

# EKSAMEN

<b>Emnekode:</b> ITD20106	<b>Emnenavn:</b> Statistikk og økonomi
<b>Dato:</b> 2. mai 2018	<b>Eksamenstid:</b> 09.00 – 13.00
<b>Hjelpemidler:</b> - Alle trykte og skrevne. - Kalkulator som deles ut samtidig med oppgaven.	<b>Faglærer:</b> Christian F Heide
<b>Om eksamensoppgaven og poengberegning:</b> <p>Oppgavesettet består av 12 sider inklusiv denne forsiden og seks sider vedlegg. Kontroller at oppgavesettet er komplett.</p> <p>Oppgavesettet består av 7 oppgaver. Det er i oppgavesettet angitt hvor mye hver oppgave teller ved sensuren.</p> <p>Der det er mulig skal du:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• vise utregninger og hvordan du kommer fram til svarene</li><li>• begrunne dine svar, selv om dette ikke er eksplisitt sagt i hvert spørsmål</li></ul> <p>Om noe er uklart eller mangelfullt i oppgaven, gjør selv de nødvendige forutsetninger.</p>	
<b>Sensurfrist:</b> 23. mai 2018 <p>Karakterene er tilgjengelige for studenter på Studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. <a href="http://www.hiof.no/studentweb">www.hiof.no/studentweb</a></p>	



## Oppgave 1 (20 %)

Du samarbeider med tre andre studenter fra Høgskolen i Østfold som vil starte opp egen bedrift fra 1.1.2019. Dere velger selskapsformen AS med aksjekapital kr 100.000. Dere vil leie dere ut til bedrifter dere allerede kjenner i Østfold. Forretningsideen er å assistere med IT-løsninger, anskaffelser og drift til disse bedriftene. 50 % av din fulle stilling går med til å være daglig leder og økonomiansvarlig for bedriften.

Dere budsjetterer med kr 4.200.000 i driftsinntekter første året.

Beregn at personlig IKT-utstyr (mobil og datautstyr) til hver enkelt ansatt er kr. 25.000.

Dere vil legge inn kr 600.000 i lønn pr årsverk, og leder får kr 700.000. Sosiale kostnader beregnes til 30 %.

Husleien vil være kr 10.000 pr mnd. Depositum er 3 mnd. husleie. Dere leier møblert kontor.

Avskrivningssats på investeringer er 30 % (saldoavskrivninger).

Dere skal lease biler til arbeidet og dere må ut med kr 80.000 pr bil (4 biler). Leien pr bil er kr 4.000 pr mnd.

Dere betaler 5 % rente på langsiktig lån. Dere får låne alt det dere har i udekket finansieringsbehov med langsiktig gjeld.

Omkostninger til forsikring, veiavgift, telefonabonnement og andre faste kostnader, vil være kr 10.000 pr mnd. Ellers vil det være ca. kr. 2.000 pr mnd. i bompenger og drivstoffkostnader.

Når det gjelder fakturering gir bedriften 15 dager kreditt til kundene (alt på kreditt).

Vis tydelig beregningene for alle poster dere fører.

- a) Sett opp oppstartsbalanse med en egen beregning av oppstartskostnader og vurder hvor realistisk finansieringen er.
- b) Sett opp resultatbudsjett for 2019 og vurder lønnsomhet.
- c) Beregn dekningsbidrag og dekningsgrad, nullpunktomsetning og sikkerhetsmargin i kroner. Vær oppmerksom på at det er noen forutsetninger du selv må gjøre her.
- d) Illustrer dette i et dekningspunktdiagram

## Oppgave 2 (10 %)

Bedriften din driver med konsulenttjenester og ønsker å utvikle en ny tjeneste. Dere vil da trenge større maskinkraft til å gjøre svært avanserte beregninger.

Investeringen vil komme på kr 300.000, og det har i tillegg kostet kr 100.000 i lønn og sosiale kostnader å utvikle programvaren til denne nye tjenesten. Det er beregnet at programvaren vil være utdatert innen tre år. Restverdien på utstyret vil da være kr 50.000. Vi regner med å få ekstra inntekter på ca. 200.000 i året som følge av beregningene som kan utføres med de nye maskinene som kjøpes inn. Kostnadene for å drifte dette vil være kr. 80.000 i året inkl. sosiale kostnader.

