Høgskolen i Østfold

EKSAMEN – Ny og utsatt

Emnekode: ITF10705	**Emnenavn:** Matematikk for IT
Dato: 3. juni 2019	**Eksamenstid:** 09.00 – 13.00
Hjelpemidler: - To A4-ark med valgfritt innhold på begge sider. Kalkulator er **ikke tillatt**.	**Faglærer:** Christian F Heide

Om eksamensoppgaven og poengberegning:

Oppgavesettet består av 7 sider inklusiv denne forsiden og tre sider med vedlegg. Kontroller at oppgavesettet er komplett.

Oppgavesettet består av 9 oppgaver. Ved sensur vil alle oppgavene telle like mye. Der en oppgave består av flere delspørsmål, kan delspørsmålene bli vektet ulikt ut fra arbeidsmengde og vanskelighetsgrad.

Der det er mulig skal du:

- Vise utregninger og hvordan du kommer fram til svarene.
- Begrunne dine svar, selv om dette ikke er eksplisitt sagt i hvert spørsmål.

Sensurfrist:

24. juni 2019

OPPGAVE 1

Benytt induksjonsbevis til å vise at følgende gjelder for alle $n \in \mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \ldots\}$:

$$5 + 7 + 9 + \cdots + (2n + 3) = n(n + 4)$$

OPPGAVE 2

Lag en aksepterende automat med alfabet $\{0, 1\}$ som gjenkjenner alle strenger som ender med 111, altså strenger som ender med minst tre enere på rad.

OPPGAVE 3

a) Hva betyr det at to mengder er disjunkte?

b) Anta at A og B er to ikke-disjunkte mengder i et univers U. Bruk venndiagram til å finne en enklest mulig skrivemåte for følgende mengde:

$$(A \cup B) - (B - A)$$

OPPGAVE 4

Gitt mengden

$$A = \{a, b, c, d\}$$

En relasjon R på mengden A er definert ved mengden

$$R = \{(a,a), (a,b), (b,b), (b,c), (c,c), (c,d), (d,d), (d,a)\}$$

Begrunn hvorvidt denne relasjonen er refleksiv, symmetrisk, antisymmetrisk og/eller transitiv. Benytt så dette til å begrunne hvorvidt relasjonen er en ekvivalensrelasjon, en delvis ordning eller ingen av delene.

OPPGAVE 5

Gitt følgende logiske utsagn:

$$\big[(p \land \neg q) \to F\big] \to (p \to q)$$

Benytt sannhetstabeller til å undersøke om dette er en tautologi.

OPPGAVE 6

Gitt følgende logiske utsagn:

$$\neg\left[p \to (\neg p \land \neg q)\right]$$

Benytt lovene i logikk gitt på vedlagte ark til å finne hvilket av følgende utsagn det er logisk ekvivalent med:

1. $p \land q$
2. p
3. $p \lor \neg q$
4. $\neg p \land q$
5. S
6. F

OPPGAVE 7

Gitt en grammatikk med startsymbol s, hvor mengden av ikke-avslutningssymboler er $N = \{s, t\}$ og mengden av avslutningssymboler er $T = \{0, 1\}$. Grammatikken har følgende produksjonsregler:

1. $s \to \lambda$
2. $t \to \lambda$
3. $s \to 10s$
4. $s \to 01t$
5. $t \to 1s$

a) Er denne grammatikken kontekstfri, regulær eller ingen av delene? Begrunn svaret.

b) Kan strengen 01101 produseres av denne grammatikken? Hvis ja, vis hvordan. Hvis nei, forklar hvorfor ikke.

OPPGAVE 8

a) Finn den generelle løsningen av følgende differensligning:

$$y_n - 2y_{n-1} - 3y_{n-2} = 0$$

b) Gitt følgende differensligning:

$$y_n - 2y_{n-1} - 3y_{n-2} = 3 \cdot 2^n$$

Finn den generelle løsningen av denne.

OPPGAVE 9

En turingmaskin er definert ved følgende fem-tupler:

