometrisk.
- b) 1) Trekk sammen og forkort uttrykkene under mest mulig:

i) 
$$\frac{x+3}{x^2-4} + \frac{3}{x+2}$$

ii) 
$$\frac{x-3}{x} - \frac{3}{x+1}$$

2) Faktoriser:  $36x^2 - 96xy + 64y^2$

- c) Bruk fullstendige kvadraters metode for å løse likningen nedenfor. Forklar hva du gjør.

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

- d) Vis løsningen av likningen i oppgave c) geometrisk. Hva er svakheten med en slik geometrisk løsning?
- e) Finn siste siffer i tallet  $(37^{143} \cdot 4)$  ved hjelp av kongruensregning.

## Oppgave 2 (20 %)

- a) La  $(a_n)$  være en tallfølge gitt ved de første leddene som følger:

$$a_1 = 7$$

$$a_2 = 10$$

$$a_3 = 15$$

$$a_4 = 22$$

⋮

- i) Finn en rekursiv formel for  $a_n$ .
- ii) Bruk glidelåsmetoden til å finne en eksplisitt formel for  $a_n$ .
- b) Formelen for summen av de  $n$  første leddene i en geometrisk følge  $(a_n)$  skriver vi slik:

$$a_1 \cdot \frac{1-k^n}{1-k}.$$

Forklar hva en geometrisk følge er, og forklar hva størrelsen  $k$  står for.  
Gi en praktisk situasjon som omhandler geometriske rekker.

- c) Regn ut summen under for ulike naturlige tall  $n$ .

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$$

Hvilket mønster oppdager du? Lag en hypotese, og bevis denne med induksjon.

- d) En av delelighetsreglene som det arbeides med i grunnskolen, er følgende:

*Et naturlig tall  $n$  er delelig med 3 hvis og bare hvis tverrsummen av  $n$  er delelig med 3.*

Begrunn denne regelen med kongruensregning ved talleksemplet 8547.

### Oppgave 3 (25 %)

Mia og Marius går 3 meter oppover en bakke, stopper og setter seg. Så triller de ei klinkekule videre oppover denne bakken.

Etter  $t$  sekunder er klinkekula  $s(t)$  meter oppe i bakken, der  $s(t) = 9,1t - 1,6t^2 + 3$ .

- Forklar hvorfor konstantleddet i funksjonen  $s(t)$  er lik 3.
- Regn ut  $s(2)$ . Hva betyr  $s(2)$ ?
- Hvor lang tid tar det før klinkekula snur? Bruk to metoder for å løse denne oppgaven. Hvor langt opp i bakken har den trillet når den snur?
- Kula passerer punktet som ligger 7 meter oppe i bakken to ganger. Finn tidspunktene for denne passeringen.
- Når er kula tilbake ved Mia og Marius?
- Skissér grafen til  $s(t)$ .
- Hva er definisjonsmengden til  $s(t)$ ? Hva er verdimgden til  $s(t)$ ?
- Finn den deriverte  $s'(t)$ . Hva er den praktiske tolkningen av  $s'(t)$ ? Regn ut  $s'(5)$ . Hva forteller svaret deg?
- Finn likningen til tangenten til grafen til  $s(t)$  i punktet  $(2, s(2))$ . Tegn tangenten inn i samme koordinatsystem der du skisserte grafen til  $s(t)$ .

## Oppgave 4 (35 %)

a) I LK06 står følgende kompetansemål innenfor funksjoner etter 10. trinn:

*«Målet for opplæringa er at eleven skal kunne identifisere og utnytte egenskapene til proporsjonale, omvendt proporsjonale, lineære og kvadratiske funksjoner, og gi eksempler på praktiske situasjoner som kan beskrives med disse funksjonene.»*

- i) Hvordan vil du forklare begrepet *funksjon* for en ungdomsskoleelev?
- ii) Beskriv hver av funksjonstypene i kompetansemålet, og gi eksempler på praktiske situasjoner som kan beskrives med disse funksjonene.

b) Hva betyr det å integrere en funksjon? Ta med minst ett eksempel i forklaringen din.

La nå  $f(x) = 3x - 6$ .

c) Tegn grafen til  $f(x)$ .

Hva er arealet av trekanten avgrenset av grafen til  $f(x)$ ,  $x$ -aksen og linja  $x = 6$ ?

d) Regn ut det bestemte integralet  $\int_2^6 f(x)dx$ .

Hva er sammenhengen mellom dette integralet og oppgave c) ?

e) Regn ut det bestemte integralet  $\int_{-2}^6 f(x)dx$ .

Kommenter resultatet du fikk.

f) Hva vil det si at en funksjon er

- i) Kontinuerlig?
- ii) Deriverbar?
- iii) Kommenter også noe om sammenhengen mellom kontinuitet og deriverbarhet.

g) Bruk definisjonen av den deriverte til å finne den deriverte til  $f(x) = 3x^3$ .

h) Deriver funksjonen  $g(x) = \frac{(x^2 - 4)^2}{x}$ .

i) Beskriv kort litt om kvantitativ og kvalitativ forskning i matematikdidaktikk.

**Lykke til**