

# EKSAMEN

<b>Emnekode:</b> ITD15013	<b>Emnenavn:</b> Matematikk 1 – andre deleksamen
<b>Dato:</b> 5. januar 2018	<b>Eksamenstid:</b> 09.00 – 12.00
<b>Hjelpemidler:</b> - To A4-ark med valgfritt innhold på begge sider. - Formelhefte. - Kalkulator som deles ut samtidig med oppgaven.	<b>Faglærer:</b> Christian F Heide
<b>Om eksamensoppgaven og poengberegning:</b>  Oppgavesettet består av 6 sider inklusiv denne forsiden og to vedlegg. Kontroller at oppgavesettet er komplett.  Oppgavesettet består av 10 oppgaver. Ved sensur vil alle oppgaver telle like mye.  Husk å vise utregninger og hvordan du kommer fram til svarene.	
<b>Sensurfrist:</b>  26. januar 2018  Karakterene er tilgjengelige for studenter på Studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. <a href="http://www.hiof.no/studentweb">www.hiof.no/studentweb</a>	

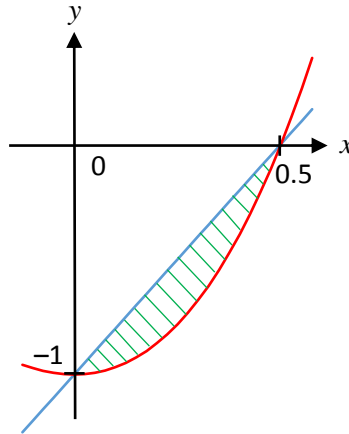


### Oppgave 1

Det skraverte området på figuren under, er avgrenset av grafene til funksjonene

$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$  og  $g(x) = 2x - 1$ . Grafene skjærer hverandre i punktene  $(0, -1)$  og  $(0.5, 0)$ .

Finn arealet av det skraverte området.



### Oppgave 2

Området under grafen til funksjonen  $f(x) = \sqrt{1+x^2}$  mellom  $x = 0$  og  $x = 1$  roteres om y-aksen. Finn volumet til det omdreiningslegemet som da fremkommer.

### Oppgave 3

Benytt Simpsons metode med 6 delintervaller (altså  $n = 3$ ) til å beregne følgende integral:

$$\int_0^{0.6} \cos(x^2) dx$$

### Oppgave 4

En lineærtransformasjon  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  er gitt ved matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Noen vektorer i  $\mathbb{R}^2$  har den egenskap at de ikke endrer retning ved en transformasjon med lineærtransformasjonen  $T$ . Finn disse vektorene.

### Oppgave 5

Gitt følgende matrise:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & -5 & 3 \end{bmatrix}$$

- a) Anta at  $A$  er koeffisientmatrisen til ligningssystemet  $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ . Løs dette ligningssystemet.
- b) Finn en basis for kolonnerommet til  $A$  og en basis for nullrommet til  $A$ .

### Oppgave 6

Løs differensialligningen

$$y'' - 4y' + 3y = 2e^{3x}$$

med grensebetingelsene  $y(0) = 7$  og  $y'(0) = 11$ .

### Oppgave 7

Løs initialverdiproblemet

$$y' - (\cos x)y = \cos x \quad y(0) = 0$$

### Oppgave 8

Benytt Eulers metode med skritt lengde 0.25 til å finne en numerisk løsning av følgende differensialligning på intervallet  $[0, 1]$ :

$$y' + y = x$$

Benytt punktet  $(0, 0)$  som startpunkt.

### Oppgave 9

La  $A = \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$  og  $B = \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} \right\}$  være to basiser for det euklidske rommet  $\mathbb{R}^2$ .

- a) For at to vektorer skal være en basis for  $\mathbb{R}^2$  må de være lineært uavhengige. Vis at vektorene i basis  $A$  oppfyller dette kravet.
- b) Finn koordinatskiftematriksen fra  $A$  til  $B$ .

### Oppgave 10

Bruk laplacetransformasjonen til å løse følgende initialverdiproblem:

$$y'' + 2y' + y = 3\delta(t), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$$

hvor  $\delta(t)$  er Diracs deltafunksjon.

## Vedlegg 1: Laplacetransformasjonen – formelliste

Definisjon av laplacetransformasjonen:  $Y(s) = \mathcal{L}(y(t)) = \int_0^{\infty} y(t) e^{-st} dt$

$y(t)$	$Y(s) = \mathcal{L}(y(t))$	Konvergensområde/ kommentar
1	$\frac{1}{s}$	$s > 0$
$t^n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$s > 0$
$e^{at}$	$\frac{1}{s-a}$	$s > a$
$t^n e^{at} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$	$s > a$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$s > 0$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$s > 0$
$e^{at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s-a)^2 + \omega^2}$	$s > a$
$e^{at} \cos \omega t$	$\frac{s-a}{(s-a)^2 + \omega^2}$	$s > a$
$y(t) e^{at}$	$Y(s-a)$	
$u(t-a)$	$\frac{1}{s} e^{-as}$	Enhetsprang
$y(t-a) u(t-a)$	$e^{-as} Y(s)$	
$\delta(t-a)$	$e^{-as}$	Enhetspuls (Diracs delta)

### Derivasjon og integrasjon:

$$\mathcal{L}(y'(t)) = sY - y(0)$$

$$\mathcal{L}(y''(t)) = s^2Y - sy(0) - y'(0)$$

$$\mathcal{L}\left(\int_0^t y(u) du\right) = \frac{1}{s} Y$$

## Vedlegg 2: Eksakte trigonometriske verdier for noen vinkler

