Høgskolen i Østfold

EKSAMEN

Emnekode:	Emnenavn:
ITD15013	Matematikk 1 – første deleksamen
Dato: 13. desember 2017	**Eksamenstid:** 09.00 – 12.00
Hjelpemidler: • To A4-ark med valgfritt innhold på begge sider. • Formelhefte. • Kalkulator som deles ut samtidig med oppgaven.	**Faglærer:** Christian F Heide

Om eksamensoppgaven og poengberegning:

Oppgavesettet består av 6 sider inklusiv denne forsiden og et vedlegg på én side. Kontroller at oppgavesettet er komplett.

Oppgavesettet består av 11 oppgaver. Ved sensur vil alle oppgaver telle like mye.

Der det er mulig skal du:

- vise utregninger og hvordan du kommer fram til svarene
- begrunne dine svar

Sensurfrist: 11. januar 2018

Karakterene er tilgjengelige for studenter på Studentweb www.hiof.no/studentweb

Oppgave 1
Gitt to komplekse tall

$$z = 2e^{i\frac{\pi}{3}} \quad \text{og} \quad w = 3e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

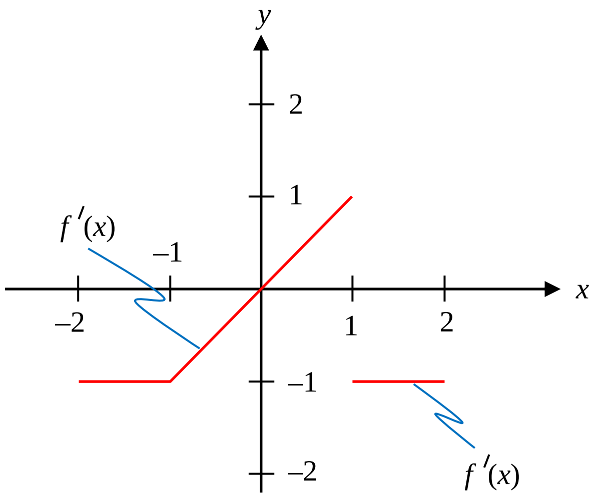
a) Hva er realdelen og imaginærdelen til tallet *z*?

b) Finn $z \cdot w$. Skriv svaret på eksponentialform.

Oppgave 2
Avgjør om funksjonen *f*(*x*) er kontinuerlig for *x* = 2 når den er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & for \quad x \geq 2 \\ 2x+4 & for \quad x < 2 \end{cases}$$

Oppgave 3
Gitt en kontinuerlig funksjon $f(x)$ som er definert på intervallet $D_f = [-2, 2]$. Funksjonen er ukjent, men vi kjenner grafen til funksjonens deriverte, altså grafen til $f'(x)$. Denne grafen er vist i figuren nedenfor.



a) Lag en skisse av funksjonen $f(x)$ basert på figuren over. Anta at $f(-2) = 0$.

b) Lag en skisse av den andrederiverte $f''(x)$.

Oppgave 4
Bestem følgende grenseverdi dersom den eksisterer:

$$\lim_{x \to 1} \frac{1 - \cos(1 - x^2)}{x^2 - 2x + 1}$$

Oppgave 5
En trigonometrisk funksjon som ikke brukes så ofte, er *cotangens*. Den er definert ved

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} \qquad \sin x \neq 0$$

a) Bruk definisjonen gitt over til å vise at den deriverte av cot x er

$$(\cot x)' = -1 - \cot^2 x$$

b) Den inverse funksjonen til cotangens, kalles *arcuscotangens* og skrives $arc\cot x$ (eller $\cot^{-1} x$).

Det er kjent at dersom en funksjon $y = f(x)$ har en invers funksjon, $x = f^{-1}(y)$, vil den deriverte av den inverse funksjonen være lik den inverse av den deriverte av funksjonen, altså at

$$\frac{df^{-1}(y)}{dy} = \frac{1}{\frac{df(x)}{dx}}$$

Bruk dette sammen med resultatet i spørsmål a) til å finne den deriverte av $arc\cot x$.

Oppgave 6
Gitt ligningen

$$4\sin(3x) = x$$

a) Benytt skjæringssetningen til å vise at denne ligningen har minst én løsning i intervallet [0.5, 1].

b) Det kan vises at ligningen har nøyaktig én løsning i intervallet [0.5, 1].

Benytt Newtons metode med to iterasjoner til å finne en tilnærmet verdi for denne løsningen. Benytt startverdien $x_0 = 1$.

Oppgave 7
En kurve i planet er definert ved følgende ligning:

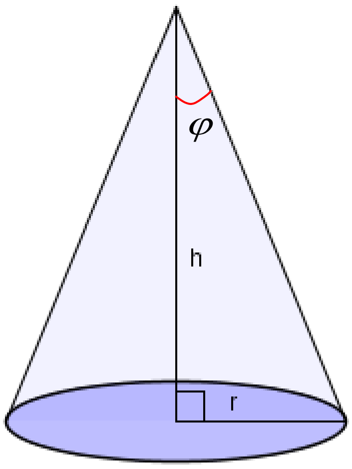
$$2xy + \sin y = 2\pi$$

a) Vis at punktet $(1, \pi)$ ligger på kurven.

b) Finn ligningen for tangenten til kurven i dette punktet.

Oppgave 8
Det kan vises at en rett, sirkulær kjegle med høyde *h* og vinkel φ mellom aksen og sidekanten (se figur) har volumet

$$V(h, \varphi) = \frac{\pi}{3} h^3 \tan^2 \varphi$$



a) Finn $V_h = \dfrac{\partial V}{\partial h}$ og $V_\varphi = \dfrac{\partial V}{\partial \varphi}$, altså de partiellderiverte av volumfunksjonen med hensyn på henholdsvis *h* og φ.

b) For å beregne volumet til en slik kjegle, måler du høyden. Du finner at høyden er 2 m, men klarer ikke å måle den helt nøyaktig. Du estimerer unøyaktigheten i denne målingen til $\Delta h = 0.1$ m. Videre måler du vinkelen og finner $\varphi = \dfrac{\pi}{4}$, og estimerer unøyaktigheten i denne målingen til $\Delta\varphi = 0.05$ radianer.

Bruk lineær approksimasjon til å finne en tilnærmet verdi for den feilen du kan få i volumet, ΔV, på grunn av unøyaktighetene i målingene.

Oppgave 9
Løs følgende integral:

$$\int \left(2x^3 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + \sin x - e^x \right) dx$$

Oppgave 10
Løs følgende integral:

$$\int (1-x^2)e^x \; dx$$

Oppgave 11
Løs følgende integral:

$$\int \frac{1}{x^2-4x+13} \, dx$$

Vedlegg: Eksakte trigonometriske verdier for noen vinkler