

EKSAMEN

Emnekode: ITD20106	Emnenavn: Statistikk og økonomi
Dato: 2. mai 2017	Eksamenstid: 09.00 – 13.00
Hjelpemidler: - Alle trykte og skrevne. - Kalkulator som deles ut samtidig med oppgaven.	Faglærer: Christian F Heide
Om eksamensoppgaven og poengberegning: <p>Oppgavesettet består av 12 sider inklusiv denne forsiden og seks sider vedlegg. Kontroller at oppgavesettet er komplett.</p> <p>Oppgavesettet består av 8 oppgaver med i alt 18 deloppgaver. Det er i oppgavesettet angitt hvor mye hver oppgave teller ved sensuren.</p> <p>Der det er mulig skal du:</p> <ul style="list-style-type: none">• vise utregninger og hvordan du kommer fram til svarene• begrunne dine svar, selv om dette ikke er eksplisitt sagt i hvert spørsmål <p>Om noe er uklart eller mangelfullt i oppgaven, gjør selv de nødvendige forutsetninger.</p>	
Sensurfrist: 26. mai 2017 <p>Karakterene er tilgjengelige for studenter på Studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. www.hiof.no/studentweb</p>	



Oppgave 1 (15 %)

Sølvsミア AS er en produksjonsbedrift i gull- og sølvvarebransjen. I november 2016 starter bedriften med budsjettarbeider for 2017. Regnskapet for 2016 er ikke ferdig, men økonomisjefen mener at regnskapet ikke vil avvike vesentlig fra budsjettet. Resultatbudsjettet for 2016 ser slik ut:

Salgsinntekt	26 700 000
Annen driftsinntekt	852 000
Sum driftsinntekter	27 552 000
Vareforbruk	8 758 000
Lønns-og personalkostnader	9 358 000
Avskrivninger	458 000
Annen driftskostnad	7 897 000
Sum driftskostnader	26 471 000
Driftsresultat	1 081 000
Renteinntekt	130 000
Rentekostnad	-876 000
Resultat før skattekostnad	335 000
Skattekostnad	-90 000
Årsresultat	245 000

Ledelsen i Sølvsミア AS er optimistisk og tror på et høyere salg i tiden fremover. De tror at omsetningen vil øke med 5% i 2017, og at de fleste kostnadene vil øke tilsvarende. Lønninger og personalkostnader kommer trolig til å øke med 6%. Bedriften budsjetterer med en nedgang i rentenivået på ca. 10%. Avskrivningene blir uendret. Annen driftsinntekt antar de blir redusert til kr. 330 000.

Sett opp resultatbudsjettet for 2017. Du kan ta egne forutsetninger der du mener det er nødvendig. Egne forutsetninger skal begrunnes.

Foreta en vurdering av resultatbudsjettet for 2017, og foreslå tiltak hvis du mener det er nødvendig.

Oppgave 2 (15 %)

Høknes stolmontering har en kapasitet på 70 stoler per uke. Bedriften har funnet denne sammenhengen mellom produksjon og variable kostnader:

Mengde	10	20	30	40	50	60	70
Variable kostnader	4 200	7 200	9 600	12 000	15 000	22 800	32 200

De faste kostnadene er driftsuavhengige og utgjør kr 24 000 per uke.

- a) Lag en kostnadstabell hvor du blant annet finner sum enhetskostnader, variable enhetskostnader og faste enhetskostnader.
- b) Fremstill de tre enhetskostnadene grafisk.

Høknes stolmontering har hittil fremstilt stolene mer eller mindre manuelt. Gå ut fra at bedriften vurderer å kjøpe en avansert maskin som helt endrer fremstillingsprosessen. Den daglige lederen i bedriften er gift med en lærer i bedriftsøkonomi. Læreren ber studentene drøfte hvilke konsekvenser overgang til en slik maskin vil få for bedriften. Et sammendrag av påstandene til studentene er gitt nedenfor.

- c) Du skal kommentere hver påstand. Det bør fremgå om du mener påstanden er rett eller gal. Gi begrunnelse og presiser hvilke forutsetninger du eventuelt bygger svaret ditt på.
 1. Det blir færre arbeidsplasser i bedriften.
 2. De faste kostnadene går ned, og de variable øker.
 3. Det faste kostanden stiger, og de variable går ned.
 4. Kapasiteten øker slik at bedriften kan fremstille langt flere stoler.
 5. Bedriften blir mer sårbar dersom etterspørselen etter stolene blir mindre.

