Høgskolen i Østfold

EKSAMEN

Emnekode:	Emnenavn:
ITD15013	Matematikk 1 – andre deleksamen
Dato:	**Eksamenstid:**
5. januar 2018	09.00 – 12.00
Hjelpemidler:	**Faglærer:**
- To A4-ark med valgfritt innhold på begge sider. - Formelhefte. - Kalkulator som deles ut samtidig med oppgaven.	Christian F Heide

Om eksamensoppgaven og poengberegning:

Oppgavesettet består av 6 sider inklusiv denne forsiden og to vedlegg. Kontroller at oppgavesettet er komplett.

Oppgavesettet består av 10 oppgaver. Ved sensur vil alle oppgaver telle like mye.

Husk å vise utregninger og hvordan du kommer fram til svarene.

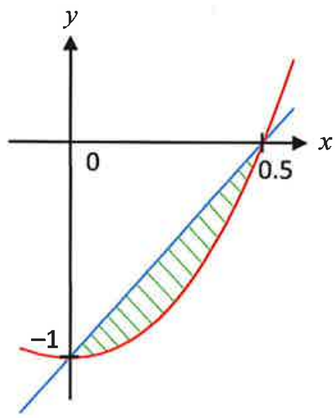
Sensurfrist:

26. januar 2018

Karakterene er tilgjengelige for studenter på Studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. www.hiof.no/studentweb

Oppgave 1
Det skraverte området på figuren under, er avgrenset av grafene til funksjonene $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$ og $g(x) = 2x - 1$. Grafene skjærer hverandre i punktene (0, –1) og (0.5, 0).

Finn arealet av det skraverte området.



Oppgave 2
Området under grafen til funksjonen $f(x) = \sqrt{1+x^2}$ mellom $x = 0$ og $x = 1$ roteres om y-aksen. Finn volumet til det omdreiningslegemet som da fremkommer.

Oppgave 3
Benytt Simpsons metode med 6 delintervaller (altså $n = 3$) til å beregne følgende integral:

$$\int_0^{0.6} \cos(x^2)\,dx$$

Oppgave 4
En lineærtransformasjon T: $\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ er gitt ved matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Noen vektorer i $\mathbf{R}^2$ har den egenskap at de ikke endrer retning ved en transformasjon med lineærtransformasjonen T. Finn disse vektorene.

Oppgave 5
Gitt følgende matrise:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & -5 & 3 \end{bmatrix}$$

a) Anta at A er koeffisientmatrisen til ligningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$. Løs dette ligningssystemet.

b) Finn en basis for kolonnerommet til A og en basis for nullrommet til A.

Oppgave 6
Løs differensialligningen

$$y'' - 4y' + 3y = 2e^{3x}$$

med grensebetingelsene $y(0) = 7$ og $y'(0) = 11$.

Oppgave 7
Løs initialverdiproblemet

$$y' - (\cos x)y = \cos x \qquad y(0) = 0$$

Oppgave 8
Benytt Eulers metode med skrittlengde 0.25 til å finne en numerisk løsning av følgende differensialligning på intervallet [0, 1]:

$$y' + y = x$$

Benytt punktet (0, 0) som startpunkt.

Oppgave 9

La $A = \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$ og $B = \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} \right\}$ være to basiser for det euklidske rommet $\mathbf{R}^2$.

a) For at to vektorer skal være en basis for $\mathbf{R}^2$ må de være lineært uavhengige. Vis at vektorene i basis A oppfyller dette kravet.

b) Finn koordinatskiftematrisen fra A til B.

Oppgave 10
Bruk laplacetransformasjonen til å løse følgende initialverdiproblem:

$$y'' + 2y' + y = 3\delta(t), \qquad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$$

hvor $\delta(t)$ er Diracs deltafunksjon.

Vedlegg 1: Laplacetransformasjonen – formelliste

Definisjon av laplacetransformasjonen: $Y(s) = \mathcal{L}(y(t)) = \int_0^\infty y(t)\, e^{-st} dt$

$y(t)$	$Y(s) = \mathcal{L}(y(t))$	Konvergensområde/ kommentar
1	$\frac{1}{s}$	$s > 0$
$t^n \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$s > 0$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$	$s > a$
$t^n e^{at} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$	$s > a$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$s > 0$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$s > 0$
$e^{at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s-a)^2 + \omega^2}$	$s > a$
$e^{at} \cos \omega t$	$\frac{s-a}{(s-a)^2 + \omega^2}$	$s > a$
$y(t)\, e^{at}$	$Y(s-a)$	
$u(t-a)$	$\frac{1}{s} e^{-as}$	Enhetssprang
$y(t-a)\, u(t-a)$	$e^{-as}\, Y(s)$	
$\delta(t-a)$	e^{-as}	Enhetspuls (Diracs delta)

Derivasjon og integrasjon:

$$\mathcal{L}\left(y'(t)\right) = sY - y(0)$$

$$\mathcal{L}\left(y''(t)\right) = s^2 Y - sy(0) - y'(0)$$

$$\mathcal{L}\left(\int_0^t y(u)\, du\right) = \frac{1}{s} Y$$

Vedlegg 2: Eksakte trigonometriske verdier for noen vinkler