Høgskolen i Østfold

EKSAMEN

<table>
<tr><td colspan="2">Emnekode:

ITF10705</td><td colspan="2">Emne:

Matematikk for IT</td></tr>
<tr><td colspan="2">Dato:

16. desember 2013</td><td colspan="2">Eksamenstid:

kl 09.00 til kl 13.00</td></tr>
<tr><td colspan="3">Hjelpemidler:

To A4-ark med valgfritt innhold på begge sider.
Kalkulator er ikke tillatt.</td><td>Faglærer:

Christian F Heide</td></tr>
<tr><td colspan="4">Eksamensoppgaven:
Oppgavesettet består av 6 sider inklusiv denne forsiden og et vedlegg på én side. Kontroller at oppgaven er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgavesettet består av 11 oppgaver med i alt 21 deloppgaver. Ved sensur vil alle deloppgaver telle omtrent like mye.

Der det er mulig skal du:
vise utregninger og hvordan du kommer fram til svarene
begrunne dine svar, selv om dette ikke er eksplisitt sagt i hvert spørsmål</td></tr>
<tr><td colspan="4">Sensurdato: 15. januar 2013

Karakterene er tilgjengelige for studenter på studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. Følg instruksjoner gitt på: www.hiof.no/studentweb</td></tr>
</table>

Oppgave 1

a) Konvertér 43_{10} til binærtall.

b) Gitt to komplekse tall $z = 1 - 3i$ og $w = 1 + 2i$. Finn $\frac{z}{w}$. Skriv svaret på formen $a + bi$.

c) Bruk Venn-diagram til å undersøke om følgende likhet er korrekt:

$$(A - C) \cap B = (A \cup B) - (B \cup C)$$

Oppgave 2

a) Løs følgende homogene differensligning:

$$y_n + 2y_{n-1} - 3y_{n-2} = 0$$

b) Finn en partikulær løsning for følgende inhomogene differensligning og angi deretter den generelle løsningen for differensligningen:

$$y_n + 2y_{n-1} - 3y_{n-2} = 8$$

Oppgave 3

Gitt følgende predikater:

$T(x)$: x er større enn 3.
$P(x)$: x er et partall.
$N(x)$: x er negativ.

Anta at *universet* (dvs. de mulige verdier av x som vi tar i betraktning) er alle hele tall, $\mathbb{Z}$.
Beskriv hva hvert av følgende utsagn sier **og** angi sannhetsverdien (husk å gjøre begge deler).

a) $\exists x\, [\neg N(x)]$

b) $\forall x\, [T(x) \wedge P(x)]$

Oppgave 4

Gitt følgende sammensatte logiske utsagn:

$$((p \rightarrow q) \wedge \neg q) \rightarrow \neg p$$

Bruk en sannhetstabell til å undersøke om dette utsagnet er en tautologi.

Oppgave 5
Gitt følgende logiske utsagn:

$$\neg(p \vee (\neg p \wedge q))$$

Benytt lovene i logikk gitt på vedlagte ark til å finne hvilket av følgende utsagn dette er logisk ekvivalent med:

(i) $\neg p \vee q$
(ii) p
(iii) $\neg p \wedge \neg q$
(iv) $p \wedge \neg q$

Bruk kun én lov i hvert trinn og angi for hvert trinn hvilken lov du bruker.

Oppgave 6
En faglærer har 24 lærebøker som omhandler ulike temaer innen IT, og ønsker å se litt på hvordan de dekker pensum innen de tre temaene datakommunikasjon, operativsystemer og algoritmer. Hver av bøkene omhandler ingen, ett eller flere av disse tre temaene.

8 bøker omhandler datakommunikasjon, 13 bøker omhandler operativsystemer og 13 omhandler algoritmer. 5 bøker omhandler både datakommunikasjon og operativsystemer, 3 bøker omhandler både datakommunikasjon og algoritmer, 6 bøker omhandler både operativsystemer og algoritmer og 2 bøker omhandler alle de tre temaene.

a) Hvor mange lærebøker omhandler ingen av de tre temaene?

b) Hvor mange lærebøker omhandler eksakt ett av de tre temaene? Altså antall bøker som omhandler enten datakommunikasjon, operativsystemer eller algoritmer, men hvor det ikke er mer enn ett av disse temaene i hver av bøkene.

Oppgave 7
Gitt følgende matriser:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

a) Regn ut AB og BA dersom de eksisterer.

b) Finn A^T og $\det A$. Begrunn også hvorvidt A er inverterbar (du trenger ikke å finne den inverse matrisen).