Oppgave 3 (15 %)

Et kaffebrenneri benytter en maskin som fyller kaffe i poser. Hver pose skal inneholde en kvart kilo (250 g) kaffe. Mengden kaffe som fylles i hver pose kan oppfattes som uavhengig og normalfordelt. Man vet at standardavviket for fyllingsmaskinen er $\sigma = 9$ g.

I det siste har det kommet klager fra brenneriets kunder på at kaffeposene inneholder for lite kaffe, altså mindre 250 g.

For å sjekke om det er hold i disse påstandene, plukker man tilfeldig ut 10 poser kaffe og veier disse. Vekten for disse kaffeposene er som følger:

242, 245, 240, 249, 239, 250, 241, 242, 262, 241

- a) Sett opp hypoteser, og utfør en hypotesetest for å undersøke om vekten på de ti utplukkede kaffeposene gir grunnlag for å hevde at forventet vekt på kaffeposene er lavere enn 250 g. Benytt et signifikansnivå på $\alpha = 0.05$.
- b) Beregn testens p -verdi.

Bedriften går til anskaffelse av en ny maskin for å fylle kaffe i posene. Man kjenner ikke standardavviket for denne nye maskinen. Det gjøres nå nye stikkprøver hvor det velges ut tre poser kaffe som veies. Resultatet er:

240, 241, 254

- c) Utfør nå en ny hypotesetest for å undersøke om det er grunnlag for å hevde at den nye fyllingsmaskinen fyller poser hvor forventningsverdien til kaffemengden er mindre enn 250 g. Benytt også denne gangen et signifikansnivå på 0.05.

Oppgave 4 (10 %)

I en urne er det 3 røde og 4 grønne kuler som er helt like bortsett fra fargen.

Vi trekker tilfeldig tre kuler uten tilbakelegging. La den stokastiske variabelen X være antall røde kuler i trekningen.

- a) Finn $P(X = 2)$ og $P(X \leq 2)$.
- b) Finn forventningsverdi og standardavvik for X .

Oppgave 5 (10 %)

En turist fra England besøker Frankrike. Turisten oppdager at veldig få franskmenn snakker engelsk. Imidlertid er han ved Eiffeltårnet hvor det i tillegg til mange franskmenn også er mange utenlandske turister, og mange av disse snakker engelsk.

Anta følgende:

- 25 % av franskmenn snakker engelsk.
 - 70 % av personene turisten møter ved Eiffeltårnet er utenlandske turister.
 - 85 % av de utenlandske turistene snakker engelsk.
- a) Finn sannsynligheten for at en tilfeldig person som den engelske turisten møter ved Eiffeltårnet snakker engelsk.
- b) Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig person som den engelske turisten møter ved Eiffeltårnet er fransk, gitt at denne personen snakker engelsk?

Oppgave 6 (10 %)

Ingen operasjoner er uten risiko. Det er imidlertid mistanke om at en hjertekirurg gjør oftere feil enn det som er akseptabelt ved bytte av hjerteklaff. Verdens helseorganisasjon oppgir at man må akseptere at 7 % av slike operasjoner slår feil på en eller annen måte (dette tallet har jeg bare funnet på, og enhver likhet med virkeligheten er nokså tilfeldig).

Fylkeslegen innhenter informasjon om den aktuelle legens hjerteklaffoperasjoner, og finner at det i løpet av 149 operasjoner var 16 som gikk galt, altså over 10 %.

Vi gjør den forenklete antagelsen at antall operasjoner som går galt er binomisk fordelt.

- a) Begrunn at vi kan benytte normalfordelingen i dette tilfellet selv om vi i utgangspunktet har en binomisk fordeling. Gjennomfør så en hypotesetest for å undersøke om tallmaterialet gir grunnlag for å hevde at legens feilandel overskrider 7 %. Benytt et signifikansnivå på 0.05.
- b) Forklar begrepene type I-feil og type II-feil med utgangspunkt i denne hypotesetesten. Forklar hvorfor og for hvilke parter det er viktig at sannsynlighetene for å gjøre disse to typene av feil er små, og forklar hvordan vi kan redusere sannsynlighetene for de to feiltypene.

Oppgave 7 (10 %)

På et hogstfelt settes det opp barkbillefeller. Antall barkbiller som fanges i en felle er poissonfordelt med $\lambda = 4.4$ per time.