- a) Sett opp kontantstrømmen for dette investeringsalternativet.
- b) Sett et avkastningskrav på 8 % og vurder lønnsomheten.
- c) Hva er internrenten, og forklar hvorfor den gir en rask pekepinn på om en investering er lønnsom?
- d) Et annet konsulentbyrå har signalisert at de kan være villige til å kjøpe programvaren fra oss for kr 150.000. Hva vil du gjøre i denne situasjonen; selge programvaren eller beholde den?

## Oppgave 3 (20 %)

En eksamensoppgave består av 10 flervalgsoppgaver (multiple-choice). Hver oppgave består av 5 svaralternativer, med bare ett korrekt alternativ i hver oppgave. Anta at en student ikke kan noe som helst om temaene som er på eksamen, og derfor bare gjetter vilt på de 10 oppgavene.

La  $X$  være antall korrekte svar som studenten tilfeldigvis får på denne eksamen.

- a) Begrunn kort at  $X$  er en stokastisk variabel. Begrunn også at  $X$  har en binomisk sannsynlighetsfordeling.
- b) Finn forventningsverdi og standardavvik for  $X$ .
- c) Forklar hva forventningsverdien du fant i forrige spørsmål uttrykker.
- d) Vi antar nå at en student må få minimum 4 rette svar (40 %) for å bestå eksamen. Hva er sannsynligheten for at en student som gjetter helt vilt, består denne eksamen?

#### Oppgave 4 (20 %)

Ved en bedrift arbeides det både dagskift og kveldsskift. Det har gjennom lang tid blitt registrert fravær i hvert av de to skiftene, og man har på bakgrunn av det kommet fram til en sannsynlighetsfordeling for fraværet som er vist i tabellen nedenfor.  $X$  betegner antall som er fraværende fra arbeid i dagskiftet en vilkårlig dag, og  $Y$  er antall som er fraværende fra arbeid i kveldsskiftet samme dag.

$x \backslash y$	0	1	2	3
0	0.40	0.25	0.05	0.00
1	0.10	0.05	0.04	0.02
2	0.00	0.05	0.03	0.01

- Finne de marginale fordelinger for  $X$  og  $Y$ . Er  $X$  og  $Y$  uavhengige variable?
- Beregne forventningsverdier og varianser for de to fordelingene.
- Bestem sannsynlighetsfordelingen for det totale fraværet  $T = X + Y$  en gitt dag.
- Finne kovariansen  $\text{Cov}(X, Y)$  og korrelasjonen  $\rho(X, Y)$ . Forklar kort hva denne korrelasjonen som du har funnet her, forteller oss.

#### Oppgave 5 (10 %)

En servitør på en restaurant får såkalt «driks» fra sine kunder ved at de gir litt ekstra når de betaler regningen. Vi kaller driksen som servitøren får fra en vilkårlig kunde for  $X$ .

Anta at  $X$  er normalfordelt med forventningsverdi 200 kroner og standardavvik 100 kroner (dette er en fin restaurant hvor gjestene gir relativt mye i driks).

- Hva er sannsynligheten for at en vilkårlig gjest gir et sted mellom 150 og 270 kroner i driks?
- I løpet av en måned får servitøren driks fra 50 ulike gjester. Beløpet han får fra gjest nummer 1 kaller vi  $X_1$ , beløpet fra gjest nummer 2 kaller vi  $X_2$ , osv. Beløpet som servitøren får fra 50 gjester, kaller vi  $Y$ . Altså

$$Y = X_1 + X_2 + \dots + X_{50}$$

Anta at beløpet servitøren får fra en gjest er uavhengig av beløpene han får fra de andre gjestene.

Finne sannsynligheten for at beløpet som servitøren får i driks av 50 gjester, overstiger 11 000 kroner.

## Oppgave 6 (15 %)

Et farmasøytisk firma lager tabletter. Mengden virkestoff i hver tablett skal være 20 mg.

Det plukkes ut 10 tabletter som analyseres for å finne mengden virkestoff. Laboratoriet som analyserer tablettene, finner følgende mengder av virkestoffet:

19.5, 20.1, 19.6, 19.2, 19.8, 20.2, 19.7, 20.3, 19.0, 20.1

Anta at mengden virkestoff i hver tablett er normalfordelt med standardavvik 0.4 mg.

- a) Finn et 95% konfidensintervall for forventningsverdien til mengden virkestoff basert på målingene laboratoriet har gjort.
- b) Hvor mange tabletter må analyseres for at lengden på konfidensintervallet skal være mindre enn 0.2 mg?

