Høgskolen i Østfold

EKSAMEN

Emnekode: ITF10705	**Emnenavn:** Matematikk for IT
Dato: 4. januar 2019	**Eksamenstid:** 09.00 – 13.00
Hjelpemidler: - To A4-ark med valgfritt innhold på begge sider. Kalkulator er **ikke tillatt**.	**Faglærer:** Christian F Heide

Om eksamensoppgaven og poengberegning:

Oppgavesettet består av 9 sider inklusiv denne forsiden og tre sider med vedlegg. Kontroller at oppgavesettet er komplett.

Oppgavesettet består av 10 oppgaver. Ved sensur vil alle oppgavene telle like mye. Der en oppgave består av flere delspørsmål, kan delspørsmålene bli vektet ulikt ut fra arbeidsmengde og vanskelighetsgrad.

Der det er mulig skal du:

- Vise utregninger og hvordan du kommer fram til svarene.
- Begrunne dine svar, selv om dette ikke er eksplisitt sagt i hvert spørsmål.

Sensurfrist:

25. januar 2019

Karakterene er tilgjengelige for studenter i Studentweb.

OPPGAVE 1

En spørreundersøkelse blant en gruppe studenter om hvilken type brus de likte, viste følgende resultater:
22 likte Solo.
25 likte Coca Cola.
39 likte Pepsi.
9 likte både Coca Cola og Solo.
17 likte både Solo og Pepsi.
20 likte både Pepsi og Coca Cola.
6 likte alle tre brustypene.
4 likte ikke noen av de tre brustypene.

a) Hvor mange besvarte denne spørreundersøkelsen?

b) Hvor mange likte både Solo og Pepsi men ikke Coca Cola?

OPPGAVE 2

Gitt følgende matrise:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

a) Regn ut determinanten til A, og bruk denne til å begrunne at A er inverterbar.

b) Finn A^{-1}.

c) Gitt følgende ligningssystem:

$$\begin{aligned} 3x_1 - 2x_2 &= -2 \\ -2x_1 + x_2 &= 1 \end{aligned}$$

Benytt A^{-1} til å løse dette ligningssystemet.

OPPGAVE 3

Bruk sannhetstabeller til å undersøke om følgende logiske utsagn er en tautologi:

$$\neg\big((p \to q) \land (q \to r)\big) \lor (p \to r)$$

OPPGAVE 4

Gitt følgende logiske utsagn:

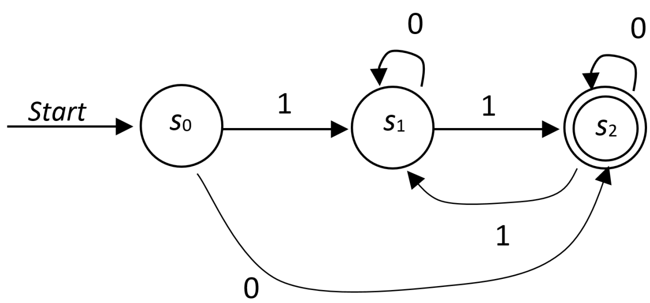
$$\neg\big(((p \vee q) \wedge r) \rightarrow \neg q\big)$$

Benytt lovene i logikk gitt i det ene vedlegget til å finne hvilket av følgende utsagn det er logisk ekvivalent med. Angi hvilken lov du bruker i hvert trinn.

1. $p \wedge q$
2. q
3. $q \wedge \neg r$
4. $\neg p \wedge q$
5. $q \wedge r$

OPPGAVE 5

Gitt følgende endelige automat:



Angi en grammatikk som genererer språket som denne automaten gjenkjenner. Grammatikken må beskrives både ved mengdene N og T, og ved de produksjonsregler som inngår.

OPPGAVE 6

Gitt mengden $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Det er definert en relasjon, R, på A ved

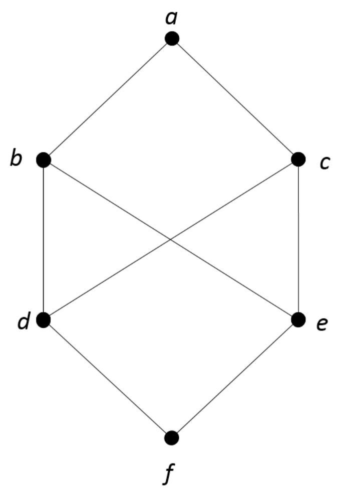
$$R = \{(1,1),(1,3),(1,5),(2,2),(2,4),(3,1),(3,3),(3,5),(4,2),(4,4),(5,1),(5,3),(5,5),(6,6)\}$$

a) Begrunn at relasjonen R er en ekvivalensrelasjon.