- Hva er sannsynligheten for at en felle inneholder mer enn fem barkbiller etter en time?
- En felle tømmes. Hva er sannsynligheten for at det kommer enten 2 eller 3 barkbiller i fella i løpet av det første kvarteret etter at den er tømt?

Oppgave 8 (15 %)

Sirisser er gresshoppelignende insekter som «synger» ved å gni vingene mot hverandre. Det har vært gjort undersøkelser om hvorvidt det finnes en sammenheng mellom temperatur og hvor ofte sirissene gir fra seg et «gniss». Fra boken «The song of insects» av George W. Pierce (Harvard University Press, 1948) kan vi hente følgende data angående dette for en bestemt siriss-art:

Antall gniss pr. minutt (x)	882	1104	1200	1032
Temperatur i °C (Y)	20.9	29.1	31.4	28.1

Følgende er utregnet for dette datasettet:

$$\bar{x} = 1054.5$$

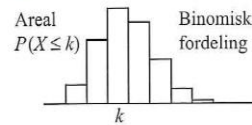
$$\bar{y} = 27.4$$

x_i	y_i	$(x_i - \bar{x})$	$(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
882	20.9	-172.5	-6.5	1121.25	29756.25	42.25
1104	29.1	49.5	1.7	84.15	2450.25	2.89
1200	31.4	145.5	4.0	582.00	21170.25	16.00
1032	28.1	-22.5	0.7	-15.75	506.25	0.49

- Finn regresjonslinjen $Y = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$ som best beskriver den lineære sammenhengen mellom x og Y basert på de foreliggende data.
- Finn et 95 % konfidensintervall for forventningsverdien til temperaturen når antall gniss pr minutt er 1000. Som en hjelp i utregningen får du opplyst at standardfeilen til residualene er $S = 1.30$ og at $SE(\hat{\beta}) = 0.0056$.

E.1 Kumulativ binomisk sannsynlighet

Tabellen viser $P(X \leq k)$ for forskjellige valg av k og parameterne n og p .