Det er etablert en ny produksjonslinje for den samme type tabletter. I den nye produksjonslinjen er ikke standardavviket for virkestoffet kjent. Det mistenkes at den nye produksjonslinjen fremstiller tabletter hvor det er mindre virkestoff enn 20 mg i tablettene. Det sendes derfor inn fire tabletter til analyse. Man finner følgende mengde av virkestoffet i de fire tablettene:

19.6, 19.8, 20.1 og 19.6

- c) Utfør en hypotesetest for å undersøke om det er grunnlag for å hevde at forventningsverdien til mengden virkestoff er mindre enn 20 mg i den nye produksjonslinjen. Benytt et signifikansnivå på 0.05.

Oppgave 7 står på neste side.

## Oppgave 7 (5 %)

Utslipp av bly til luft i Norge, har ifølge Statistisk sentralbyrå utviklet seg slik:

Årstall	1995	2000	2005	2010	2015
Utslipp i tonn	25.5	11.7	10.6	8.8	7.1

(Tallet for 2010 har jeg ikke funnet hos SSB, og det er derfor funnet på. De andre tallene har jeg funnet her: <https://www.ssb.no/natur-og-miljo/statistikker/milgiftn/aar>.)

Vi kan nå regne  $x$  som antall år etter 1995 (slik at  $x = 0$  tilsvarer 1995, og  $x = 20$  tilsvarer 2015). Vi lar videre  $Y$  være utslipp av bly målt i tonn.

Følgende er utregnet for dette datasettet:

$$\bar{x} = 10$$

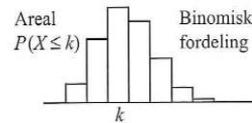
$$\bar{y} = 12.74$$

$x_i$	$y_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$
0	25.5	-10	12.76	-127.6	100
5	11.7	-5	-1.04	5.2	25
10	10.6	0	-2.14	0.0	0
15	8.8	5	-3.94	-19.7	25
20	7.1	10	-5.64	-56.4	100

Finn regresjonslinjen som best beskriver en lineær sammenheng mellom  $x$  og  $Y$ .

## E.1 Kumulativ binomisk sannsynlighet

Tabellen viser  $P(X \leq k)$  for forskjellige valg av  $k$  og parameterne  $n$  og  $p$ .