Oppgave 8
En rettet graf $G = (V, E)$ er gitt ved

$$V = \{a, b, c\}$$

og

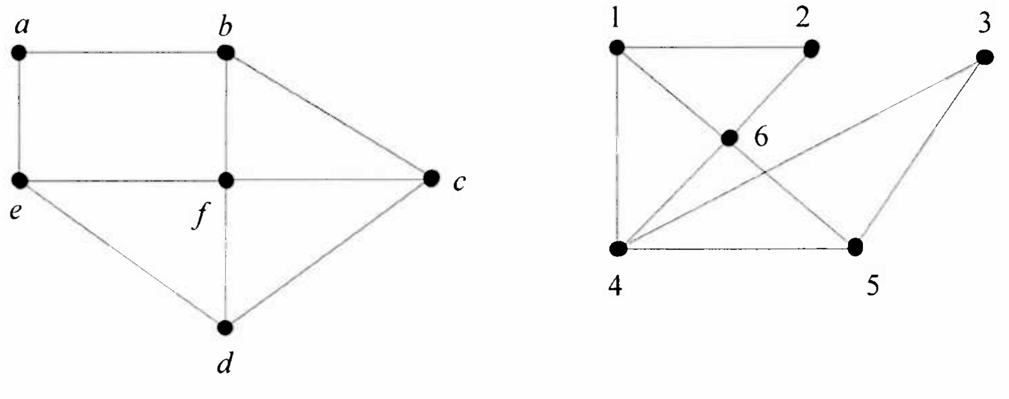
$$E = \{(a, b), (b, a), (b, b), (b, c), (c, a)\}$$

a) Tegn denne grafen.

b) E kan betraktes som en relasjon på mengden V. Undersøk og begrunn om relasjonen er refleksiv, symmetrisk, antisymmetrisk, transitiv eller ingen av delene.

c) Er relasjonen en funksjon? Svaret må begrunnes.

Oppgave 9
Nedenfor er grafene $G_1 = (V_1, E_1)$ og $G_2 = (V_2, E_2)$ tegnet.



$G_1 = (V_1, E_1)$ $G_2 = (V_2, E_2)$

a) Er G_1 en eulergraf? Begrunn svaret. Dersom den er en eulergraf, finn en eulersyklus.

b) Er G_1 og G_2 isomorfe? Dersom de er isomorfe, angi en isomorfi $f: V_1 \to V_2$. Dersom de ikke er isomorfe, forklar hvorfor de ikke er det.

Oppgave 10

Tegn tilstandsdiagrammet for en endelig automat (endelig tilstandsmaskin uten utgang) med inngangsalfabet $I = \{0, 1\}$ som gjenkjenner alle binære strenger som inneholder strengen 010.

Oppgave 11

Gitt en grammatikk med startsymbol s, hvor mengden av ikke-avslutningssymboler er $N = \{s, t, u\}$ og mengden av avslutningssymboler er $T = \{0, 1\}$. Grammatikken har følgende produksjonsregler:

$$s \rightarrow 1t$$
$$t \rightarrow u$$
$$u \rightarrow 0$$

a) Er denne grammatikken kontekstfri? Begrunn svaret.

b) Er denne grammatikken regulær? Begrunn svaret.

Regneregler – logikk og mengder

Lov	Logikk	Mengder
1. Assosiative lover	$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
2. Kommutative lover	$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$	$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$
3. Distributive lover	$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
4. De Morgans lover	$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$ $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$	$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
5. Idempotenslover	$p \vee p \Leftrightarrow p$ $p \wedge p \Leftrightarrow p$	$A \cup A = A$ $A \cap A = A$
6. Absorpsjonslover	$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$ $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$	$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$
7. Dobbel negasjon / Involusjonslov	$\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$	$\overline{\overline{A}} = A$
8. Inverslover	$p \vee \neg p \Leftrightarrow S$ $p \wedge \neg p \Leftrightarrow F$	$A \cup \overline{A} = U$ $A \cap \overline{A} = \varnothing$
9. Identitetslover	$p \wedge S \Leftrightarrow p$ $p \vee F \Leftrightarrow p$	$A \cap U = A$ $A \cup \varnothing = A$
10. Dominanslover	$p \wedge F \Leftrightarrow F$ $p \vee S \Leftrightarrow S$	$A \cap \varnothing = \varnothing$ $A \cup U = U$
11. Implikasjon	$p \to q \Leftrightarrow \neg p \vee q$	
12. Kontrapositive utsagn	$p \to q \Leftrightarrow \neg q \to \neg p$	

Inklusjons- og eksklusjonsprinsippet

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$