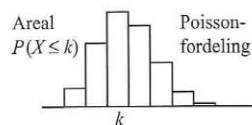


	k	Sannsynlighet p													
		0,01	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,99	
n=2	0	,980	,903	,810	,640	,490	,360	,250	,160	,090	,040	,010	,003	,000	
	1	1,000	,998	,990	,960	,910	,840	,750	,640	,510	,360	,190	,098	,020	
n=3	0	,970	,857	,729	,512	,343	,216	,125	,064	,027	,008	,001	,000	,000	
	1	1,000	,993	,972	,896	,784	,648	,500	,352	,216	,104	,028	,007	,000	
	2	1,000	1,000	,999	,992	,973	,936	,875	,784	,657	,488	,271	,143	,030	
n=4	0	,961	,815	,656	,410	,240	,130	,063	,026	,008	,002	,000	,000	,000	
	1	,999	,986	,948	,819	,652	,475	,313	,179	,084	,027	,004	,000	,000	
	2	1,000	1,000	,996	,973	,916	,821	,688	,525	,348	,181	,052	,014	,001	
	3	1,000	1,000	1,000	,998	,992	,974	,938	,870	,760	,590	,344	,185	,039	
n=5	0	,951	,774	,590	,328	,168	,078	,031	,010	,002	,000	,000	,000	,000	
	1	,999	,977	,919	,737	,528	,337	,188	,087	,031	,007	,000	,000	,000	
	2	1,000	,999	,991	,942	,837	,683	,500	,317	,163	,058	,009	,001	,000	
	3	1,000	1,000	1,000	,993	,969	,913	,813	,663	,472	,263	,081	,023	,001	
	4	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,990	,969	,922	,832	,672	,410	,226	,049	
n=6	0	,941	,735	,531	,262	,118	,047	,016	,004	,001	,000	,000	,000	,000	
	1	,999	,967	,886	,655	,420	,233	,109	,041	,011	,002	,000	,000	,000	
	2	1,000	,998	,984	,901	,744	,544	,344	,179	,070	,017	,001	,000	,000	
	3	1,000	1,000	,999	,983	,930	,821	,656	,456	,256	,099	,016	,002	,000	
	4	1,000	1,000	1,000	,998	,989	,959	,891	,767	,580	,345	,114	,033	,001	
	5	1,000	1,000	1,000	1,000	,999	,996	,984	,953	,882	,738	,469	,265	,059	
n=7	0	,932	,698	,478	,210	,082	,028	,008	,002	,000	,000	,000	,000	,000	
	1	,998	,956	,850	,577	,329	,159	,063	,019	,004	,000	,000	,000	,000	
	2	1,000	,996	,974	,852	,647	,420	,227	,096	,029	,005	,000	,000	,000	
	3	1,000	1,000	,997	,967	,874	,710	,500	,290	,126	,033	,003	,000	,000	
	4	1,000	1,000	1,000	,995	,971	,904	,773	,580	,353	,148	,026	,004	,000	
	5	1,000	1,000	1,000	1,000	,996	,981	,938	,841	,671	,423	,150	,044	,002	
	6	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,992	,972	,918	,790	,522	,302	,068	
n=8	0	,923	,663	,430	,168	,058	,017	,004	,001	,000	,000	,000	,000	,000	
	1	,997	,943	,813	,503	,255	,106	,035	,009	,001	,000	,000	,000	,000	
	2	1,000	,994	,962	,797	,552	,315	,145	,050	,011	,001	,000	,000	,000	
	3	1,000	1,000	,995	,944	,806	,594	,363	,174	,058	,010	,000	,000	,000	
	4	1,000	1,000	1,000	,990	,942	,826	,637	,406	,194	,056	,005	,000	,000	
	5	1,000	1,000	1,000	,999	,989	,950	,855	,685	,448	,203	,038	,006	,000	
	6	1,000	1,000	1,000	1,000	,999	,991	,965	,894	,745	,497	,187	,057	,003	
	7	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,999	,996	,983	,942	,832	,570	,337	,077	
n=9	0	,914	,630	,387	,134	,040	,010	,002	,000	,000	,000	,000	,000	,000	
	1	,997	,929	,775	,436	,196	,071	,020	,004	,000	,000	,000	,000	,000	
	2	1,000	,992	,947	,738	,463	,232	,090	,025	,004	,000	,000	,000	,000	
	3	1,000	,999	,992	,914	,730	,483	,254	,099	,025	,003	,000	,000	,000	
	4	1,000	1,000	,999	,980	,901	,733	,500	,267	,099	,020	,001	,000	,000	
	5	1,000	1,000	1,000	,997	,975	,901	,746	,517	,270	,086	,008	,001	,000	
	6	1,000	1,000	1,000	1,000	,996	,975	,910	,768	,537	,262	,053	,008	,000	
	7	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,996	,980	,929	,804	,564	,225	,071	,003	
	8	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,990	,960	,866	,613	,370	,086	
n=10	0	,904	,599	,349	,107	,028	,006	,001	,000	,000	,000	,000	,000	,000	
	1	,996	,914	,736	,376	,149	,046	,011	,002	,000	,000	,000	,000	,000	
	2	1,000	,988	,930	,678	,383	,167	,055	,012	,002	,000	,000	,000	,000	
	3	1,000	,999	,987	,879	,650	,382	,172	,055	,011	,001	,000	,000	,000	
	4	1,000	1,000	,998	,967	,850	,633	,377	,166	,047	,006	,000	,000	,000	
	5	1,000	1,000	1,000	,994	,953	,834	,623	,367	,150	,033	,002	,000	,000	
	6	1,000	1,000	1,000	,999	,989	,945	,828	,618	,350	,121	,013	,001	,000	
	7	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,988	,945	,833	,617	,322	,070	,012	,000	
	8	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,998	,989	,954	,851	,624	,264	,086	,004	
	9	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	,999	,994	,972	,893	,651	,401	,096	

Verdien $P(X \leq k)$ er beregnet av Excel-funksjonen BINOM.FORDELING(k;n;p;1).

E.2 Kumulativ poissonfordeling

Tabellen viser $P(X \leq k)$ for forskjellige valg av k og forventningsverdien λt .