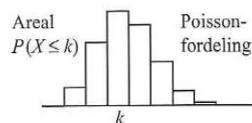


	k	Sannsynlighet p													
		0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,99	
n=2	0	,980	,903	,810	,640	,490	,360	,250	,160	,090	,040	,010	,003	,000	
	1	1,000	,998	,990	,960	,910	,840	,750	,640	,510	,360	,190	,098	,020	
n=3	0	,970	,857	,729	,512	,343	,216	,125	,064	,027	,008	,001	,000	,000	
	1	1,000	,993	,972	,896	,784	,648	,500	,352	,216	,104	,028	,007	,000	
	2	1,000	1,000	,999	,992	,973	,936	,875	,784	,657	,488	,271	,143	,030	
n=4	0	,961	,815	,656	,410	,240	,130	,063	,026	,008	,002	,000	,000	,000	
	1	,999	,986	,948	,819	,652	,475	,313	,179	,084	,027	,004	,000	,000	
	2	1,000	1,000	,996	,973	,916	,821	,688	,525	,348	,181	,052	,014	,001	
	3	1,000	1,000	1,000	,998	,992	,974	,938	,870	,760	,590	,344	,185	,039	
n=5	0	,951	,774	,590	,328	,168	,078	,031	,010	,002	,000	,000	,000	,000	
	1	,999	,977	,919	,737	,528	,337	,188	,087	,031	,007	,000	,000	,000	
	2	1,000	,999	,991	,942	,837	,683	,500	,317	,163	,058	,009	,001	,000	
	3	1,000	1,000	1,000	,993	,969	,913	,813	,663	,472	,263	,081	,023	,001	
	4	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,990	,969	,922	,832	,672	,410	,226	,049	
n=6	0	,941	,735	,531	,262	,118	,047	,016	,004	,001	,000	,000	,000	,000	
	1	,999	,967	,886	,655	,420	,233	,109	,041	,011	,002	,000	,000	,000	
	2	1,000	,998	,984	,901	,744	,544	,344	,179	,070	,017	,001	,000	,000	
	3	1,000	1,000	,999	,983	,930	,821	,656	,456	,256	,099	,016	,002	,000	
	4	1,000	1,000	1,000	,998	,989	,959	,891	,767	,580	,345	,114	,033	,001	
	5	1,000	1,000	1,000	1,000	,999	,996	,984	,953	,882	,738	,469	,265	,059	
n=7	0	,932	,698	,478	,210	,082	,028	,008	,002	,000	,000	,000	,000	,000	
	1	,998	,956	,850	,577	,329	,159	,063	,019	,004	,000	,000	,000	,000	
	2	1,000	,996	,974	,852	,647	,420	,227	,096	,029	,005	,000	,000	,000	
	3	1,000	1,000	,997	,967	,874	,710	,500	,290	,126	,033	,003	,000	,000	
	4	1,000	1,000	1,000	,995	,971	,904	,773	,580	,353	,148	,026	,004	,000	
	5	1,000	1,000	1,000	1,000	,996	,981	,938	,841	,671	,423	,150	,044	,002	
	6	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,992	,972	,918	,790	,522	,302	,068	
n=8	0	,923	,663	,430	,168	,058	,017	,004	,001	,000	,000	,000	,000	,000	
	1	,997	,943	,813	,503	,255	,106	,035	,009	,001	,000	,000	,000	,000	
	2	1,000	,994	,962	,797	,552	,315	,145	,050	,011	,001	,000	,000	,000	
	3	1,000	1,000	,995	,944	,806	,594	,363	,174	,058	,010	,000	,000	,000	
	4	1,000	1,000	1,000	,990	,942	,826	,637	,406	,194	,056	,005	,000	,000	
	5	1,000	1,000	1,000	,999	,989	,950	,855	,685	,448	,203	,038	,006	,000	
	6	1,000	1,000	1,000	1,000	,999	,991	,965	,894	,745	,497	,187	,057	,003	
	7	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,999	,996	,983	,942	,832	,570	,337	,077	
n=9	0	,914	,630	,387	,134	,040	,010	,002	,000	,000	,000	,000	,000	,000	
	1	,997	,929	,775	,436	,196	,071	,020	,004	,000	,000	,000	,000	,000	
	2	1,000	,992	,947	,738	,463	,232	,090	,025	,004	,000	,000	,000	,000	
	3	1,000	,999	,992	,914	,730	,483	,254	,099	,025	,003	,000	,000	,000	
	4	1,000	1,000	,999	,980	,901	,733	,500	,267	,099	,020	,001	,000	,000	
	5	1,000	1,000	1,000	,997	,975	,901	,746	,517	,270	,086	,008	,001	,000	
	6	1,000	1,000	1,000	1,000	,996	,975	,910	,768	,537	,262	,053	,008	,000	
	7	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,996	,980	,929	,804	,564	,225	,071	,003	
	8	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,990	,960	,866	,613	,370	,086	
n=10	0	,904	,599	,349	,107	,028	,006	,001	,000	,000	,000	,000	,000	,000	
	1	,996	,914	,736	,376	,149	,046	,011	,002	,000	,000	,000	,000	,000	
	2	1,000	,988	,930	,678	,383	,167	,055	,012	,002	,000	,000	,000	,000	
	3	1,000	,999	,987	,879	,650	,382	,172	,055	,011	,001	,000	,000	,000	
	4	1,000	1,000	,998	,967	,850	,633	,377	,166	,047	,006	,000	,000	,000	
	5	1,000	1,000	1,000	,994	,953	,834	,623	,367	,150	,033	,002	,000	,000	
	6	1,000	1,000	1,000	,999	,989	,945	,828	,618	,350	,121	,013	,001	,000	
	7	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,988	,945	,833	,617	,322	,070	,012	,000	
	8	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,989	,954	,851	,624	,264	,086	,004	
	9	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,999	,994	,972	,893	,651	,401	,096	

Verdien  $P(X \leq k)$  er beregnet av Excel-funksjonen BINOM.FORDELING(k;n;p;1).

## E.2 Kumulativ poissonfordeling

Tabellen viser  $P(X \leq k)$  for forskjellige valg av  $k$  og forventningsverdien  $\lambda t$ .