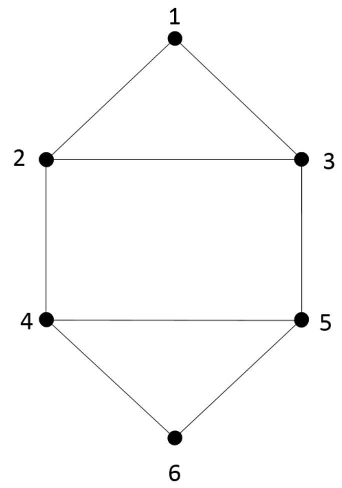
b) Angi ekvivalensklassene som R definerer.

OPPGAVE 7

Nedenfor er grafene $G_1 = (V_1, E_1)$ og $G_2 = (V_2, E_2)$ tegnet.



$G_1 = (V_1, E_1)$



$G_2 = (V_2, E_2)$

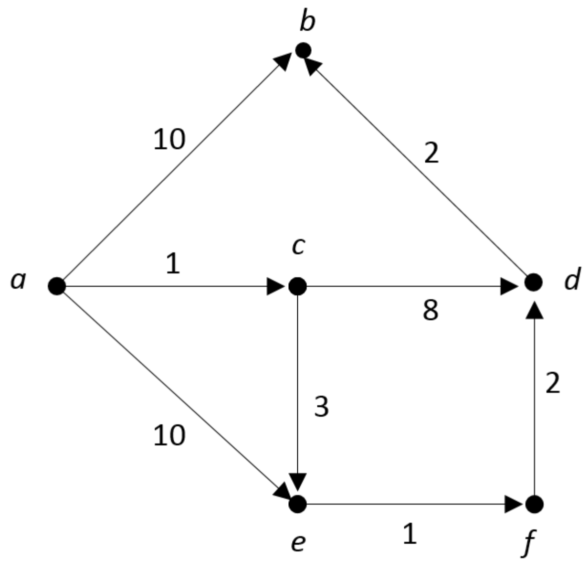
Avgjør om G_1 og G_2 er isomorfe.

Dersom de er isomorfe må du angi en funksjon $f : V_1 \to V_2$ og vise at denne funksjonen oppfyller kravene til en isomorfi.

Dersom de ikke er isomorfe må du begrunne hvorfor de ikke er det.

OPPGAVE 8

Gitt følgende vektede graf:



Bruk Dijkstras algoritme til å finne korteste vei (altså veier med minst samlet vekt) fra node a til alle andre noder i grafen. Vis alle trinn i algoritmen, og vis hvordan nodenes etiketter oppdateres underveis.

OPPGAVE 9

a) Finn den generelle løsningen av følgende differensligning:

$$y_n - 4y_{n-1} + 4y_{n-2} = 0$$

b) Gitt følgende differensligning:

$$y_n - 4y_{n-1} + 4y_{n-2} = 3n$$

Finn den generelle løsningen av denne.

c) Bestem konstantene som inngår i løsningen som du fant i spørsmål b når følgende startbetingelser er gitt:

$y_0 = 17$

$y_1 = 27$

Oppgave 10

En turingmaskin er definert ved følgende fem-tupler:

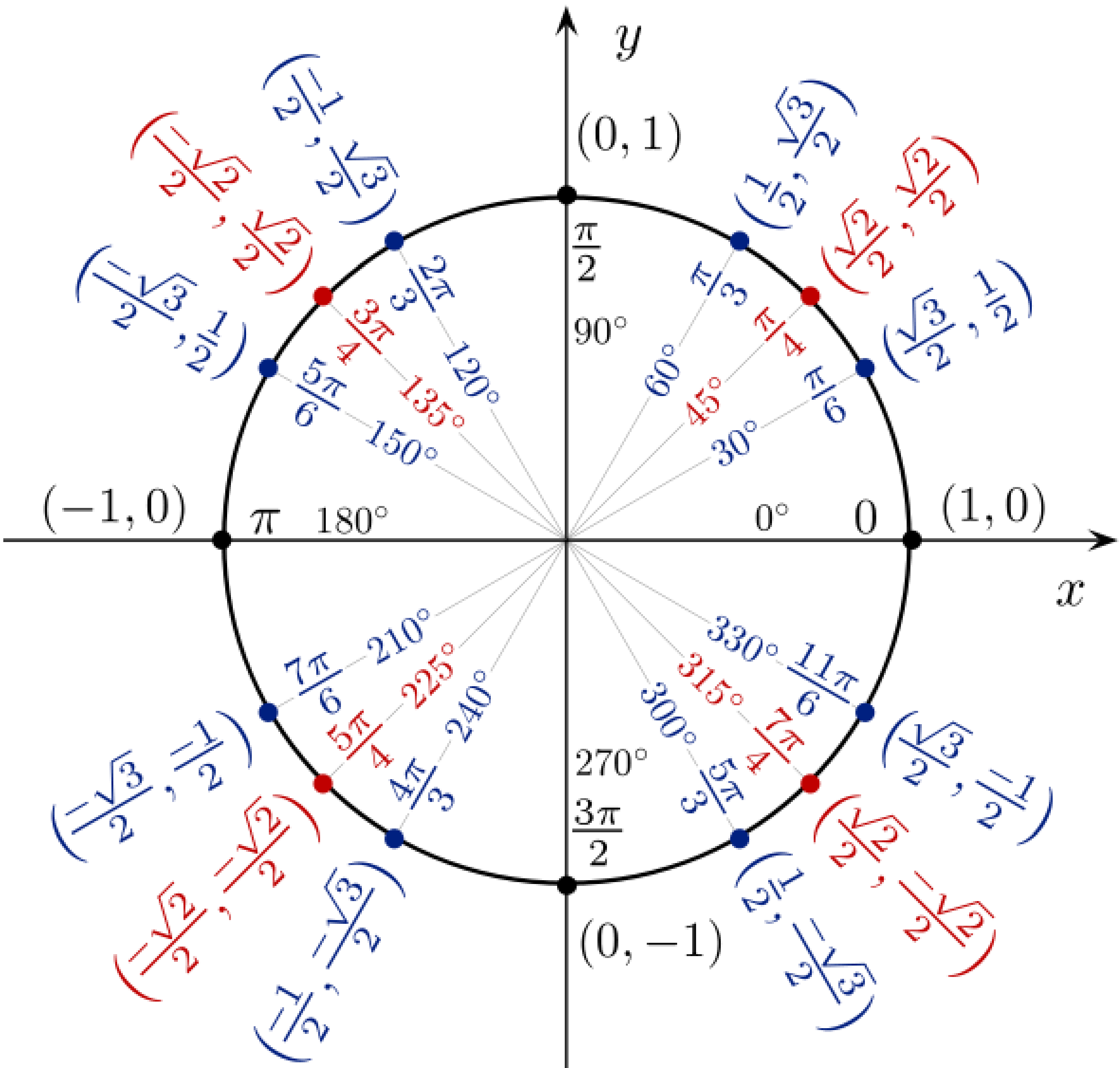
1. $(s_0, 0, s_1, 1, R)$
2. $(s_0, 1, s_0, 1, R)$
3. $(s_1, 0, s_1, 0, R)$
4. $(s_1, 1, s_0, 1, R)$
5. (s_0, B, s_2, B, L)
6. $(s_1, B, s_2, 0, L)$

