Høgskolen i Østfold

EKSAMEN

Emnekode:	Emnenavn:
ITD15013	Matematikk 1 – andre deleksamen
Dato: 22. mai 2017	**Eksamenstid:** 09.00 – 12.00
Hjelpemidler: - To A4-ark med valgfritt innhold på begge sider. - Formelhefte. - Kalkulator som deles ut samtidig med oppgaven.	**Faglærer:** Christian F Heide

Om eksamensoppgaven og poengberegning:

Oppgavesettet består av 6 sider inklusiv denne forsiden og to vedlegg. Kontroller at oppgavesettet er komplett.

Oppgavesettet består av 8 oppgaver med i alt 11 deloppgaver. Ved sensur vil alle deloppgaver telle like mye.

Husk å vise utregninger og hvordan du kommer fram til svarene.

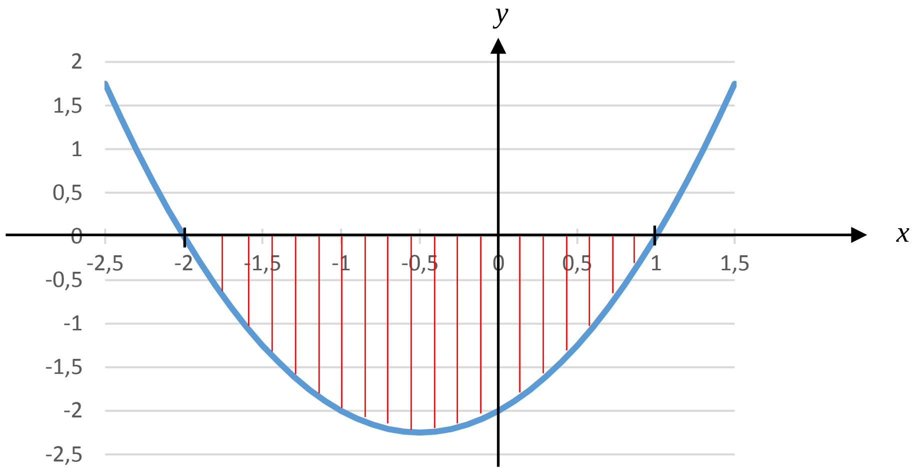
Sensurfrist:

15. juni 2017

Karakterene er tilgjengelige for studenter på Studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. www.hiof.no/studentweb

Oppgave 1

Nedenfor er grafen til funksjonen $f(x)=x^2+x-2$ vist.



Finn arealet av flaten avgrenset av denne funksjonen og *x*-aksen, altså arealet av den skraverte flaten.

Oppgave 2

Grafen til funksjonen $f(x)=\sqrt{\dfrac{x}{1+x^2}}$ mellom $x = 0$ og $x = 1$ roteres om *x*-aksen. Finn volumet til det omdreiningslegemet som da framkommer.

Oppgave 3

Gitt matrisene

$$A=\begin{bmatrix}-1 & 1 & 1\\ 3 & 2 & 0\\ 1 & -1 & 2\end{bmatrix} \quad \text{og} \quad B=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & 2 & 0\\ 4 & 4 & 4\end{bmatrix}$$

a) Finn AB.

b) Finn B^{-1}.

Oppgave 4

Gitt følgende matrise:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & -2 \\ 2 & 0 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$

a) Løs ligningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

b) Finn en basis for kolonnerommet til A og en basis for nullrommet til A.

Oppgave 5

Gitt følgende matrise:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 7 & -4 \end{bmatrix}$$

Finn egenverdiene og de tilhørende egenvektorsettene til A.

Oppgave 6

Bestem den generelle løsningen til følgende differensialligning:

$$y'' + 5y' + 6y = 3e^{-2x}$$

Oppgave 7

Løs følgende initialverdiproblem:

$$y' - e^{-y} \sin x = 0 \qquad y(0) = 0$$

Oppgave 8

a) Finn laplacetransformen til følgende funksjon:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & for \quad t < 1 \\ 2 & for \quad 1 \le t < 2 \\ 0 & for \quad t \ge 2 \end{cases}$$

b) Bruk laplacetransformasjonen til å løse følgende initialverdiproblem:

$$y'' + y = \delta(t) - \delta(t-4), \qquad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

Vedlegg 1: Laplacetransformasjonen – formelliste

Definisjon av laplacetransformasjonen: $Y(s) = \mathcal{L}(y(t)) = \int_0^\infty y(t)\, e^{-st} dt$

$y(t)$	$Y(s) = \mathcal{L}(y(t))$	Konvergensområde/ kommentar
1	$\frac{1}{s}$	$s > 0$
$t^n \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$s > 0$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$	$s > a$
$t^n e^{at} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$	$s > a$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$s > 0$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$s > 0$
$e^{at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s-a)^2 + \omega^2}$	$s > a$
$e^{at} \cos \omega t$	$\frac{s-a}{(s-a)^2 + \omega^2}$	$s > a$
$y(t)\, e^{at}$	$Y(s-a)$	
$u(t-a)$	$\frac{1}{s} e^{-as}$	Enhetssprang
$y(t-a)\, u(t-a)$	$e^{-as}\, Y(s)$	
$\delta(t-a)$	e^{-as}	Enhetspuls (Diracs delta)

Derivasjon og integrasjon:

$$\mathcal{L}\left(y'(t)\right) = sY - y(0)$$

$$\mathcal{L}\left(y''(t)\right) = s^2 Y - sy(0) - y'(0)$$

$$\mathcal{L}\left(\int_0^t y(u)\, du\right) = \frac{1}{s} Y$$

Vedlegg 2: Eksakte trigonometriske verdier for noen vinkler