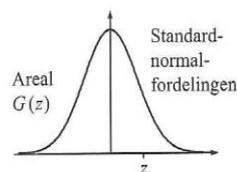


Forventningsverdi	Grenseverdi k															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0,02	,980	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,05	,951	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,10	,905	,995	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,15	,861	,990	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,20	,819	,982	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,25	,779	,974	,998	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,30	,741	,963	,996	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,35	,705	,951	,994	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,40	,670	,938	,992	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,45	,638	,925	,989	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,50	,607	,910	,986	,998	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,60	,549	,878	,977	,997	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,70	,497	,844	,966	,994	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,80	,449	,809	,953	,991	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,90	,407	,772	,937	,987	,998	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1,0	,368	,736	,920	,981	,996	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1,1	,333	,699	,900	,974	,995	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1,2	,301	,663	,879	,966	,992	,998	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1,3	,273	,627	,857	,957	,989	,998	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1,4	,247	,592	,833	,946	,986	,997	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1
1,5	,223	,558	,809	,934	,981	,996	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1
1,6	,202	,525	,783	,921	,976	,994	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1
1,8	,165	,463	,731	,891	,964	,990	,997	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1
2,0	,135	,406	,677	,857	,947	,983	,995	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1
2,2	,111	,355	,623	,819	,928	,975	,993	,998	1,00	1	1	1	1	1	1	1
2,4	,091	,308	,570	,779	,904	,964	,988	,997	,999	1,00	1	1	1	1	1	1
2,6	,074	,267	,518	,736	,877	,951	,983	,995	,999	1,00	1	1	1	1	1	1
2,8	,061	,231	,469	,692	,848	,935	,976	,992	,998	,999	1,00	1	1	1	1	1
3,0	,050	,199	,423	,647	,815	,916	,966	,988	,996	,999	1,00	1	1	1	1	1
3,2	,041	,171	,380	,603	,781	,895	,955	,983	,994	,998	1,00	1	1	1	1	1
3,4	,033	,147	,340	,558	,744	,871	,942	,977	,992	,997	,999	1,00	1	1	1	1
3,6	,027	,126	,303	,515	,706	,844	,927	,969	,988	,996	,999	1,00	1	1	1	1
3,8	,022	,107	,269	,473	,668	,816	,909	,960	,984	,994	,998	,999	1,00	1	1	1
4,0	,018	,092	,238	,433	,629	,785	,889	,949	,979	,992	,997	,999	1,00	1	1	1
4,2	,015	,078	,210	,395	,590	,753	,867	,936	,972	,989	,996	,999	1,00	1	1	1
4,4	,012	,066	,185	,359	,551	,720	,844	,921	,964	,985	,994	,998	,999	1,00	1	1
4,6	,010	,056	,163	,326	,513	,686	,818	,905	,955	,980	,992	,997	,999	1,00	1	1
4,8	,008	,048	,143	,294	,476	,651	,791	,887	,944	,975	,990	,996	,999	1,00	1	1
5,0	,007	,040	,125	,265	,440	,616	,762	,867	,932	,968	,986	,995	,998	,999	1,00	1
5,2	,006	,034	,109	,238	,406	,581	,732	,845	,918	,960	,982	,993	,997	,999	1,00	1
5,4	,005	,029	,095	,213	,373	,546	,702	,822	,903	,951	,977	,990	,996	,999	1,00	1
5,6	,004	,024	,082	,191	,342	,512	,670	,797	,886	,941	,972	,988	,995	,998	,999	1,00
5,8	,003	,021	,072	,170	,313	,478	,638	,771	,867	,929	,965	,984	,993	,997	,999	1,00
6,0	,002	,017	,062	,151	,285	,446	,606	,744	,847	,916	,957	,980	,991	,996	,999	,999
6,5	,002	,011	,043	,112	,224	,369	,527	,673	,792	,877	,933	,966	,984	,993	,997	,999
7,0	,001	,007	,030	,082	,173	,301	,450	,599	,729	,830	,901	,947	,973	,987	,994	,998
7,5	,001	,005	,020	,059	,132	,241	,378	,525	,662	,776	,862	,921	,957	,978	,990	,995
8,0	,000	,003	,014	,042	,100	,191	,313	,453	,593	,717	,816	,888	,936	,966	,983	,992
8,5	,000	,002	,009	,030	,074	,150	,256	,386	,523	,653	,763	,849	,909	,949	,973	,986
9,0	,000	,001	,006	,021	,055	,116	,207	,324	,456	,587	,706	,803	,876	,926	,959	,978
9,5	,000	,001	,004	,015	,040	,089	,165	,269	,392	,522	,645	,752	,836	,898	,940	,967
10	0	,000	,003	,010	,029	,067	,130	,220	,333	,458	,583	,697	,792	,864	,917	,951
11	0	,000	,001	,005	,015	,038	,079	,143	,232	,341	,460	,579	,689	,781	,854	,907
12	0	,000	,001	,002	,008	,020	,046	,090	,155	,242	,347	,462	,576	,682	,772	,844
13	0	0	,000	,001	,004	,011	,026	,054	,100	,166	,252	,353	,463	,573	,675	,764
14	0	0	0	,000	,002	,006	,014	,032	,062	,109	,176	,260	,358	,464	,570	,669
15	0	0	0	0	,001	,003	,008	,018	,037	,070	,118	,185	,268	,363	,466	,568
16	0	0	0	0	,000	,001	,004	,010	,022	,043	,077	,127	,193	,275	,368	,467
17	0	0	0	0	,000	,001	,002	,005	,013	,026	,049	,085	,135	,201	,281	,371
18	0	0	0	0	0	,000	,001	,003	,007	,015	,030	,055	,092	,143	,208	,287
19	0	0	0	0	0	,000	,001	,002	,004	,009	,018	,035	,061	,098	,150	,215
20	0	0	0	0	0	0	,000	,001	,002	,005	,011	,021	,039	,066	,105	,157