Anta nå at vi kjører turingmaskinen med en tape som ved oppstart ser slik ut:

...	B	1	0	B	...

Vis hvert trinn i kjøringen av denne turingmaskinen. Angi hvordan tapen ser ut etter kjøringen (altså hvilke symboler som står i de ulike cellene), og hvilken tilstand turingmaskinen er i etter kjøringen.

Eksakte trigonometriske verdier for noen vinkler



CFH, 11.09.14

Lover for logikk og mengder

Lov	Logikk	Mengder
1. Assosiative lover	$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
2. Kommutative lover	$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$	$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$
3.Distributive lover	$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
4. De Morgans lover	$\neg (p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$ $\neg (p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$	$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
5. Idempotenslover	$p \vee p \Leftrightarrow p$ $p \wedge p \Leftrightarrow p$	$A \cup A = A$ $A \cap A = A$
6.Absorpsjonslover	$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$ $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$	$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$
7. Dobbel negasjon / Involusjonslov	$\neg (\neg p) \Leftrightarrow p$	$\overline{\overline{A}} = A$
8. Inverslover	$p \vee \neg p \Leftrightarrow S$ $p \wedge \neg p \Leftrightarrow F$	$A \cup \overline{A} = U$ $A \cap \overline{A} = \varnothing$
9. Identitetslover	$p \wedge S \Leftrightarrow p$ $p \vee F \Leftrightarrow p$	$A \cap U = A$ $A \cup \varnothing = A$
10. Dominanslover	$p \wedge F \Leftrightarrow F$ $p \vee S \Leftrightarrow S$	$A \cap \varnothing = \varnothing$ $A \cup U = U$
11. Implikasjon	$p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$	
12. Kontrapositive utsagn	$p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p$	

Inklusjons- og eksklusjonsprinsippet

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

KOMBINATORIKK

	Ordnet utvalg	Uordnet utvalg
Med tilbakelegging	n^k	$\frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$
Uten tilbakelegging	$\frac{n!}{(n-k)!}$	$\frac{n!}{(n-k)!k!}$

DIFFERENSLIGNINGER

En annenordens, homogen, linær differensligning med konstante koeffisienter kan løses ved hjelp av karakteristisk ligning. Vi har tre tilfeller:

Dersom karakteristisk ligning har to reelle røtter, λ_1 og λ_2, er den generelle løsningen av differensligningen

$$y_n = A\lambda_1^n + B\lambda_2^n$$

Dersom karakteristisk ligning har én reell rot, λ, er den generelle løsningen av differensligningen

$$y_n = A\lambda^n + Bn\lambda^n$$

Dersom karakteristisk ligning har to komplekse røtter, $\lambda_1 = re^{i\phi}$ og $\lambda_2 = re^{-i\phi}$, er den generelle løsningen av differensligningen

$$y_n = r^n(A\cos n\phi + B\sin n\phi)$$