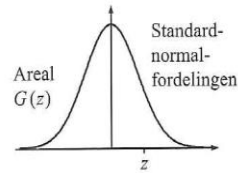


Forventningsverdi	Grenseverdi k															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0,02	,980	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,05	,951	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,10	,905	,995	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,15	,861	,990	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,20	,819	,982	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,25	,779	,974	,998	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,30	,741	,963	,996	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,35	,705	,951	,994	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,40	,670	,938	,992	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,45	,638	,925	,989	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,50	,607	,910	,986	,998	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,60	,549	,878	,977	,997	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,70	,497	,844	,966	,994	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,80	,449	,809	,953	,991	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0,90	,407	,772	,937	,987	,998	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1,0	,368	,736	,920	,981	,996	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1,1	,333	,699	,900	,974	,995	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1,2	,301	,663	,879	,966	,992	,998	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1,3	,273	,627	,857	,957	,989	,998	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1,4	,247	,592	,833	,946	,986	,997	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1
1,5	,223	,558	,809	,934	,981	,996	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1
1,6	,202	,525	,783	,921	,976	,994	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1	1
1,8	,165	,463	,731	,891	,964	,990	,997	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1
2,0	,135	,406	,677	,857	,947	,983	,995	,999	1,00	1	1	1	1	1	1	1
2,2	,111	,355	,623	,819	,928	,975	,993	,998	1,00	1	1	1	1	1	1	1
2,4	,091	,308	,570	,779	,904	,964	,988	,997	,999	1,00	1	1	1	1	1	1
2,6	,074	,267	,518	,736	,877	,951	,983	,995	,999	1,00	1	1	1	1	1	1
2,8	,061	,231	,469	,692	,848	,935	,976	,992	,998	,999	1,00	1	1	1	1	1
3,0	,050	,199	,423	,647	,815	,916	,966	,988	,996	,999	1,00	1	1	1	1	1
3,2	,041	,171	,380	,603	,781	,895	,955	,983	,994	,998	1,00	1	1	1	1	1
3,4	,033	,147	,340	,558	,744	,871	,942	,977	,992	,997	,999	1,00	1	1	1	1
3,6	,027	,126	,303	,515	,706	,844	,927	,969	,988	,996	,999	1,00	1	1	1	1
3,8	,022	,107	,269	,473	,668	,816	,909	,960	,984	,994	,998	,999	1,00	1	1	1
4,0	,018	,092	,238	,433	,629	,785	,889	,949	,979	,992	,997	,999	1,00	1	1	1
4,2	,015	,078	,210	,395	,590	,753	,867	,936	,972	,989	,996	,999	1,00	1	1	1
4,4	,012	,066	,185	,359	,551	,720	,844	,921	,964	,985	,994	,998	,999	1,00	1	1
4,6	,010	,056	,163	,326	,513	,686	,818	,905	,955	,980	,992	,997	,999	1,00	1	1
4,8	,008	,048	,143	,294	,476	,651	,791	,887	,944	,975	,990	,996	,999	1,00	1	1
5,0	,007	,040	,125	,265	,440	,616	,762	,867	,932	,968	,986	,995	,998	,999	1,00	1
5,2	,006	,034	,109	,238	,406	,581	,732	,845	,918	,960	,982	,993	,997	,999	1,00	1
5,4	,005	,029	,095	,213	,373	,546	,702	,822	,903	,951	,977	,990	,996	,999	1,00	1
5,6	,004	,024	,082	,191	,342	,512	,670	,797	,886	,941	,972	,988	,995	,998	,999	1,00
5,8	,003	,021	,072	,170	,313	,478	,638	,771	,867	,929	,965	,984	,993	,997	,999	1,00
6,0	,002	,017	,062	,151	,285	,446	,606	,744	,847	,916	,957	,980	,991	,996	,999	,999
6,5	,002	,011	,043	,112	,224	,369	,527	,673	,792	,877	,933	,966	,984	,993	,997	,999
7,0	,001	,007	,030	,082	,173	,301	,450	,599	,729	,830	,901	,947	,973	,987	,994	,998
7,5	,001	,005	,020	,059	,132	,241	,378	,525	,662	,776	,862	,921	,957	,978	,990	,995
8,0	,000	,003	,014	,042	,100	,191	,313	,453	,593	,717	,816	,888	,936	,966	,983	,992
8,5	,000	,002	,009	,030	,074	,150	,256	,386	,523	,653	,763	,849	,909	,949	,973	,986
9,0	,000	,001	,006	,021	,055	,116	,207	,324	,456	,587	,706	,803	,876	,926	,959	,978
9,5	,000	,001	,004	,015	,040	,089	,165	,269	,392	,522	,645	,752	,836	,898	,940	,967
10	0	,000	,003	,010	,029	,067	,130	,220	,333	,458	,583	,697	,792	,864	,917	,951
11	0	,000	,001	,005	,015	,038	,079	,143	,232	,341	,460	,579	,689	,781	,854	,907
12	0	,000	,001	,002	,008	,020	,046	,090	,155	,242	,347	,462	,576	,682	,772	,844
13	0	0	,000	,001	,004	,011	,026	,054	,100	,166	,252	,353	,463	,573	,675	,764
14	0	0	0	,000	,002	,006	,014	,032	,062	,109	,176	,260	,358	,464	,570	,669
15	0	0	0	0	,001	,003	,008	,018	,037	,070	,118	,185	,268	,363	,466	,568
16	0	0	0	0	,000	,001	,004	,010	,022	,043	,077	,127	,193	,275	,368	,467
17	0	0	0	0	,000	,001	,002	,005	,013	,026	,049	,085	,135	,201	,281	,371
18	0	0	0	0	0	,000	,001	,003	,007	,015	,030	,055	,092	,143	,208	,287
19	0	0	0	0	0	,000	,001	,002	,004	,009	,018	,035	,061	,098	,150	,215
20	0	0	0	0	0	0	,000	,001	,002	,005	,011	,021	,039	,066	,105	,157