Verdien  $P(X \leq k)$  er beregnet av Excel-funksjonen POISSON( $k$ ;forventningsverdi;1).

## E.3 Kumulativ standardnormalfordeling

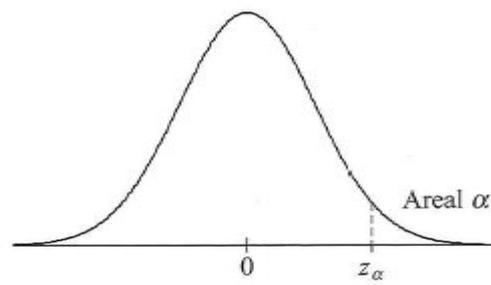
Tabellen viser Gauss-funksjonen  $G(z)$  for forskjellige valg av  $z$ .



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,00	,0013	,0013	,0013	,0012	,0012	,0011	,0011	,0011	,0010	,0010
-2,90	,0019	,0018	,0018	,0017	,0016	,0016	,0015	,0015	,0014	,0014
-2,80	,0026	,0025	,0024	,0023	,0023	,0022	,0021	,0021	,0020	,0019
-2,70	,0035	,0034	,0033	,0032	,0031	,0030	,0029	,0028	,0027	,0026
-2,60	,0047	,0045	,0044	,0043	,0041	,0040	,0039	,0038	,0037	,0036
-2,50	,0062	,0060	,0059	,0057	,0055	,0054	,0052	,0051	,0049	,0048
-2,40	,0082	,0080	,0078	,0075	,0073	,0071	,0069	,0068	,0066	,0064
-2,30	,0107	,0104	,0102	,0099	,0096	,0094	,0091	,0089	,0087	,0084
-2,20	,0139	,0136	,0132	,0129	,0125	,0122	,0119	,0116	,0113	,0110
-2,10	,0179	,0174	,0170	,0166	,0162	,0158	,0154	,0150	,0146	,0143
-2,00	,0228	,0222	,0217	,0212	,0207	,0202	,0197	,0192	,0188	,0183
-1,90	,0287	,0281	,0274	,0268	,0262	,0256	,0250	,0244	,0239	,0233
-1,80	,0359	,0351	,0344	,0336	,0329	,0322	,0314	,0307	,0301	,0294
-1,70	,0446	,0436	,0427	,0418	,0409	,0401	,0392	,0384	,0375	,0367
-1,60	,0548	,0537	,0526	,0516	,0505	,0495	,0485	,0475	,0465	,0455
-1,50	,0668	,0655	,0643	,0630	,0618	,0606	,0594	,0582	,0571	,0559
-1,40	,0808	,0793	,0778	,0764	,0749	,0735	,0721	,0708	,0694	,0681
-1,30	,0968	,0951	,0934	,0918	,0901	,0885	,0869	,0853	,0838	,0823
-1,20	,1151	,1131	,1112	,1093	,1075	,1056	,1038	,1020	,1003	,0985
-1,10	,1357	,1335	,1314	,1292	,1271	,1251	,1230	,1210	,1190	,1170
-1,00	,1587	,1562	,1539	,1515	,1492	,1469	,1446	,1423	,1401	,1379
-0,90	,1841	,1814	,1788	,1762	,1736	,1711	,1685	,1660	,1635	,1611
-0,80	,2119	,2090	,2061	,2033	,2005	,1977	,1949	,1922	,1894	,1867
-0,70	,2420	,2389	,2358	,2327	,2296	,2266	,2236	,2206	,2177	,2148
-0,60	,2743	,2709	,2676	,2643	,2611	,2578	,2546	,2514	,2483	,2451
-0,50	,3085	,3050	,3015	,2981	,2946	,2912	,2877	,2843	,2810	,2776
-0,40	,3446	,3409	,3372	,3336	,3300	,3264	,3228	,3192	,3156	,3121
-0,30	,3821	,3783	,3745	,3707	,3669	,3632	,3594	,3557	,3520	,3483
-0,20	,4207	,4168	,4129	,4090	,4052	,4013	,3974	,3936	,3897	,3859
-0,10	,4602	,4562	,4522	,4483	,4443	,4404	,4364	,4325	,4286	,4247
-0,00	,5000	,4960	,4920	,4880	,4840	,4801	,4761	,4721	,4681	,4641
0,00	,5000	,5040	,5080	,5120	,5160	,5199	,5239	,5279	,5319	,5359
