Høgskolen i Østfold

EKSAMEN – Ny og utsatt

Emnekode: **ITF10705**	Emne: **Matematikk for IT**
Dato: **30. mai 2014**	Eksamenstid: kl 09.00 til kl 13.00
Hjelpemidler: To A4-ark med valgfritt innhold på begge sider. Kalkulator er **ikke tillatt**.	Faglærer: Christian F Heide

Eksamensoppgaven:
Oppgavesettet består av fem sider inklusiv denne forsiden og et vedlegg på én side.
Kontroller at oppgaven er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgavesettet består av 14 oppgaver med i alt 16 deloppgaver. Ved sensur vil alle deloppgaver telle omtrent like mye.

Der det er mulig skal du:

- **vise utregninger** og hvordan du kommer fram til svarene
- **begrunne dine svar**, selv om dette ikke er eksplisitt sagt i hvert spørsmål

Sensurdato: 24. juni 2014

Karakterene er tilgjengelige for studenter på studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. Følg instruksjoner gitt på: www.hiof.no/studentweb

Oppgave 1
Konvertér binærtallet 10111001011101_2 til heksadesimalt tall (tall med grunntall 16).

Oppgave 2
Gitt to komplekse tall $z = 1 - 3i$ og $w = 2 - i$. Finn $\frac{z}{w}$. Skriv svaret på formen $a + bi$.

Oppgave 3

a) Løs følgende homogene differensligning:

$$y_n - 3y_{n-1} + 2y_{n-2} = 0$$

b) Løs følgende inhomogene differensligning når $y_0 = 1$ og $y_1 = 2$:

$$y_n - 3y_{n-1} + 2y_{n-2} = 2^n$$

Merk at venstresiden i denne differensligningen er lik venstre side av differensligningen i spørsmål a).

Oppgave 4
Gitt følgende logiske utsagn:

$$((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)) \rightarrow (\neg r \rightarrow \neg q)$$

Bruk en sannhetstabell til å undersøke om dette utsagnet er en tautologi.

Oppgave 5
Gitt følgende logiske utsagn:

$$(\neg(p \vee \neg q)) \rightarrow (q \rightarrow r)$$

Benytt lovene i logikk gitt på vedlagte ark til å finne hvilket av følgende utsagn dette er logisk ekvivalent med:

(i) $\neg p \vee r$
(ii) $q \rightarrow (p \vee r)$
(iii) $p \rightarrow (q \vee r)$
(iv) $p \wedge \neg r$

Bruk kun én lov i hvert trinn og angi for hvert trinn hvilken lov du bruker.

Oppgave 6
Anta at universet i denne oppgaven er mengden av alle positive heltall. Anta videre at P er mengden av primtall. Forklar med ord hva følgende utsagn sier:

$$\forall a\ (a > 1 \rightarrow \exists p\ (p \in P \wedge p \mid a))$$

Oppgave 7
Ved en IT-avdeling kan studentene velge mellom sju forskjellige fag. Dersom en student skal velge tre av de sju fagene, hvor mange forskjellige fagkombinasjoner kan han/hun velge mellom?

Oppgave 8
Gitt følgende matriser:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & -4 \end{bmatrix}$$

a) Finn A^{-1}.

b) Et ligningssystem er gitt som

$$A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$$

hvor

$$\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -5 \end{bmatrix}$$

Løs ligningssystemet ved å benytte A^{-1}. Hvis du ikke fant A^{-1} kan du løse ligningssystemet på annen måte.

Oppgave 9
En relasjon på mengden $A = \{1, 2, 3, 4\}$ er gitt ved relasjonsmengden

$$R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3), (4, 4)\}$$

Undersøk om relasjonen er en refleksiv, symmetrisk, antisymmetrisk og/eller transitiv. Benytt dette til å begrunne hvorvidt relasjonen er en ekvivalensrelasjon, en delvis ordning eller ingen av delene.

Oppgave 10
Tegn tilstandsdiagrammet for en endelig automat (endelig tilstandsmaskin uten utgang) med inngangsalfabet $I = \{0, 1\}$ som gjenkjenner alle binære strenger som inneholder strengen 11010.

Oppgave 11
Gitt en grammatikk med startsymbol s, hvor mengden av ikke-avslutningssymboler er $N = \{s, t, u\}$ og mengden av avslutningssymboler er $T = \{0, 1\}$. Grammatikken har følgende produksjonsregler:

$$s \to 0t$$
$$t \to 1u$$
$$u \to 1$$
$$u \to \lambda$$

Er denne grammatikken regulær, kontekstfri eller ingen av delene? Begrunn svaret.

Oppgave 12
Gitt tre heltall, x, y og z.
Benytt direkte bevis til å bevise at dersom $x + y$ er et partall og $y + z$ er et partall, så er $x + z$ et partall.

Oppgave 13
Bruk induksjonsbevis til å bevise følgende:

$$\frac{2^1}{2} + \frac{2^2}{2} + \frac{2^3}{2} + \cdots + \frac{2^n}{2} = 2^n - 1 \qquad \text{for alle } n \geq 1$$

Oppgave 14
Gitt tre ikke-disjunkte mengder, A, B og C. Bruk Venn-diagram til å undersøke om følgende likhet er korrekt:

$$(A \cap B) - (A - C) = A \cap B \cap C$$

Regneregler – logikk og mengder

Lov	Logikk	Mengder
1. Assosiative lover	$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
2. Kommutative lover	$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$	$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$
3. Distributive lover	$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
4. De Morgans lover	$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$ $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$	$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
5. Idempotenslover	$p \vee p \Leftrightarrow p$ $p \wedge p \Leftrightarrow p$	$A \cup A = A$ $A \cap A = A$
6. Absorpsjonslover	$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$ $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$	$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$
7. Dobbel negasjon / Involusjonslov	$\neg(\neg p) \Leftrightarrow p$	$\overline{\overline{A}} = A$
8. Inverslover	$p \vee \neg p \Leftrightarrow S$ $p \wedge \neg p \Leftrightarrow F$	$A \cup \overline{A} = U$ $A \cap \overline{A} = \varnothing$
9. Identitetslover	$p \wedge S \Leftrightarrow p$ $p \vee F \Leftrightarrow p$	$A \cap U = A$ $A \cup \varnothing = A$
10. Dominanslover	$p \wedge F \Leftrightarrow F$ $p \vee S \Leftrightarrow S$	$A \cap \varnothing = \varnothing$ $A \cup U = U$
11. Implikasjon	$p \to q \Leftrightarrow \neg p \vee q$	
12. Kontrapositive utsagn	$p \to q \Leftrightarrow \neg q \to \neg p$	

Inklusjons- og eksklusjonsprinsippet

$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$