Verdien $P(X \leq k)$ er beregnet av Excell-unksjonen POISSON(k;forventningsverdi;1).

E.3 Kumulativ standardnormalfordeling

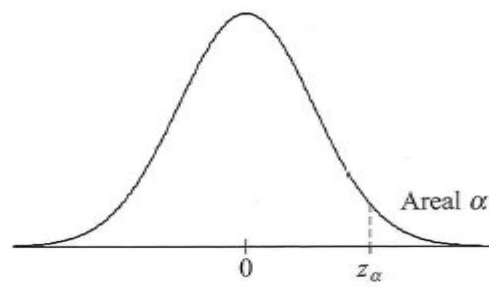
Tabellen viser Gauss-funksjonen $G(z)$ for forskjellige valg av z .



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-3,00	,0013	,0013	,0013	,0012	,0012	,0011	,0011	,0011	,0010	,0010
-2,90	,0019	,0018	,0018	,0017	,0016	,0016	,0015	,0015	,0014	,0014
-2,80	,0026	,0025	,0024	,0023	,0023	,0022	,0021	,0021	,0020	,0019
-2,70	,0035	,0034	,0033	,0032	,0031	,0030	,0029	,0028	,0027	,0026
-2,60	,0047	,0045	,0044	,0043	,0041	,0040	,0039	,0038	,0037	,0036
-2,50	,0062	,0060	,0059	,0057	,0055	,0054	,0052	,0051	,0049	,0048
-2,40	,0082	,0080	,0078	,0075	,0073	,0071	,0069	,0068	,0066	,0064
-2,30	,0107	,0104	,0102	,0099	,0096	,0094	,0091	,0089	,0087	,0084
-2,20	,0139	,0136	,0132	,0129	,0125	,0122	,0119	,0116	,0113	,0110
-2,10	,0179	,0174	,0170	,0166	,0162	,0158	,0154	,0150	,0146	,0143
-2,00	,0228	,0222	,0217	,0212	,0207	,0202	,0197	,0192	,0188	,0183
-1,90	,0287	,0281	,0274	,0268	,0262	,0256	,0250	,0244	,0239	,0233
-1,80	,0359	,0351	,0344	,0336	,0329	,0322	,0314	,0307	,0301	,0294
-1,70	,0446	,0436	,0427	,0418	,0409	,0401	,0392	,0384	,0375	,0367
-1,60	,0548	,0537	,0526	,0516	,0505	,0495	,0485	,0475	,0465	,0455
-1,50	,0668	,0655	,0643	,0630	,0618	,0606	,0594	,0582	,0571	,0559
-1,40	,0808	,0793	,0778	,0764	,0749	,0735	,0721	,0708	,0694	,0681
-1,30	,0968	,0951	,0934	,0918	,0901	,0885	,0869	,0853	,0838	,0823
-1,20	,1151	,1131	,1112	,1093	,1075	,1056	,1038	,1020	,1003	,0985
-1,10	,1357	,1335	,1314	,1292	,1271	,1251	,1230	,1210	,1190	,1170
-1,00	,1587	,1562	,1539	,1515	,1492	,1469	,1446	,1423	,1401	,1379
-0,90	,1841	,1814	,1788	,1762	,1736	,1711	,1685	,1660	,1635	,1611
-0,80	,2119	,2090	,2061	,2033	,2005	,1977	,1949	,1922	,1894	,1867
-0,70	,2420	,2389	,2358	,2327	,2296	,2266	,2236	,2206	,2177	,2148
-0,60	,2743	,2709	,2676	,2643	,2611	,2578	,2546	,2514	,2483	,2451
-0,50	,3085	,3050	,3015	,2981	,2946	,2912	,2877	,2843	,2810	,2776
-0,40	,3446	,3409	,3372	,3336	,3300	,3264	,3228	,3192	,3156	,3121
-0,30	,3821	,3783	,3745	,3707	,3669	,3632	,3594	,3557	,3520	,3483
-0,20	,4207	,4168	,4129	,4090	,4052	,4013	,3974	,3936	,3897	,3859
-0,10	,4602	,4562	,4522	,4483	,4443	,4404	,4364	,4325	,4286	,4247
-0,00	,5000	,4960	,4920	,4880	,4840	,4801	,4761	,4721	,4681	,4641