0,10	,5398	,5438	,5478	,5517	,5557	,5596	,5636	,5675	,5714	,5753
0,20	,5793	,5832	,5871	,5910	,5948	,5987	,6026	,6064	,6103	,6141
0,30	,6179	,6217	,6255	,6293	,6331	,6368	,6406	,6443	,6480	,6517
0,40	,6554	,6591	,6628	,6664	,6700	,6736	,6772	,6808	,6844	,6879
0,50	,6915	,6950	,6985	,7019	,7054	,7088	,7123	,7157	,7190	,7224
0,60	,7257	,7291	,7324	,7357	,7389	,7422	,7454	,7486	,7517	,7549
0,70	,7580	,7611	,7642	,7673	,7704	,7734	,7764	,7794	,7823	,7852
0,80	,7881	,7910	,7939	,7967	,7995	,8023	,8051	,8078	,8106	,8133
0,90	,8159	,8186	,8212	,8238	,8264	,8289	,8315	,8340	,8365	,8389
1,00	,8413	,8438	,8461	,8485	,8508	,8531	,8554	,8577	,8599	,8621
1,10	,8643	,8665	,8686	,8708	,8729	,8749	,8770	,8790	,8810	,8830
1,20	,8849	,8869	,8888	,8907	,8925	,8944	,8962	,8980	,8997	,9015
1,30	,9032	,9049	,9066	,9082	,9099	,9115	,9131	,9147	,9162	,9177
1,40	,9192	,9207	,9222	,9236	,9251	,9265	,9279	,9292	,9306	,9319
1,50	,9332	,9345	,9357	,9370	,9382	,9394	,9406	,9418	,9429	,9441
1,60	,9452	,9463	,9474	,9484	,9495	,9505	,9515	,9525	,9535	,9545
1,70	,9554	,9564	,9573	,9582	,9591	,9599	,9608	,9616	,9625	,9633
1,80	,9641	,9649	,9656	,9664	,9671	,9678	,9686	,9693	,9699	,9706
1,90	,9713	,9719	,9726	,9732	,9738	,9744	,9750	,9756	,9761	,9767
2,00	,9772	,9778	,9783	,9788	,9793	,9798	,9803	,9808	,9812	,9817
2,10	,9821	,9826	,9830	,9834	,9838	,9842	,9846	,9850	,9854	,9857
2,20	,9861	,9864	,9868	,9871	,9875	,9878	,9881	,9884	,9887	,9890
2,30	,9893	,9896	,9898	,9901	,9904	,9906	,9909	,9911	,9913	,9916
2,40	,9918	,9920	,9922	,9925	,9927	,9929	,9931	,9932	,9934	,9936
2,50	,9938	,9940	,9941	,9943	,9945	,9946	,9948	,9949	,9951	,9952
2,60	,9953	,9955	,9956	,9957	,9959	,9960	,9961	,9962	,9963	,9964
2,70	,9965	,9966	,9967	,9968	,9969	,9970	,9971	,9972	,9973	,9974
2,80	,9974	,9975	,9976	,9977	,9977	,9978	,9979	,9979	,9980	,9981
2,90	,9981	,9982	,9982	,9983	,9984	,9984	,9985	,9985	,9986	,9986
3,00	,9987	,9987	,9987	,9988	,9988	,9989	,9989	,9989	,9990	,9990

Verdien til  $G(z)$  er beregnet med Excel-funksjonen  $NORMALFORDELING(z;0;1;1)$ .

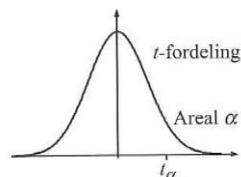
## E.4 Standardnormalfordelingens kvantiltabell



$\alpha$	$z_\alpha$
0.100	1.282
0.050	1.645
0.025	1.960
0.010	2.326
0.005	2.576
0.001	3.090

## E.5 $t$ -fordelingens kvantiltabell

Tabellen viser den kritiske verdien  $t_\alpha$  for forskjellige valg av nivået  $\alpha$ .

