EKSAMEN – Ny og utsatt

Emnekode:	Emne:
ITD15012	**Matematikk 1**
Dato: **6. mai 2014**	Eksamenstid: 09.00 – 12.00

Hjelpemidler:	Faglærer:
- To A4-ark med valgfritt innhold på begge sider. - Formelhefte. Kalkulator er **ikke tillatt**.	Christian F Heide

Eksamensoppgaven:
Oppgavesettet består av fem sider inklusiv denne forsiden og to vedlegg. Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Oppgavesettet består av seks oppgaver med i alt 11 deloppgaver. Ved sensur vil alle deloppgaver telle omtrent like mye.

Der det er mulig skal du:

- **vise utregninger** og hvordan du kommer fram til svarene
- **begrunne dine svar**, selv om dette ikke er eksplisitt sagt i hvert spørsmål

Sensurdato: 28. mai 2014

Karakterene er tilgjengelige for studenter på studentweb senest 2 virkedager etter oppgitt sensurfrist. Følg instruksjoner gitt på: www.hiof.no/studentweb

Oppgave 1

a) Løs følgende initialverdiproblem:

$$xy' - 2y = x^3 \qquad y(1) = 6, \quad x > 0$$

b) Løs følgende differensialligning:

$$y'' - y' - 2y = 3e^{2x}$$

Oppgave 2

Den laplacetransformerte til en funksjon $y(t)$ er gitt ved

$$Y(s) = \frac{3}{s-2} - \frac{1}{s+1}$$

Finn $y(t)$, altså den inverse laplacetransformasjonen til $Y(s)$.

Oppgave 3

Gitt følgende matrise:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -6 & -14 \\ 3 & -7 & 8 & -5 \\ 3 & -9 & 12 & 9 \end{bmatrix}$$

a) Finn alle løsninger av ligningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

b)
- **i)** Forklar hva som menes med at vektorer er lineært avhengige eller uavhengige.
- **ii)** Er kolonnevektorene i A lineært uavhengige? Begrunn svaret.

c) Finn en basis for kolonnerommet og en basis for nullrommet til matrisen.

d) For matrise A, finn
- **i)** dimensjonen til kolonnerommet
- **ii)** rangen
- **iii)** nulliteten

Oppgave 4

a) Gitt en basis B ved følgende basisvektorer:

$$\boldsymbol{b}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{b}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

og en basis C ved følgende basisvektorer

$$\boldsymbol{c}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{c}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

i) Finn koordinatskiftematrisen fra basis C til basis B.

ii) Punktet P er gitt ved koordinatene (2, –1) i basis C. Finn koordinatene i basis B.

b) Gitt følgende matrise.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Finn matrisens egenverdier og de tilhørende egenvektorsettene.

Oppgave 5

Finn verdien av følgende uegentlige integral dersom det konvergerer:

$$\int_4^\infty \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}}\,dx$$

Oppgave 6

Finn maclaurinrekken (taylorrekken om $a = 0$) til

$$f(x) = x^2 - \sin x$$

Vedlegg 1: Laplacetransformasjonen – formelliste

Definisjon av laplacetransformasjonen:

$$Y(s) = \mathcal{L}(y(t)) = \int_0^\infty y(t)\, e^{-st} dt$$

$y(t)$	$Y(s) = \mathcal{L}(y(t))$	Konvergensområde/ kommentar
1	$\frac{1}{s}$	$s > 0$
$t^n \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$s > 0$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$	$s > a$
$t^n e^{at} \quad (n = 1, 2, 3, \ldots)$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$	$s > a$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$s > 0$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$s > 0$
$e^{at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s-a)^2 + \omega^2}$	$s > a$
$y(t)\, e^{at}$	$Y(s-a)$	
$u(t-a)$	$\frac{1}{s} e^{-as}$	Enhetssprang
$y(t-a)\, u(t-a)$	$e^{-as}\, Y(s)$	
$\delta(t-a)$	e^{-as}	Enhetspuls (Diracs delta)

Derivasjon og integrasjon:

$$\mathcal{L}\left(y'(t)\right) = sY - y(0)$$

$$\mathcal{L}\left(y''(t)\right) = s^2 Y - sy(0) - y'(0)$$

$$\mathcal{L}\left(\int_0^t y(u)\, du\right) = \frac{1}{s}\, Y$$

Vedlegg 2: Eksakte trigonometriske verdier for noen vinkler