0,00	,5000	,5040	,5080	,5120	,5160	,5199	,5239	,5279	,5319	,5359
0,10	,5398	,5438	,5478	,5517	,5557	,5596	,5636	,5675	,5714	,5753
0,20	,5793	,5832	,5871	,5910	,5948	,5987	,6026	,6064	,6103	,6141
0,30	,6179	,6217	,6255	,6293	,6331	,6368	,6406	,6443	,6480	,6517
0,40	,6554	,6591	,6628	,6664	,6700	,6736	,6772	,6808	,6844	,6879
0,50	,6915	,6950	,6985	,7019	,7054	,7088	,7123	,7157	,7190	,7224
0,60	,7257	,7291	,7324	,7357	,7389	,7422	,7454	,7486	,7517	,7549
0,70	,7580	,7611	,7642	,7673	,7704	,7734	,7764	,7794	,7823	,7852
0,80	,7881	,7910	,7939	,7967	,7995	,8023	,8051	,8078	,8106	,8133
0,90	,8159	,8186	,8212	,8238	,8264	,8289	,8315	,8340	,8365	,8389
1,00	,8413	,8438	,8461	,8485	,8508	,8531	,8554	,8577	,8599	,8621
1,10	,8643	,8665	,8686	,8708	,8729	,8749	,8770	,8790	,8810	,8830
1,20	,8849	,8869	,8888	,8907	,8925	,8944	,8962	,8980	,8997	,9015
1,30	,9032	,9049	,9066	,9082	,9099	,9115	,9131	,9147	,9162	,9177
1,40	,9192	,9207	,9222	,9236	,9251	,9265	,9279	,9292	,9306	,9319
1,50	,9332	,9345	,9357	,9370	,9382	,9394	,9406	,9418	,9429	,9441
1,60	,9452	,9463	,9474	,9484	,9495	,9505	,9515	,9525	,9535	,9545
1,70	,9554	,9564	,9573	,9582	,9591	,9599	,9608	,9616	,9625	,9633
1,80	,9641	,9649	,9656	,9664	,9671	,9678	,9686	,9693	,9699	,9706
1,90	,9713	,9719	,9726	,9732	,9738	,9744	,9750	,9756	,9761	,9767
2,00	,9772	,9778	,9783	,9788	,9793	,9798	,9803	,9808	,9812	,9817
2,10	,9821	,9826	,9830	,9834	,9838	,9842	,9846	,9850	,9854	,9857
2,20	,9861	,9864	,9868	,9871	,9875	,9878	,9881	,9884	,9887	,9890
2,30	,9893	,9896	,9898	,9901	,9904	,9906	,9909	,9911	,9913	,9916
2,40	,9918	,9920	,9922	,9925	,9927	,9929	,9931	,9932	,9934	,9936
2,50	,9938	,9940	,9941	,9943	,9945	,9946	,9948	,9949	,9951	,9952
2,60	,9953	,9955	,9956	,9957	,9959	,9960	,9961	,9962	,9963	,9964
2,70	,9965	,9966	,9967	,9968	,9969	,9970	,9971	,9972	,9973	,9974
2,80	,9974	,9975	,9976	,9977	,9977	,9978	,9979	,9979	,9980	,9981
2,90	,9981	,9982	,9982	,9983	,9984	,9984	,9985	,9985	,9986	,9986
3,00	,9987	,9987	,9987	,9988	,9988	,9989	,9989	,9989	,9990	,9990

Verdien til $G(z)$ er beregnet med Excel-funksjonen $NORMALFORDELING(z;0;1;1)$.

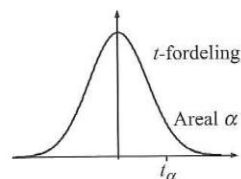
E.4 Standardnormalfordelingens kvantiltabell



α	z_α
0.100	1.282
0.050	1.645
0.025	1.960
0.010	2.326
0.005	2.576
0.001	3.090

E.5 t -fordelingens kvantiltabell

Tabellen viser den kritiske verdien t_α for forskjellige valg av nivået α .