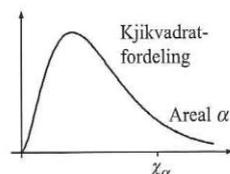


Antall frihetsgrader	Areal $\alpha$					
	0,25	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
1	1,000	3,078	6,314	12,706	31,821	63,656
2	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,689	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,687	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,686	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,686	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,685	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,685	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,684	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,684	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,684	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,683	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,683	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,683	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
31	0,682	1,309	1,696	2,040	2,453	2,744
32	0,682	1,309	1,694	2,037	2,449	2,738
33	0,682	1,308	1,692	2,035	2,445	2,733
34	0,682	1,307	1,691	2,032	2,441	2,728
35	0,682	1,306	1,690	2,030	2,438	2,724
40	0,681	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
45	0,680	1,301	1,679	2,014	2,412	2,690
50	0,679	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678
60	0,679	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
70	0,678	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648
80	0,678	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639
100	0,677	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626
1000	0,675	1,282	1,646	1,962	2,330	2,581
10000	0,675	1,282	1,645	1,960	2,327	2,576

Verdien  $t_{\alpha}$  er beregnet av Excel-funksjonen TINV(2\* $\alpha$ ; frihetsgrad).

## E.6 Kjikkvadratfordelingens kvantiltabell

Tabellen viser den kritiske verdien  $\chi_{\alpha}$  for forskjellige valg av nivået  $\alpha$ .



Antall frihetsgrader	Areal alfa						Areal alfa					
	0,998	0,995	0,990	0,975	0,950	0,900	0,100	0,050	0,025	0,010	0,005	0,002
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88	9,55
2	0,00	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60	12,43
3	0,04	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84	14,80
4	0,13	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86	16,92
5	0,28	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75	18,91
6	0,49	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55	20,79
7	0,74	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28	22,60
8	1,04	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95	24,35
9	1,37	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59	26,06
10	1,73	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19	27,72
11	2,13	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76	29,35
12	2,54	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30	30,96
13	2,98	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82	32,54
14	3,44	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32	34,09
15	3,92	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80	35,63
16	4,41	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27	37,15
17	4,92	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72	38,65
18	5,44	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16	40,14
19	5,97	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58	41,61
20	6,51	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00	43,07
21	7,07	8,03	8,90	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40	44,52
22	7,64	8,64	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80	45,96
23	8,21	9,26	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18	47,39
24	8,80	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56	48,81
25	9,39	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93	50,22
26	9,99	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29	51,63
27	10,60	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	49,65	53,02
28	11,21	12,46	13,56	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99	54,41
29	11,83	13,12	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34	55,79
30	12,46	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67	57,17
31	13,10	14,46	15,66	17,54	19,28	21,43	41,42	44,99	48,23	52,19	55,00	58,54
32	13,73	15,13	16,36	18,29	20,07	22,27	42,58	46,19	49,48	53,49	56,33	59,90
33	14,38	15,82	17,07	19,05	20,87	23,11	43,75	47,40	50,73	54,78	57,65	61,26
34	15,03	16,50	17,79	19,81	21,66	23,95	44,90	48,60	51,97	56,06	58,96	62,61
35	15,69	17,19	18,51	20,57	22,47	24,80	46,06	49,80	53,20	57,34	60,27	63,95
40	19,03	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77	70,62
45	22,48	24,31	25,90	28,37	30,61	33,35	57,51	61,66	65,41	69,96	73,17	77,18
50	26,01	27,99	29,71	32,36	34,76	37,69	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49	83,66
60	33,27	35,53	37,48	40,48	43,19	46,46	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95	96,40
70	40,75	43,28	45,44	48,76	51,74	55,33	85,53	90,53	95,02	100,43	104,21	108,93
80	48,40	51,17	53,54	57,15	60,39	64,28	96,58	101,88	106,63	112,33	116,32	121,28
100	64,11	67,33	70,06	74,22	77,93	82,36	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17	145,58

Tabellverdiene er beregnet med Excel-funksjonen INVERS.KJI.FORDELING(alfa;frihetsgrad).

For et høyere antall frihetsgrader ( $n$ ) kan du benytte formelen  $\chi_{\alpha} = n + z_{\alpha}\sqrt{2n}$ , der  $z_{\alpha}$  er den tilsvarende kritiske verdien for normalfordelingen (se tabell E.4).