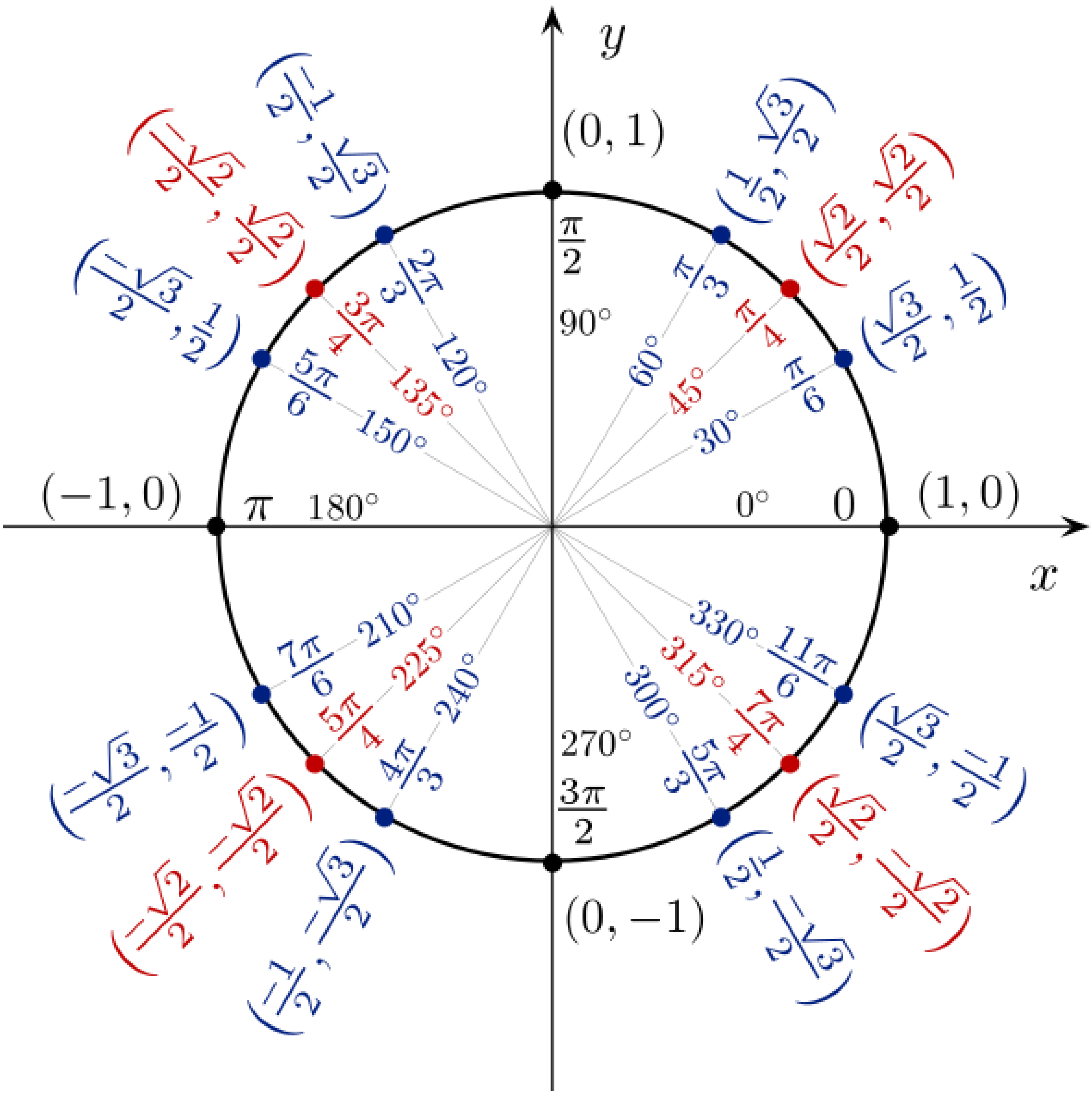
1. $(s_0, 0, s_0, 1, R)$
2. $(s_0, 1, s_1, 0, R)$
3. $(s_1, 0, s_0, 0, R)$
4. $(s_1, 1, s_2, 1, R)$
5. $(s_0, B, s_1, 1, L)$
6. $(s_1, B, s_2, 0, L)$

Anta nå at vi kjører turingmaskinen med en tape som ved oppstart ser slik ut:

...	B	1	0	B	...

Vis hvert trinn i kjøringen av denne turingmaskinen. Angi hvordan tapen ser ut etter kjøringen (altså hvilke symboler som står i de ulike cellene), og hvilken tilstand turingmaskinen er i etter kjøringen.

Eksakte trigonometriske verdier for noen vinkler



CFH, 11.09.14

Lover for logikk og mengder

Lov	Logikk	Mengder
1. Assosiative lover	$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
2. Kommutative lover	$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$	$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$
3.Distributive lover	$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
4. De Morgans lover	$\neg (p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$ $\neg (p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$	$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
5. Idempotenslover	$p \vee p \Leftrightarrow p$ $p \wedge p \Leftrightarrow p$	$A \cup A = A$ $A \cap A = A$
6.Absorpsjonslover	$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$ $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$	$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$
7. Dobbel negasjon / Involusjonslov	$\neg (\neg p) \Leftrightarrow p$	$\overline{\overline{A}} = A$
8. Inverslover	$p \vee \neg p \Leftrightarrow S$ $p \wedge \neg p \Leftrightarrow F$	$A \cup \overline{A} = U$ $A \cap \overline{A} = \varnothing$
9. Identitetslover	$p \wedge S \Leftrightarrow p$ $p \vee F \Leftrightarrow p$	$A \cap U = A$ $A \cup \varnothing = A$
10. Dominanslover	$p \wedge F \Leftrightarrow F$ $p \vee S \Leftrightarrow S$	$A \cap \varnothing = \varnothing$ $A \cup U = U$
11. Implikasjon	$p \to q \Leftrightarrow \neg p \vee q$	
12. Kontrapositive utsagn	$p \to q \Leftrightarrow \neg q \to \neg p$	

Inklusjons- og eksklusjonsprinsippet

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

KOMBINATORIKK

	Ordnet utvalg	Uordnet utvalg
Med tilbakelegging	n^k	$\frac{(n+k-1)!}{k!(n-1)!}$
Uten tilbakelegging	$\frac{n!}{(n-k)!}$	$\frac{n!}{(n-k)!k!}$

DIFFERENSLIGNINGER

En annenordens, homogen, linær differensligning med konstante koeffisienter kan løses ved hjelp av karakteristisk ligning. Vi har tre tilfeller:

Dersom karakteristisk ligning har to reelle røtter, λ_1 og λ_2, er den generelle løsningen av differensligningen

$$y_n = A\lambda_1^n + B\lambda_2^n$$

Dersom karakteristisk ligning har én reell rot, λ, er den generelle løsningen av differensligningen

$$y_n = A\lambda^n + Bn\lambda^n$$

Dersom karakteristisk ligning har to komplekse røtter, $\lambda_1 = re^{i\phi}$ og $\lambda_2 = re^{-i\phi}$, er den generelle løsningen av differensligningen

$$y_n = r^n(A\cos n\phi + B\sin n\phi)$$