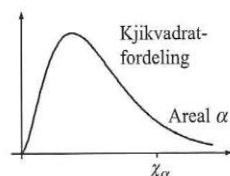


Antall frihetsgrader	Areal α					
	0,25	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
1	1,000	3,078	6,314	12,706	31,821	63,656
2	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,689	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,687	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,686	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,686	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,685	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,685	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,684	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,684	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,684	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,683	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,683	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756
30	0,683	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
31	0,682	1,309	1,696	2,040	2,453	2,744
32	0,682	1,309	1,694	2,037	2,449	2,738
33	0,682	1,308	1,692	2,035	2,445	2,733
34	0,682	1,307	1,691	2,032	2,441	2,728
35	0,682	1,306	1,690	2,030	2,438	2,724
40	0,681	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
45	0,680	1,301	1,679	2,014	2,412	2,690
50	0,679	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678
60	0,679	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
70	0,678	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648
80	0,678	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639
100	0,677	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626
1000	0,675	1,282	1,646	1,962	2,330	2,581
10000	0,675	1,282	1,645	1,960	2,327	2,576

Verdien t_{α} er beregnet av Excel-funksjonen TINV(2* α ; frihetsgrad).

E.6 Kjikkvadratfordelingens kvantiltabell

Tabellen viser den kritiske verdien χ_{α} for forskjellige valg av nivået α .



Antall frihetsgrader	Areal alfa						Areal alfa					
	0,998	0,995	0,990	0,975	0,950	0,900	0,100	0,050	0,025	0,010	0,005	0,002
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88	9,55
2	0,00	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60	12,43
3	0,04	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84	14,80
4	0,13	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86	16,92
5	0,28	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75	18,91
6	0,49	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55	20,79
7	0,74	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28	22,60
8	1,04	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95	24,35
9	1,37	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59	26,06
10	1,73	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19	27,72
11	2,13	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76	29,35
12	2,54	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30	30,96
13	2,98	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82	32,54
14	3,44	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32	34,09
15	3,92	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80	35,63
16	4,41	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27	37,15
17	4,92	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72	38,65
18	5,44	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16	40,14
19	5,97	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58	41,61
20	6,51	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00	43,07
21	7,07	8,03	8,90	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40	44,52
22	7,64	8,64	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80	45,96
23	8,21	9,26	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18	47,39
24	8,80	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56	48,81
25	9,39	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93	50,22
26	9,99	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29	51,63
27	10,60	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	49,65	53,02
28	11,21	12,46	13,56	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99	54,41
29	11,83	13,12	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34	55,79
30	12,46	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67	57,17
31	13,10	14,46	15,66	17,54	19,28	21,43	41,42	44,99	48,23	52,19	55,00	58,54
32	13,73	15,13	16,36	18,29	20,07	22,27	42,58	46,19	49,48	53,49	56,33	59,90
33	14,38	15,82	17,07	19,05	20,87	23,11	43,75	47,40	50,73	54,78	57,65	61,26
34	15,03	16,50	17,79	19,81	21,66	23,95	44,90	48,60	51,97	56,06	58,96	62,61
35	15,69	17,19	18,51	20,57	22,47	24,80	46,06	49,80	53,20	57,34	60,27	63,95
40	19,03	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77	70,62
45	22,48	24,31	25,90	28,37	30,61	33,35	57,51	61,66	65,41	69,96	73,17	77,18
50	26,01	27,99	29,71	32,36	34,76	37,69	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49	83,66
60	33,27	35,53	37,48	40,48	43,19	46,46	74,40	79,08	83,30	88,38	91,95	96,40
70	40,75	43,28	45,44	48,76	51,74	55,33	85,53	90,53	95,02	100,43	104,21	108,93
80	48,40	51,17	53,54	57,15	60,39	64,28	96,58	101,88	106,63	112,33	116,32	121,28
100	64,11	67,33	70,06	74,22	77,93	82,36	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17	145,58

Tabellverdiene er beregnet med Excel-funksjonen INVERS.KJI.FORDELING(alfa;frihetsgrad).

For et høyere antall frihetsgrader (n) kan du benytte formelen $\chi_{\alpha} = n + z_{\alpha}\sqrt{2n}$, der z_{α} er den tilsvarende kritiske verdien for normalfordelingen (se tabell E.4).